

UNIVERSITATEA “BABEȘ-BOLYAI” CLUJ-NAPOCA  
FACULTATEA DE FIZICĂ  
SPECIALIZAREA FIZICĂ TEHNOLOGICĂ

# LUCRARE DE LICENȚĂ

Coordonatori Științifici  
Prof. Dr. Ioan Grosu  
CSI Dr. Liviu-Petru Zârbo

Absolvent  
Anca-Lorena Chendrean

UNIVERSITATEA “BABEȘ-BOLYAI” CLUJ-NAPOCA  
FACULTATEA DE FIZICĂ  
SPECIALIZAREA FIZICĂ TEHNOLOGICĂ

# LUCRARE DE LICENȚĂ

Caracteristici de funcționare ale unui qubit cu arhitectură  
transmonică

Coordonatori Științifici  
Prof. Dr. Ioan Grosu  
CSI Dr. Liviu-Petre Zârbo

Absolvent  
Anca-Lorena Chendrean

# Cuprins

<b>I</b>	<b>Parte documentară</b>	<b>5</b>
<b>1</b>	<b>Qubitul, analogul bitului clasic</b>	<b>5</b>
1.1	Sfera Bloch . . . . .	5
1.2	Sisteme multi-qubit și stări entanglate . . . . .	6
<b>2</b>	<b>Criteriile DiVincenzo</b>	<b>7</b>
<b>3</b>	<b>Implementări de calculator cuantic</b>	<b>9</b>
<b>4</b>	<b>Rezonator cuantic</b>	<b>12</b>
4.1	Operatorii de creare și anihilare . . . . .	12
4.2	Hamiltonianul rezonatorului cuantic . . . . .	13
<b>5</b>	<b>Joncțiunea Josephson</b>	<b>17</b>
5.1	Energia joncțiunii Josephson . . . . .	18
5.2	Echivalentul mecanic al joncțiunii Josephson . . . . .	19
<b>6</b>	<b>De la Cooper Pair Box la Transmon</b>	<b>20</b>
<b>7</b>	<b>Transmonul ca prototip de qubit imun la fluctuațiile de sarcină</b>	<b>21</b>
7.1	Hamiltonianul sistemului . . . . .	23
7.2	Hamiltonianul Transmonului în baza sarcinii . . . . .	25
7.3	Funcțiile de undă în baza Fock . . . . .	27
7.4	Funcțiile de undă în baza sarcinii . . . . .	28
<b>II</b>	<b>Parte Aplicativă</b>	<b>29</b>
<b>8</b>	<b>Jupyter Notebook</b>	<b>29</b>
<b>9</b>	<b>Calcularea Hamiltonianului circuitului</b>	<b>29</b>
<b>10</b>	<b>Reprezentarea funcțiilor de undă în baza sarcinii</b>	<b>32</b>
10.1	Funcțiile de undă pentru un raport $E_J/E_C$ variabil . . . . .	36
<b>11</b>	<b>Reprezentarea energiilor Transmonului</b>	<b>39</b>
11.1	Energiile Transmonului pentru un raport $E_J/E_C$ variabil . . . . .	40
<b>12</b>	<b>Concluzii</b>	<b>46</b>
<b>III</b>	<b>Bibliografie</b>	<b>47</b>

## Abstract

Quantum computation and communication has rapidly developed in the last decade due to the emergence of various propositions for the modelling of quantum systems, which could have the required characteristics of a qubit. This domain, which had been previously regarded as a futuristic research topic, has successfully become a hot topic for the scientists and for the wider public alike, because of its potential, previously inaccessible applications.

Because of their great computational speed, quantum computers could come up with solutions for very complex problems, solutions which cannot be computed by the supercomputers available nowadays. Such possible applications include: the detailed study of the behaviour of the atoms in molecular structures, taking into consideration the interactions between the electrons and logistical optimization for the global shipping network [1], once the quantum computers have become scalable and reliable enough.

One of the most widely-utilised superconducting qubits is the Transmon, which has become, since the moment of its design, a key part of numerous architectures of quantum information processing [2]. The reason for this is that the sensitivity to charge noise of the Transmon is significantly reduced compared to that of the Cooper Pair Box( CPB).

The purpose of this paper is to study the behaviour of the Transmon superconducting qubit, by calculating and plotting its wavefunctions and energy levels with respect to different circuit parameters. These computations have been made by considering the experimental values found in specialized scientific papers, and by varying different important parameters, to observe the dynamics of the system. Following this analysis, we could draw some conclusions about the range of values of these parameters, in order for the Transmon to reach the optimal regime of operation.

This paper is divided into 3 chapters. **Chapter 1** introduces the terms and concepts related to quantum computation, enunciates the criteria for a physical system to be considered an eligible candidate for a quantum computer and describes a series of quantum computer implementations from recent years.

In **chapter 2**, I described the open-source platform that I used for writing my programs, designed for calculating the Hamiltonian, the wavefunctions and the energy levels of the circuit, with respect to different parameters. I included the code, the plots and, at the end of this chapter, I provided some conclusions about the behaviour and the optimal regime of the Transmon.

**Chapter 3** contains the bibliographic references which were used, while writing this paper.

## Introducere

Domeniul computației și comunicației cuantice a prins un foarte mare avânt în ultimul deceniu, odată cu apariția propunerilor diverse și numeroase de realizare a sistemelor cuantice, care ar putea avea un comportament de qubit. Acest domeniu, privit înainte ca o linie de cercetare futuristă, foarte îndepărtată de capacitățile tehnologice actuale, a reușit să devină un subiect de mare interes, atât pentru cercetătorii științifici și cadrele didactice din mediul academic, cât și pentru publicul larg, interesat de potențialele aplicații, anterior inaccesibile, ale acestei tehnologii.

