Barem / Javítókulcs:

Problema 1. Feladat a) **Total: 10 p**

Distanța dintre cele două corpuri de-a lungul planului înclinat:/ A két test közötti távolság a lejtő mentén:

$$d = \frac{2L}{3} - \frac{L}{3} = \frac{L}{3} = 1{,}0 \text{ m}.$$

(0.5 p)

Resortul este **alungit** deoarece este tras de corpul m./ A rugó **megnyúlt**, mivel az m test húzza.

Corpul m este în echilibru dacă forța elastică este egală cu componenta tangențială a greutății/ A m test egyensúlyban van, ha a rugalmas erő egyenlő a súly lejtőmenti komponensével

$$F_\mathrm{e} = mg\sin\alpha$$

(2 p)

Alungirea / A megnyúlása:

$$x = \frac{F_\mathrm{e}}{k} = \frac{mg\sin\alpha}{k}$$

(2 p)

Deoarece resortul este alungit, lungimea sa naturală este *mai scurtă* decât distanța d:/ Mivel a rugó megnyúlt, természetes hossza *rövidebb*, mint a d távolság:

$$\boxed{l_0 = d - x = \frac{L}{3} - \frac{mg\sin\alpha}{k} = 1{,}0 - \frac{30}{100} = 0{,}7 \text{ m}.}$$

(2.5 p)

Echilibrul corpului M: un resort alungit trage ambele capete *spre interior* — trage m în sus și trage M *în josul* planului./ Az M test egyensúlya: a megnyúlt rugó mindkét végpontját *befelé* húzza — m-et felfelé, M-et *lefelé* a lejtőn. **(1 p)**

$$T = Mg\sin\alpha + F_\mathrm{e} = 18{,}0 \times 10 \times 0{,}5 + 30 = 90 + 30 = \boxed{120 \text{ N}.}$$

(2 p)

---

b) **Total: 10 p**

Deformația resortului nu se modifică instantaneu. / A rugó alakváltozása nem ttörténik meg azonnal.

(1 p)

Corpul M (firul dispare; resortul alungit îl trage *în jos* în continuare):/ Az M test (a fonál eltűnik; a megnyúlt rugó továbbra is *lefelé* húzza):

$$Ma_M = Mg\sin\alpha + F_\mathrm{e}$$

$$\boxed{a_M = \frac{Mg\sin\alpha + F_\mathrm{e}}{M} = \frac{20}{3} \approx 6{,}67 \text{ m/s}^2 \text{ (lefelé / în jos)}.}$$

(5 p)

Corpul m (gravitația trage în jos, resortul trage în sus — forțe egale):/ Az m test (a nehézségi erő lefelé, a rugó felfelé húz — erők egyenlők):

$$ma_m = mg\sin\alpha - F_\mathrm{e} = 30 - 30 = 0$$

$$\boxed{a_m = 0 \text{ m/s}^2.}$$

(4 p)

c) **Total: 10 p**

Firul și resortul sunt eliminate simultan; ambele corpuri pornesc din repaus./ A fonalat és a rugót egyidejűleg távolítják el; mindkét test nyugalomból indul. **(1 p)**

Corpul m alunecă liber cu accelerația / Az m test szabadon csúszik, gyorsulása:

$$a_m = g\sin\alpha = 5\ \mathrm{m/s}^2.$$

(1 p)

Timpul în care m parcurge $L/3$ / Az idő, amely alatt m megteszi az $L/3$ utat:

$$\frac{L}{3} = \frac{1}{2}a_m t^2 \implies t = \sqrt{\frac{2L/3}{g\sin\alpha}} = \sqrt{\frac{2{,}0}{5}} = \sqrt{0{,}4}\ \mathrm{s}.$$

(2 p)

Accelerația necesară a lui M (trebuie să parcurgă $2L/3$ în același timp t)/ Az M-hez szükséges gyorsulás ($2L/3$ utat kell megtennie ugyanazon t idő alatt):

$$\frac{2L}{3} = \frac{1}{2}a_M t^2 \implies a_M = \frac{2\cdot 2L/3}{t^2} = \frac{2\times 2{,}0}{0{,}4} = 10\ \mathrm{m/s}^2.$$