Datorită puterii și vitezei foarte mari de computație, implementările de calculatoare cuantice ar putea să aducă soluții problemelor foarte complexe, care depind de numeroși parametri, soluții care nu pot fi determinate, la momentul actual, nici de supercalculatoarele disponibile. Astfel, aplicații precum: studierea detaliată a comportamentului atomilor din diferite structuri moleculare, luând în considerare interacțiunile dintre electroni, precum și optimizarea logistică a rețelei globale a rutelor de transport [1] sunt câteva exemple ale posibilelor capacități ale calculatoarelor cuantice, în momentul în care acestea ar ajunge să prezinte scalabilitate și fiabilitate ridicată, criterii care nu sunt îndeplinite la momentul actual.

Dintre numeroșii qubiți supraconductori care au fost proiectați până în momentul de față, Transmonul a devenit unul dintre cei mai utilizați și reprezintă o parte cheie a unei serii numeroase de arhitecturi de procesare a informației cuantice[2]. Utilizarea sa la scară largă se datorează faptului că sensibilitatea la fluctuațiile de sarcină este foarte mult redusă față de Cooper Pair Box( CPB), unul dintre primele sisteme fizice utilizate pentru observarea comportamentului cuantic, la nivel macroscopic, a circuitelor electrodinamicii cuantice[2].

Scopul acestei lucrări este studierea comportamentului circuitelor supraconductoare cu arhitectură transmonică, prin determinarea funcțiilor de undă și a nivelelor energetice, atât pentru niște valori experimentale realiste, preluate din articole științifice, cât și pentru varierea unor parametri, pentru a observa cum anumite variabile influențează dinamica sistemului. În urma acestor analize, am putut trage niște concluzii referitoare la intervalele de valori pentru parametrii sistemului, care permit Transmonului să intre în regimul optim de funcționare.

Această lucrare este împărțită în 3 capitole. **Capitolul 1** introduce o serie de termeni și concepte specifice domeniului computației cuantice, prezintă criteriile esențiale pentru ca un sistem fizic să poată fi considerat eligibil pentru a efectua procesarea fezabilă a informației cuantice și descrie o serie de exemple de implementări de calculator cuantic din ultimul deceniu. Începând cu secțiunea 4, am realizat o descriere matematică a unor sisteme predecesoare Transmonului, dar al căror studiu exhaustiv a dus la dezvoltarea de qubiți supraconductori cu proprietăți superioare, printre care se numără și Transmonul. La finalul acestui capitol, am început studiul teoretic al circuitului cu arhitectură transmonică.

În **capitolul 2**, am descris platforma open-source în care am realizat programele pentru calculul Hamiltonianului, funcțiilor de undă și a nivelelor energetice ale Transmonului, în funcție de niște valori preluate din literatura de specialitate și am variat parametrii acestui circuit pentru a-i studia comportamentul. La finalul capitolului, am inclus concluziile referitoare la dinamica Transmonu-

lui, precum și observațiile asupra diferitelor regimuri de funcționare ale acestuia, regimuri induse de varierea parametrilor de interes.

**Capitolul 3** cuprinde referințele bibliografice, care au contribuit la realizarea și structurarea acestei lucrări de licență.

## Partea I

# Parte documentară

## 1 Qubitul, analogul bitului clasic

Un qubit este un sistem cuantic care prezintă 2 nivele energetice. Acesta reprezintă unitatea de informație cuantică. Stările qubitului pot fi reprezentate sub formă de vectori în spațiul vectorial  $\mathbb{C}^2$  și pot fi denotate, în mod convențional:  $|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  și  $|1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

Semnificația fizică a acestor vectori depinde de construcția sistemului care realizează procesarea informației cuantice. În unele implementări,  $|0\rangle$  denotă polarizarea verticală a unui foton, în timp ce  $|1\rangle$  o denotă pe cea orizontală. În alte exemple,  $|0\rangle$  reprezintă starea spinului ”în sus”, în timp ce  $|1\rangle$  o reprezintă pe cea ”în jos”. În cazul sistemelor care utilizează atomi sau ioni,  $|0\rangle$  semnifică starea fundamentală, iar  $|1\rangle$  este prima stare excitată a atomului sau ionului [3].

Este convenabil să presupunem că  $|0\rangle$  corespunde valorii logice 0, iar  $|1\rangle$  corespunde valorii 1, însă qubitul poate fi și într-o stare de superpoziție.

Caracteristica principală care separă un qubit de un bit este, conform legilor mecanicii cuantice, faptul că stările permise ale unui singur qubit umplu un spațiu vectorial bidimensional complex [3], în care o stare generală este descrisă drept  $|\Psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ , unde  $\alpha$  și  $\beta$  sunt numere complexe, care respectă o convenție de normare  $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ .

Dacă facem o măsurătoare pentru a determina în ce stare se află  $|\Psi\rangle$ , rezultatul va fi 0 cu o probabilitate de  $|\alpha|^2$  și 1 cu o probabilitate de  $|\beta|^2$ . Atunci când realizăm această măsurătoare, vectorul de stare ”colapsează” în vectorul propriu corespunzător valorii proprii observate. Rezultatul măsurătorilor aplicate unui qubit va fi întotdeauna una din valorile proprii, denotate, în mod abstract, prin 0 și 1, la fel ca în cazul bitului clasic.

### 1.1 Sfera Bloch

Reprezentarea grafică a unui qubit poate fi utilă în vizualizarea stării sistemului. În urma exprimării stării qubitului în funcție de parametrii  $\theta$  și  $\phi$ :  $|\Psi(\theta, \phi)\rangle = \cos \frac{\theta}{2}|0\rangle + e^{i\phi} \sin \frac{\theta}{2}|1\rangle$ , unde  $\phi \in \mathbb{R}$  este diferența de fază dintre stările  $|0\rangle$  și  $|1\rangle$ , din moment ce faza globală nu poate fi măsurată.

Considerând  $\theta$  și  $\phi$  coordonate sferice ( $r=1$ , deoarece amplitudinea stării qubitului este 1), este posibilă plotarea stării qubitului pe suprafața unei sfere, numită sfera Bloch [5], unde  $0 \leq \theta \leq \pi$  și  $0 \leq \phi \leq 2\pi$ . Atunci, o stare  $|\Psi(\theta, \phi)\rangle$  poate fi reprezentată ca un vector unitate  $\hat{n}(\theta, \phi)$  pe suprafața acestei sfere [2], unde  $\hat{n}(\theta, \phi) = (\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta)^t$ .

Spre exemplu, în cazul stării  $|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$ , cu  $\theta = \frac{\pi}{2}$  și  $\phi = 0$ , vom avea următoarea

reprezentare grafică cu ajutorul sferei Bloch:

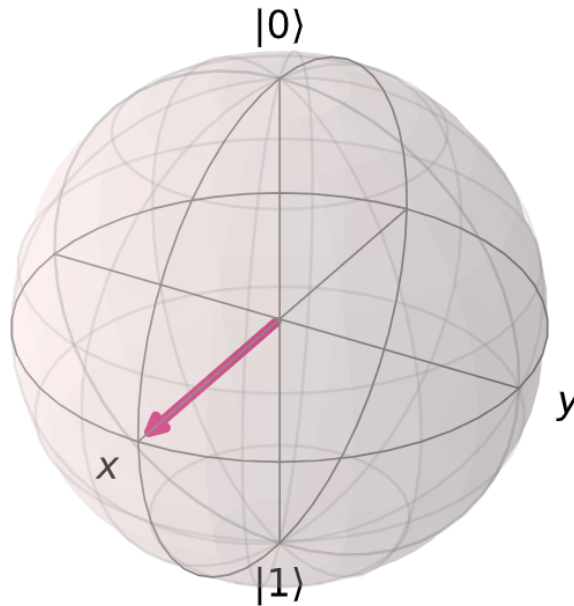


Figura 1: Reprezentarea grafică a stării  $|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$  pe sfera Bloch. Reprodușă din ref. [5].

## 1.2 Sisteme multi-qubit și stări entanglate

Un sistem cuantic format din  $n$  qubiți, numit și registru cuantic, nu poate fi descris, în mod suficient, prin specificarea stării fiecărei componente în parte [4]. Fiecare qubit din registru este descris de un vector complex, bidimensional, de forma  $a_i|0\rangle + b_i|1\rangle$ , deci, e necesar un set de  $2n$  numere complexe  $\{a_i, b_i\}_{1 \leq i \leq n}$  pentru a specifica starea acestuia. Astfel, starea poate fi scrisă ca un produs tensorial:  $(a_1|0\rangle + b_1|1\rangle) \otimes (a_2|0\rangle + b_2|1\rangle) \otimes \dots \otimes (a_n|0\rangle + b_n|1\rangle)$ .

Însă, în tratarea completă a mecanicii cuantice, trebuie luată în considerare superpoziția stărilor date de produsul tensorial, care nu poate fi descompusă sub formă de produs tensorial, în toate cazurile[4]. O astfel de stare poartă numele de stare entanglată.

Un vector de stare pentru registru e reprezentat astfel:  $|\Psi\rangle = \sum_{i_k=0,1} a_{i_1 i_2 \dots i_n} |i_1\rangle \otimes |i_2\rangle \otimes \dots \otimes |i_n\rangle$ . Acest vector aparține unui spațiu complex  $2^n$ -dimensional, spațiu a cărei bază are următoarea formă  $\{b_{n-1} b_{n-2} \dots b_0\}$ , unde  $b_{n-1}, b_{n-2}, \dots, b_0 \in \{0, 1\}$  și este formată din  $2^n = e^{n \ln 2}$  vectori.

Stările entanglate nu au un corespondent în mecanica clasică și sunt niște resurse foarte puternice în domeniile computației și comunicației cuantice [4].



## 2 Criteriile DiVincenzo

Un sistem fizic poate să îndeplinească funcțiile unui calculator cuantic, numai dacă satisface 7 criterii, propuse de către David DiVincenzo[4].

### 1. Sistemul trebuie să prezinte scalabilitate și qubiți bine definiți.

Pentru a avea un calculator cuantic fiabil, este necesar ca sistemul fizic să conțină o colecție numeroasă de qubiți. Starea generală a 2 qubiți  $\alpha|00\rangle + \beta|01\rangle + \gamma|10\rangle + \delta|11\rangle$  este un vector cu dimensiunea 4, câte o dimensiune pentru fiecare stare distinctă a celor 2 sisteme. Aceste stări sunt, în mod generic, entanglate, ceea ce înseamnă că nu pot fi rescrise ca produsul stărilor a 2 qubiți individuali [3]. Starea generală a unui sistem format din n qubiți este un vector complex,  $2^n$ -dimensional.