(2 p)

Ecuația de mișcare a lui M de-a lungul planului. Forța F (verticală, în jos) are componenta $F\sin\alpha$ de-a lungul planului (în jos). Componenta perpendiculară $F\cos\alpha$ mărește forța normală, dar fără frecare nu are efect dinamic./ Az M test mozgásegyenlete a lejtő mentén. Az F erő (függőleges, lefelé) lejtő menti komponense $F\sin\alpha$ (lefelé). A merőleges komponens $F\cos\alpha$ növeli a normálerőt, de súrlódás hiányában nincs dinamikai hatása. **(2 p)**

$$Ma_M = Mg\sin\alpha + F\sin\alpha \implies F = \frac{M(a_M - g\sin\alpha)}{\sin\alpha} = \frac{18(10-5)}{0{,}5} = \frac{18\times 5}{0{,}5}$$

$$\boxed{F = 180\ \mathrm{N} = Mg.}$$

(2 p)

Se acceptă observația că $F = Mg$ (forța aplicată este egală cu greutatea lui M)./ Elfogadható az észrevétel, hogy $F = Mg$ (az erő egyenlő M súlyával). **(0 p)**

---

d) **Total: 15 p**

Lucrul mecanic al lui F / Az F erő munkája:

F este verticală (în jos) și acționează cât timp M parcurge $2L/3 = 2{,}0$ m de-a lungul planului./ F függőleges (lefelé), és addig hat, amíg M megteszi a $2L/3 = 2{,}0$ m lejtő menti utat.

Deplasarea verticală (în jos) a lui M / Az M test függőleges elmozdulása (lefelé):

$$\Delta h = \frac{2L}{3}\sin\alpha = 2{,}0\times 0{,}5 = 1{,}0\ \mathrm{m}.$$

(1 p)

Lucrul mecanic (F și Δh au același sens) / Mechanikai munka (F és Δh azonos irányú):

$$\boxed{W_F = F\cdot\Delta h = 180\times 1{,}0 = 180\ \mathrm{J}.}$$

(3 p)

Vitezele la momentul coliziunii / Sebességek az ütközés pillanatában:

Ambele corpuri pornesc din repaus / Mindkét test nyugalomból indul:

$$v_M = a_M \cdot t = 10\sqrt{0{,}4} = 2\sqrt{10}\ \mathrm{m/s} \approx 6{,}32\ \mathrm{m/s},$$

$$v_m = a_m \cdot t = 5\sqrt{0{,}4} = \sqrt{10}\ \mathrm{m/s} \approx 3{,}16\ \mathrm{m/s}.$$

(4 p)

Ciocnire perfect inelastică / Tökéletesen rugalmatlan ütközés:

Se conservă impulsul de-a lungul planului / Az impulzus megmarad a lejtő mentén:

$$Mv_M + mv_m = (M+m)\,v'$$

(2 p)

$$v' = \frac{Mv_M + mv_m}{M+m} = \frac{18\cdot 2\sqrt{10} + 6\cdot\sqrt{10}}{24} = \frac{42\sqrt{10}}{24} = \frac{7\sqrt{10}}{4} \approx \boxed{5{,}53\ \mathrm{m/s}.}$$

(3 p)

Energia cinetică a corpului rezultat / A keletkező test mozgási energiája:

$$E_k = \frac{1}{2}(M+m)v'^2 = \frac{1}{2}\cdot 24\cdot\frac{49\times 10}{16} = \frac{24\times 490}{32} = \frac{11760}{32} = \boxed{367{,}5\ \mathrm{J}.}$$

(2 p)

Problema 2. Feladat

a) (9 p)

Notatii / Jelölések: $p_0 = \min p = p_D$, $V_0 = \min V = V_A$.