Cea mai simplă modalitate de a realiza fizic un qubit este de a considera un sistem cuantic format din 2 nivele energetice. De asemenea, trebuie considerat un subspațiu bidimensional, de exemplu cel format din starea fundamentală și prima stare excitată, sau a unui spațiu Hilbert multi-dimensional, precum nivelele energetice atomice.

Cele două stări reprezintă vectorii bazei,  $|0\rangle$  și  $|1\rangle$  ai subspațiului Hilbert. Astfel, o stare generală a unui singur qubit ia următoarea formă:  $|\Psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ , unde  $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ . O stare multi-qubit este extinsă în funcție de produsul tensorial al acestor vectori din bază. Fiecare qubit trebuie să fie capabil să fie apelat individual. Mai mult decât atât, sistemul propus trebuie să prezinte scalabilitate până la un număr mare de qubiți [4]. Astfel, spațiul vectorial al qubiților poate fi extins până la o dimensiune d (qudit).

Un qubit bine definit prezintă parametri fizici cunoscuți cu o precizie ridicată, precum Hamiltonianul qubitului, care indică valorile proprii energetice, prezența cuplajelor cu alte stări ale qubitului, interacțiunile cu alți qubiți, precum și cuplaje cu câmpurile exterioare, care pot fi utilizate în controlul qubitului [3].

### 2. Sistemul trebuie să fie capabil să inițializeze starea qubiților la o stare aleasă convențional, de exemplu $|00\dots 0\rangle$ .

La fel ca în cazul calculatoarelor clasice, rezultatele obținute în urma seriei de operații și proceduri computaționale sunt dependente de starea inițială a sistemului, format din biți, respectiv qubiți.

În multe dintre implementările de calculatoare cuantice, procesul de inițializare este realizat, lăsând sistemul să ajungă la starea fundamentală prin răcire. Însă, pentru unele modele, precum calculatoarele cuantice cu rezonanță magnetică (NMR), răcirea la temperaturi foarte scăzute este imposibilă [4]. În aceste cazuri, starea inițială considerată este una populată, datorită energiei termice.

### 3. Sistemul trebuie să aibă timpi de decoerență mari, mult mai mari ca timpii de operare a porților logice cuantice.

Fenomenul de decoerență este, probabil, cel mai mare obstacol în realizarea unui calculator cuantic viabil[4]. Aceasta apare datorită interacțiunilor sistemului cu mediul și setează un timp maxim disponibil pentru realizarea operațiilor cuantice. Acest timp de decoerență reprezintă timpul în care o stare cuantică pură

$\rho_0 = (\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle)(\alpha^*\langle 0| + \beta^*\langle 1|)$  se degradează într-o stare cuantică mixtă:

$\rho = |\alpha|^2|0\rangle\langle 0| + |\beta|^2|1\rangle\langle 1|$  și caracterizează dinamica sistemului cuantic, aflat în contact cu mediu.

Însă, timpul de decoerență nu este parametrul căutat în propunerea și realizarea implementărilor de calculatoare cuantice, ci raportul dintre timpul de decoerență și timpul de operare al porților cuantice, astfel încât sistemul să aibă un timp suficient pentru a realiza operațiile necesare și a obține un rezultat riguros. Astfel, un raport cât mai mare între timpul de decoerență și timpul de operare este de dorit.

#### **4. Sistemul trebuie să aibă un set ”universal” de porți cuantice.**

Pentru procesarea eficientă a informației, utilizatorul trebuie să poată aplica asupra qubiților operații logice arbitrare. Pentru a realiza acest lucru, este necesar ca utilizatorul să aibă la dispoziție atât porți cuantice logice cu un singur qubit, cât și porți logice cu 2 qubiți sau porți multi-qubit.

#### **5. Sistemul trebuie să fie capabil să realizeze măsurători asupra unui qubit specific.**

Starea, după execuția unui algoritm cuantic, trebuie să fie măsurată pentru a extrage rezultatul procesului computațional. Procesul de măsurare depinde foarte tare de sistemul fizic considerat.

În cazul unei măsurători ideale, dacă matricea densității unui qubit este  $\rho = p|0\rangle\langle 0| + (1-p)|1\rangle\langle 1| + \alpha|0\rangle\langle 1| + \alpha^*|1\rangle\langle 0|$ , măsurătoarea ar trebui să indice rezultatul ”0” cu probabilitatea  $p$  și rezultatul ”1” cu probabilitatea  $1-p$ , independent de  $\alpha$  sau oricare alt parametru al sistemului, inclusiv stările qubiților vecini, și fără a modifica starea generală a calculatorului cuantic [3].

Măsurătorile nu au o eficiență de 100% din cauza decoerenței și erorilor de operare a porților logice cuantice. Din acest motiv, același procedeu computațional trebuie să fie repetat de un număr mare de ori pentru a atinge o fiabilitate ridicată. Însă, deși eficiența 100% a calculatorului cuantic este de dorit, nu este necesară o eficiență atât de mare în procesele computaționale reale, pentru a se ajunge la rezultate relevante. Spre exemplu, dacă un calculator cuantic prezintă o eficiență de 90%, atunci, în absența altor imperfecțiuni de construcție și operare, un calcul computațional cu o ieșire pe un singur bit va avea o precizie de 90%. Dacă este dorită obținerea unui rezultat cu o precizie de 97%, operația computațională trebuie rulată de încă 3 ori[3].

În continuare, următoarele 2 criterii se referă la capacitatea de a crea un network de procesare a informației cuantice [4]. Astfel, informația cuantică poate fi trimisă și stocată de către utilizatori.