Coordonatele punctelor / Pontok koordinátái:

$$A:(3p_0,\,V_0),\ B:(5p_0,\,4V_0),\ C:(3p_0,\,7V_0),\ D:(p_0,\,4V_0),$$

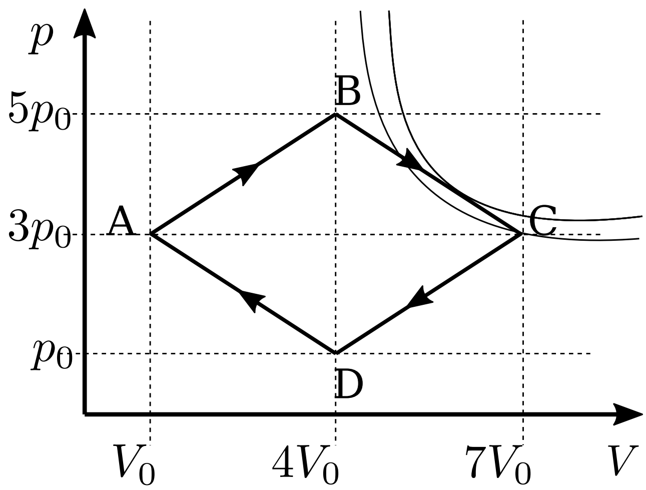


Figura 1: Transformările de stare în coordonatele (p,V)./ Állapotváltozások a (p,V) síkban.

b) (9 p)

Lucrul mecanic (aria rombului) / mechanikai munka (rombusz területe):

$$L = \tfrac{1}{2}(V_C - V_A)(p_B - p_D) = \tfrac{1}{2}\cdot 6V_0\cdot 4p_0 = 12\,p_0V_0.$$

c) (18 p)

Gaz monoatomic / egyatomos gáz, $C_V = \frac{3}{2}R$

$$T_A = \frac{3p_0V_0}{\nu R},\ T_B = \frac{20p_0V_0}{\nu R},\ \Delta U_{AB} = \nu C_V \Delta T_{AB} = \frac{51}{2}p_0V_0$$
$$L_{AB} = \frac{1}{2}(3p_0 + 5p_0)3V_0 = 12p_0V_0,$$
$$Q_{AB} = \Delta U_{AB} + L_{AB} = \Big(\frac{51}{2}p_0V_0 + 12\Big)p_0V_0 = \frac{75}{2}\,p_0V_0.$$

$$T_C = \frac{21p_0V_0}{\nu R},\ T_D = \frac{4p_0V_0}{\nu R},\ \Delta U_{CD} = \nu C_V \Delta T_{CD} = -\frac{51}{2}p_0V_0$$
$$L_{CD} = -\frac{1}{2}(p_0 + 3p_0)3V_0 = -6p_0V_0,$$
$$Q_{CD} = \Delta U_{CD} + L_{CD} = \Big(-\frac{51}{2} - 6\Big)p_0V_0 = -\frac{63}{2}\,p_0V_0.$$

Raporturi / Arányok:

$$\frac{L}{Q_{AB} + Q_{CD}} = 2$$

d) (9 p) Temperaturile / A hőmérsékletek:

$$T_A < T_D < T_B < T_C$$

Locul temperaturii minime / Hol minimális a hőmérséklet:

$$\min\, T = T_A$$

în punctul $(p_A, V_A) = (3p_0, V_0)$ / a $(p_A, V_A) = (3p_0, V_0)$ pontban

Locul temperaturii maxime (p_F, V_F) / Maximális a hőmérséklet helye a (p_F, V_F) pontban: undeva de-a lungul procesului BC / valahol a BC folyamat során