#### **6. Sistemul trebuie să fie capabil să realizeze inteschimbarea între un qubit static și un ”flying qubit”.**

Protocoloalele de comunicație cuantică se bazează pe interschimbarea și transmiterea stărilor cuantice coerente sau qubiților entanglați. Atunci când sunt create perechi de qubiți entanglați într-un mediu experimental, acești qubiți nu pot părăsi incinta experimentală, fără a trece într-o stare cuantică mixtă, în urma procesului de decoerență. ”Flying qubit”-ul este un model propus de qubit care ar putea fi transmis dintr-un nod de comunicare în altul, punând, astfel, bazele unei rețele de comunicație cuantică [3].

#### **7. Sistemul trebuie să fie capabil să transmită, în mod fiabil, ”flying qubits” între locații diferite.**

Aceasta este o cerință indispensabilă pentru comunicația cuantică, în special pentru distribuirea de chei cuantice de decodare a informației.

Aproape toate propunerile pentru implementarea calculatoarelor cuantice, capabile să susțină un network de procesare a informației, pornesc de la premisa că stările fotonilor, cu qubitul codificat ori în polarizarea, ori în funcția de undă spațială a fotonului, o să fie "flying qubit"-ul ales, datorită tehnologiei foarte avansate de transmisie a luminii prin fibră optică, tehnologie accesibilă la momentul actual [3].

### 3 Implementări de calculator cuantic

Prelucrarea informației cuantice s-a evidențiat ca un domeniu bogat și captivant, atât datorită potențialelor sale aplicații în criptografie și în mărirea vitezei computaționale, cât și datorită valorii sale în proiectarea sistemelor cuantice care pot fi utilizate pentru studierea fizicii fundamentale, în moduri anterior inaccesibile. Procesoarele calculatoarelor cuantice valorifică proprietățile intrinseci ale sistemelor mecanice cuantice, cum ar fi paralelismul cuantic și interferența cuantică, pentru a găsi soluții problemelor care nu pot fi rezolvate de calculatoarele clasice[6].

În ultimii 20 de ani, dezvoltările rapide în știința și ingineria sistemelor cuantice au pus bazele computației cuantice, avansând această știință din punctul explorării științifice a sistemelor cuantice simple izolate până în punctul creării și manipulării procesoarelor multi-qubit[6]. Rezultatul este apariția unei noi discipline numite inginerie cuantică, care servește drept punte de legătură între științele de bază, matematica și informatica și domeniile asociate, în general, cu ingineria tradițională.

O platformă proeminentă pentru construcția unui procesor cuantic multi-qubit implică qubiti supraconductori, la nivelul cărora informația este stocată în gradele de libertate cuantice ale oscilatorilor anarmonici nanofabricați, construiți din elemente de circuit supraconductoare [6]. Aceștia sunt macroscopici ca mărime și definiți litografic, comparativ cu alte astfel de platforme disponibile. O caracteristică remarcabilă a circuitelor supraconductoare este faptul că spectrele nivelelor lor energetice sunt guvernate de parametrii elementelor de circuit și, deci, sunt configurabili. Ei pot fi proiectați să prezinte spectre energetice asemănătoare cu cele ale atomilor, cu proprietățile dorite. Din acest motiv, aceștia mai poartă numele de atomi artificiali, oferind un domeniu larg de parametri ai proprietăților qubitilor și a regimurilor de operare, cu o performanță anticipabilă în termenii frecvențelor de tranziție, anarmonicității și complexității.

Un alt exemplu de astfel de platformă este dat de implementările de calculator cuantic bazate pe centrul golurilor lasate de azot N-V(Nitrogen-Vacancy) în rețelele cristaline ale diamantului. Această implementare este unică, deoarece spinul qubiților prezintă un timp de decoerență lung, care persistă și la temperatura camerei, în timp ce majoritatea sistemelor cuantice pot ajunge la coerență doar la temperaturi criogenice [7].

În cazul calculatoarelor cuantice bazate pe electroni în capcană electromagnetică, sunt folosite matrice de capcane Penning la 100 mK [8], ilustrate în figura 2. Lucrând în vid și fără interacțiuni hiperfine cu nucleii din volum, într-un mediu criogenic care prezintă doar câmpuri electrice și magnetice statice, ratele de decoerență sunt mici. Într-o matrice bidimensională de capcane Penning

micro-structurate, fiecare electron stochează informație cuantică în spinul său și gradele de libertate de mișcare. Această arhitectură permite scalabilitate și control individual asupra grupurilor de qubiți.

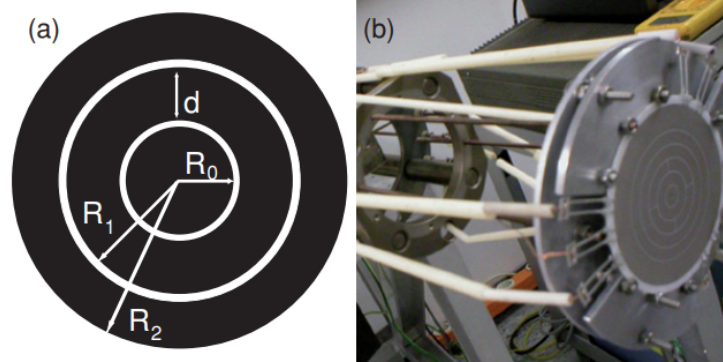


Figura 2: a) Schema unei capcane planare, care are în componență un disc de rază  $R_0$  și un electrod în formă de inel de diametru  $d$  și rază exterioară  $R_1$ . Un alt electrod de rază  $R_2$  este utilizat pentru a compensa anarmonicitățile potențialului aplicat b) Fotografia unui prototip de capcană planară care prezintă mai mulți electrozi în jurul discului central. Diametrul total al discului central ceramic, acoperit cu un strat de argint este  $D=48\text{mm}$ , cu electrozii  $R_0 = 2,5\text{mm}$ ,  $R_1 = 5,8\text{mm}$ ,  $R_2 = 9,1\text{mm}$  și  $d = 3\text{mm}$ . Reprodușă din ref. [8].

Implementările de calculatoare cuantice bazate pe quantum dots, particule semiconductoare la scară nanometrică, care formează o groapă de potențial artificială, în interiorul căreia poate fi confinat un electron, sunt un alt exemplu de interes [4].

Există 2 tipuri de qubiți care folosesc electronii confinați de quantum dot: charge quantum dot, care prezintă 2 structuri quantum dot adiacente, în care starea qubitului corespunde structurii semiconductoare în care este localizat electronul, respectiv spin quantum dot, unde un electron ocupă tot timpul o structură, iar cele 2 stări de spin ale electronului reprezintă vectorii bazei.

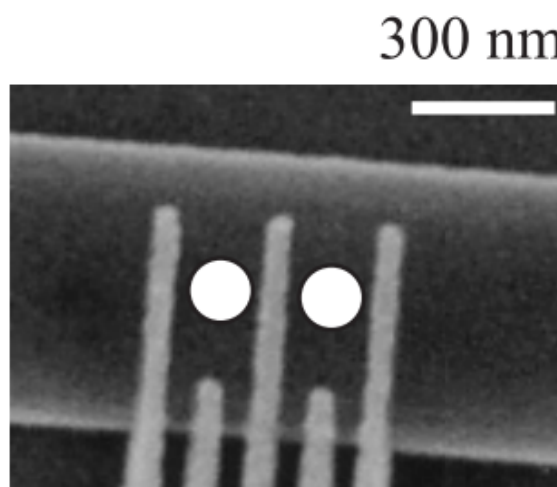


Figura 3: Imagine a unui quantum dot dublu, captată cu ajutorul unui microscop electronic cu scanare (SEM). Reprodușă din ref. [4].

Charge quantum dot, ilustrat în figura 3, este realizat din 2 structuri quantum dot, 5 electrozi de control al porților logice pentru controlul sarcinii, sursa(S) și drain-ul(D). O tensiune negativă este aplicată electrozilor porții pentru a controla individual potențialul electric al fiecărui dot, precum și bariera de tunelare dintre cele două structuri dot [4]. Dacă îl analizăm din punctul de vedere al criteriilor lui DiVincenzo, charge quantum dot prezintă scalabilitate, cu ajutorul tehnologiei actuale de litografie cu semiconductori, iar stările qubiților sunt bine definite, acestea fiind determinate de poziția electronului confinat( pe quantum dot-ul din dreapta sau din stânga structurii). De asemenea, inițializarea stărilor se poate realiza prin injecție cu electroni, iar măsurătorile asupra stării qubiților sunt posibile prin determinări ale curentului de tunelare apărut între cele două structuri dot. Pe de altă parte, timpul de decoerență pentru acest qubit este foarte scurt, datorită fluctuațiilor de sarcină și emisiilor de fononi, iar operațiile cu porți de 2 qubiți nu au fost implementate până în momentul actual, doar cele cu un singur qubit.

Spin quantum dot prezintă, de asemenea, scalabilitate datorită avansului tehnologiei de litografie, iar stările qubitului sunt determinate în funcție de orientarea spinului electronului confinat. La fel ca în cazul charge quantum dot, inițializarea qubitului se poate realiza prin injecție de electroni, iar măsurătorile asupra stărilor se pot realiza prin determinarea curentului de tunelare. În schimb, timpii de decoerență sunt mult mai mari comparativ cu timpii de operare ai porților logice, iar operațiile cu porți cu un singur qubit nu au fost încă implementate, demonstrându-se doar posibilitatea operării porților cu 2 qubiți.

Un alt exemplu de implementare de calculatoare cuantice este realizat cu ajutorul atomilor neutri din punct de vedere electric, prinși într-un potențial periodic de dimensiuni variate, creat de fascicule laser, astfel încât fiecare minim de potențial ”prinde în capcană” un singur atom. Această implementare poate fi observată în figura 4. Acești atomi reprezintă qubiții acestui sistem. Avantajele unei astfel de structuri cuprind: interacțiuni foarte slabe cu mediul exterior, ceea ce duce la un timp așteptat de decoerență mare, posibilitatea operării, atât a porților cu un qubit, cât și a celor cu 2 qubiți, posibilitatea realizării unui sistem multi-qubit foarte extins, datorită interacțiunilor interatomice slabe, atunci când atomii sunt în starea fundamentală, precum și capacitatea de manipulare a qubiților prin inducerea arbitrară a interacțiunii dintre atomi [4].

Analizând sistemul din punctul de vedere al criteriilor lui DiVincenzo, acesta prezintă scalabilitate prin introducerea rețelelor optice, iar vectorii bazei acestui sistem sunt reprezentați de 2 stări atomice interne arbitare, ceea ce le conferă qubiților caracterul bine definit. De asemenea, se poate realiza inițializarea qubiților prin pompaj optic, timpii de decoerență așteptați sunt lungi și sunt disponibile operațional atât porți cuantice cu un singur qubit, cât și cu 2.