Ecuația procesului BC / BC állapotváltozás egyenlete:

$$p(V) = -aV + b$$

sau / vagy

$$T(V) = \frac{1}{\nu R}(-aV^2 + bV) = AV^2 + BV$$

unde / ahol

$$\begin{aligned} 5p_0 &= -4aV_0 + b \\ 3p_0 &= -7aV_0 + b \end{aligned} \qquad \Rightarrow$$

$$a = \frac{2p_0}{3V_0}, \qquad b = \frac{23}{3}p_0$$

maxima parabolei $T(V)$ / a $T(V)$ parabola maximuma:

$$T_F = \max\, T \qquad \Longleftrightarrow \qquad V_F = -\frac{B}{2A} = \frac{b}{2a} = \frac{23}{4}V_0$$

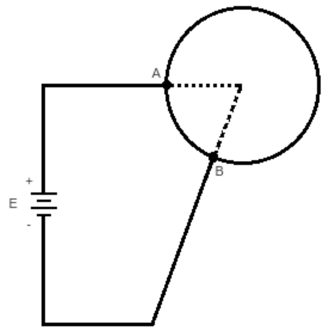
$$V_B < V_F < V_C$$

$$p_F = p(V_F) = \frac{23}{6}p_0$$

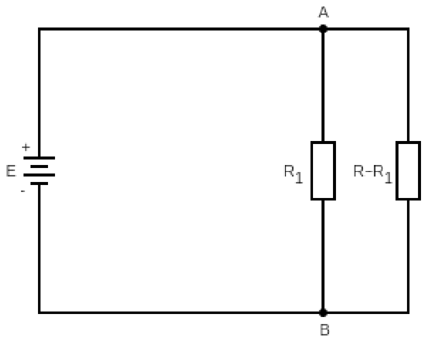
$$p_B > p_F > p_C$$

Problema 3. Feladat

a) (10 p)



b) (10 p) Se observă că punctele A și B împart inelul în două segmente conductoare care sunt conectate în paralel. Atunci când razele duse prin aceste puncte sunt perpendiculare, cele două segmente vor avea rezistențele egale cu un sfert, respectiv trei sferturi din rezistența totală R.



Rezistența echivalentă între punctele A și B va fi:

$$R_{AB} = \frac{\frac{R}{4} \cdot \frac{3R}{4}}{\frac{R}{4} + \frac{3R}{4}} = \frac{3R}{16} = \frac{3}{4}\Omega$$

Intesitatea curentului prin bateria ideală va fi:

$$I = \frac{E}{R_{AB}} = \frac{3V}{\frac{3}{4}\Omega} = 4A$$

c) (10 p) Cele două segmente de inel au rezistențele electrice egale cu

$$R_1 = 1\ \Omega$$

$$R_2 = R - R_1 = 3\ \Omega$$

astfel intensitatea curenților va fi

$$I_1 = \frac{E}{R_1} = 3\ A$$

$$I_2 = \frac{E}{R_2} = 1\ A$$

d) (15 p) Se observă că unghiul făcut de razele care trec prin punctele A și B poate lua valori între 0° și 180° (trecând de diagonală sistemul prezintă o ”simetrie”).

$$R_{AB} = \frac{R_1(R - R_1)}{R}$$

$$R = \frac{\varphi}{2\pi}R$$

unde φ este unghiul la centru (exprimat în radiani) care cuprinde porțiunea de inel cu rezistența R_1.
Astfel

$$R_{AB} = \frac{R}{2\pi}(2\pi\varphi - \varphi^2)$$

Condiți de punct extrem

$$\frac{dR_{AB}}{d\varphi} = \frac{R}{2\pi}(2\pi - 2\varphi) = 0 \Rightarrow \varphi = \pi.$$