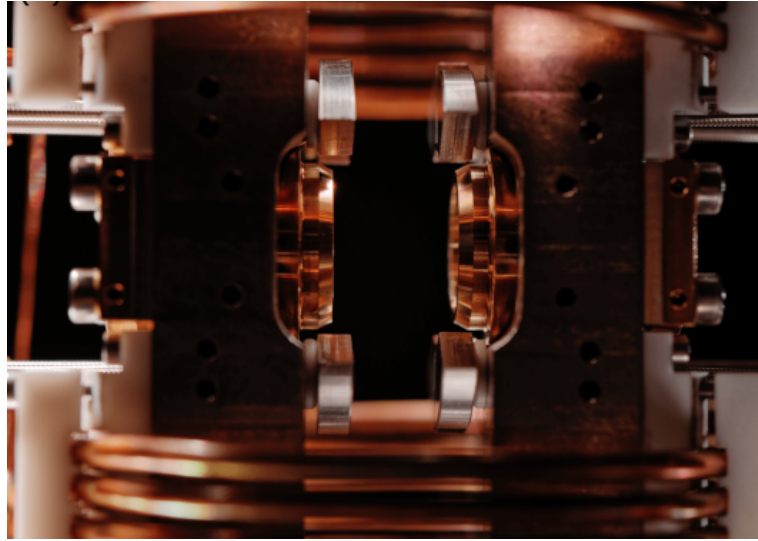


Figura 4: Imaginea unui procesor cuantic, format din atomi prinși în capcană optică. Registrul cuantic este poziționat în centrul acestui dispozitiv. Reprodușă din ref.[9]

## 4 Rezonator cuantic

### 4.1 Operatorii de creare și anihilare

Operatorul de creare  $a^\dagger$  și cel de anihilare  $a$  sunt operatori matematici, cu aplicații în mecanica cuantică, în special în studierea oscilatorului armonic cuantic. Din punctul de vedere al semnificației lor fizice, aplicarea operatorului de anihilare reduce numărul particulelor din sistem cu o unitate, în timp ce operatorul de creare mărește numărul particulelor cu o unitate.

Fie  $|n\rangle$  o stare a sistemului în reprezentarea Fock, unde  $|n\rangle \in \{|0\rangle, |1\rangle, \dots, |n_{max}\rangle\}$ . Prin aplicarea celor doi operatori asupra acestei stări, obținem:

$$\begin{aligned} a^\dagger |n\rangle &= \sqrt{n+1} |n+1\rangle \\ a |n\rangle &= \sqrt{n} |n-1\rangle \end{aligned} \quad (1)$$

Acești operatori respectă relația de comutare:

$$[a, a^\dagger] = 1 \quad (2)$$

Reprezentarea matricială a operatorilor de creare și anihilare ai oscilatorului armonic cuantic în baza ortonormată este următoarea:

$$a^\dagger = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots \\ \sqrt{1} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots \\ 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots \\ 0 & 0 & \sqrt{3} & 0 & \dots & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \sqrt{n} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

$$a = \begin{bmatrix} 0 & \sqrt{1} & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots \\ 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & \dots & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{3} & \dots & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \sqrt{n} & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

Aceste reprezentări pot fi obținute cu ajutorul relațiilor:

$$\begin{aligned} a_{ij}^\dagger &= \langle \Psi_i | a^\dagger | \Psi_j \rangle \\ a_{ij} &= \langle \Psi_i | a | \Psi_j \rangle \end{aligned} \quad (3)$$

unde  $\Psi_i$  sunt vectorii proprii ai oscilatorului armonic.

## 4.2 Hamiltonianul rezonatorului cuantic

Un sistem cuantic este guvernat de ecuația Schrödinger dependentă de timp:

$$\hat{H}|\Psi(t)\rangle = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\Psi(t)\rangle, \quad (4)$$

unde  $|\Psi(t)\rangle$  este starea sistemului cuantic la momentul  $t$ ,  $\hbar$  este constanta redusă Planck și  $\hat{H}$  este Hamiltonianul care descrie energia totală a sistemului. Datorită faptului că ecuația Schrödinger este o ecuație diferențială liniară de ordinul întâi, dinamica temporală a sistemului cuantic poate fi privită ca un exemplu de sistem dinamic liniar cu o soluție formală [6],

$$|\Psi(t)\rangle = e^{-\frac{i\hat{H}t}{\hbar}} |\Psi(0)\rangle, \quad (5)$$

Hamiltonianul independent de timp  $\hat{H}$  guvernează evoluția temporală a sistemului prin intermediul operatorului  $e^{-\frac{i\hat{H}t}{\hbar}}$ . Prin urmare, la fel ca în sistemele clasice, aflarea Hamiltonianului este primul pas în determinarea comportamentului dinamic al sistemului.

Pentru a înțelege dinamica circuitului qubit supraconductor, este naturală începerea studierii descrierii clasice a unui circuit liniar rezonant LC [6], reprezentat în figura 5. În acest sistem, energia

oscilează între forma de energie electrică în condensatorul C și forma de energie magnetică în bobina L.