Deoarece

$$\frac{d^2R_{AB}}{d\varphi^2} = \frac{-R}{2} < 0$$

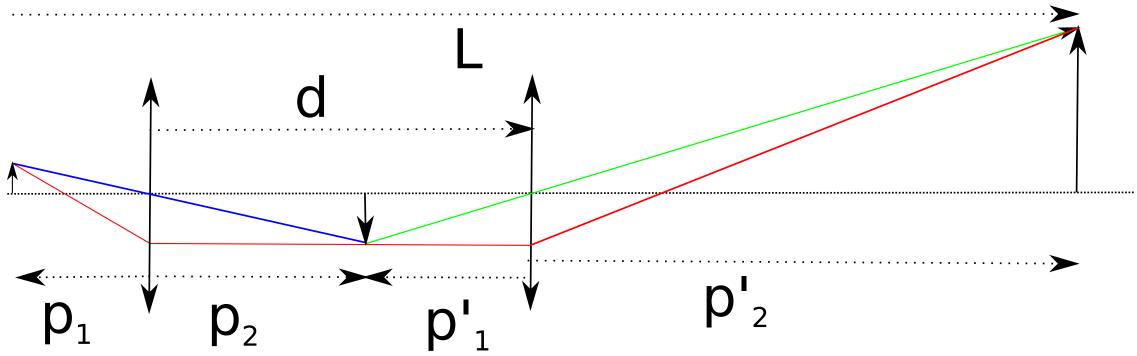
valoarea extrema este un maxim.
În poziția cu 180° cursorul B împarte inelul în două segmente identice, iar rezistența echivalentă va fi maximă:

$$R_{AB_{max}} = \frac{\frac{R}{2}\frac{R}{2}}{R} = \frac{R}{4} = 1\ \Omega.$$

În această situație intensitatea curentului va fi minimă și va avea valoarea:

$$I = \frac{E}{R_{AB_{max}}} = \frac{3\ V}{1\ \Omega}$$

Problema 4. Feladat



a) (10 p)

$$p_1 = -7,5\ cm; f = 5\ cm$$
$$\frac{1}{p_2} - \frac{1}{p_1} = \frac{1}{f} \Rightarrow p_2 = \frac{p_1 f}{p_1 + f} = 15cm$$

Dimensiunile panelului LCD / LCD panel méretei : $b = 16\ mm$ și/és $h = 9\ mm$

$$\gamma = \frac{p_2}{p_1} = -2$$
$$b' = \gamma b = -32mm$$
$$h' = \gamma h = -18mm$$

b) (15 p)

$$L = -p_1 + p_2 - p_1' + p_2' \Rightarrow p_2' - p_1' \equiv D = L + p_1 - p_2 = 277,5\ cm$$
$$p_2' = D + p_1'$$
$$\frac{1}{p_2'} - \frac{1}{p_1'} = \frac{1}{f}$$
$$\frac{1}{D + p_1'} - \frac{1}{p_1'} = \frac{p_1' - D - p_1'}{p_1'(D + p_1')} = \frac{1}{f} \Rightarrow$$
$$-Df = {p_1'}^2 + p_1' D \Rightarrow {p_1'}^2 + p_1' D + Df = 0$$
$$p'_{1a,b} = \frac{-D \pm \sqrt{D(D - 4f)}}{2}$$
$$p'_{1a} = -5,09\ cm; p'_{2a} = 273,41\ cm$$
$$p'_{1b} = -273,41\ cm; p'_{2b} = 5,09\ cm$$

Numai soluția (a) asigură că / csak az (a) megoldás esetén érvényes: $|\gamma'| > 1 \Rightarrow$

$$p_1' \equiv p'_{1a} = -5,09\ cm$$
$$p_2' \equiv p'_{2a} = 273,41\ cm$$
$$d = p_2 - p_1' = 20,09\ cm$$

b) (10 p)

$$\gamma' = \frac{p_2'}{p_1'} \simeq -53,68$$
$$b_{final} = \gamma' b' = 171,78\ cm$$
$$h_{final} = \gamma' h' = 96,63\ cm$$

c) (10 p)

$$L' = 400\ cm$$

$$D' = L' + p_1 - p_2 = 377,5\ cm$$

$$p_1'' = \frac{-D' + \sqrt{D'(D' - 4f)}}{2} = -5,068\ cm$$

$$d' = p_2 - p_1'' = 20,068\ cm$$

Distanța între lentile trebuie micșorată cu / A lencsék közötti távolságot csökkenteni kell $d - d' = 0,022\ cm = 0.22\ mm$-el