În continuare, se va face asocierea arbitrară a energiei electrice cu energia cinetică și a energiei magnetice cu energia potențială a oscilatorului [6]. Energia instantanee, dependentă de timp, în fiecare element este dată de:

$$E(t) = \int_{-\infty}^t V(t')I(t')dt', \quad (6)$$

unde  $V(t')$  și  $I(t')$  reprezintă tensiunea și curentul pe condensator sau bobină. Urmărind abordarea standard a formalismului Lagrange-Hamilton, elementele de circuit sunt reprezentate în funcție de una din coordonatele generalizate ale sistemului, în cazul de față, fluxul  $\Phi(t)$ .

$$\Phi(t) = \int_{-\infty}^t V(t')dt', \quad (7)$$

În acest exemplu, tensiunea la noduri este egală cu tensiunea de-a lungul brațelor pe care sunt situate elementele de circuit. Cunoscând relațiile  $V = L\frac{\partial I}{\partial t}$  și  $I = C\frac{\partial V}{\partial t}$  și utilizându-le în formulele (6) și (7), obținem termenii energetici pentru condensator și bobină, integrând prin părți:

$$\begin{aligned} \tau_C &= \frac{1}{2}C\dot{\Phi}^2 \\ u_L &= \frac{1}{2L}\Phi^2 \end{aligned} \quad (8)$$

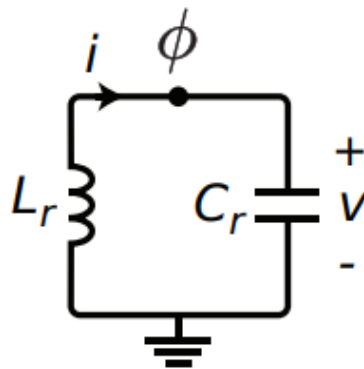


Figura 5: Circuit pentru un oscilator LC paralel (oscilator armonic cuantic), cu inductanța L în paralel cu capacitatea C. Reprodusă din ref. [6]

Lagrangianul sistemului este definit ca diferența dintre energia cinetică și cea potențială și poate fi exprimată în funcție de expresiile obținute în (8):

$$\mathfrak{L} = \tau_C - u_L = \frac{1}{2}C\dot{\Phi}^2 - \frac{1}{2L}\Phi^2. \quad (9)$$



Din expresia (9) putem să obținem, mai departe, Hamiltonianul, folosind transformarea Legendre:

$$H = Q\dot{\Phi} - \mathcal{L}, \quad (10)$$

unde  $Q = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\Phi}} = C\dot{\Phi}$ . Atunci, Hamiltonianul sistemului poate fi scris:

$$H = \frac{Q^2}{2C} + \frac{\Phi^2}{2L} = \frac{1}{2}CV^2 + \frac{1}{2}LI^2 \quad (11)$$

Hamiltonianul descris mai sus este unul clasic. Pentru a ajunge la o descriere cuantică a sistemului, trebuie să transformăm coordonatele de sarcină și flux în operatori cuantici [6]. În timp ce coordonatele clasice satisfac paranteza Poisson:

$$\{\Phi, Q\} = \frac{\partial \Phi}{\partial \Phi} \frac{\partial Q}{\partial Q} - \frac{\partial Q}{\partial \Phi} \frac{\partial \Phi}{\partial Q} = 1, \quad (12)$$

operatorii cuantici satisfac o relație de comutare:

$$[\hat{\Phi}, \hat{Q}] = \hat{\Phi}\hat{Q} - \hat{Q}\hat{\Phi} = i\hbar. \quad (13)$$

Definind fluxul redus  $\phi = 2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}$  și sarcina redusă  $n = \frac{Q}{2e}$ , Hamiltonianul sistemului devine:

$$\hat{H} = 4E_C \hat{n}^2 + \frac{1}{2}E_L \hat{\phi}^2, \quad (14)$$

unde  $E_C = \frac{e^2}{2C}$  este energia de încărcare necesară pentru a adăuga fiecare electron al perechii Cooper la insulă, și  $E_L = \frac{(\Phi_0)^2}{2L}$  este energia inductivă, unde  $\Phi_0 = h/(2e)$  este cuanta magnetică de flux. În plus, operatorul cuantic  $\hat{n}$  este numărul de perechi Cooper în exces de pe insulă, iar  $\hat{\phi}$ , fluxul redus, mai este denumit și gauge-invariant phase [6]. Acești doi operatori formează o pereche conjugată canonică, respectând relația de comutare:  $[\hat{\phi}, \hat{n}] = i$ .

Hamiltonianul din ecuația (14) este identic cu cel care descrie o particulă într-un potențial uni-dimensional de formă pătratică, un oscilator armonic cuantic (QHO) [6]. Putem trata  $\phi$  ca o coordonată generalizată de poziție, astfel încât primul termen să fie considerat energia cinetică, iar cel de-al doilea termen energia potențială.

Se pot reprezenta aceste rezultate într-o formă mai compactă, în cea de-a doua cuantificare pentru Hamiltonianul oscilatorului armonic cuantic (QHO):

$$H = \hbar\omega_r \left( a^\dagger a + \frac{1}{2} \right), \quad (15)$$

unde  $a^\dagger$  și  $a$  sunt operatorii de creare, respectiv anihilare ai unei singure excitații a rezonatorului. Operatorii de sarcină redusă și de fază pot fi scriși în funcție de  $a^\dagger$  și  $a$ , în următoarea formă:

$$\begin{aligned} n &= n_{zpf} \times i(a - a^\dagger) \\ \phi &= \phi_{zpf} \times (a + a^\dagger), \end{aligned} \quad (16)$$

unde  $n_{zpf} = [E_L/(32EC)]^{1/4}$  și  $\phi_{zpf} = (2EC/EL)^{1/4}$  sunt valorile în punctul de fluctuații zero ale sarcinii și, respectiv, fazei. Din punctul de vedere al mecanicii cuantice, stările cuantice sunt reprezentate ca funcții de undă care sunt, în general, distribuite într-un interval de valori de  $n$  și  $\phi$  și, în consecință, funcțiile de undă au abateri standard nenule. Astfel de distribuții ale funcției de undă sunt denumite fluctuații cuantice și ele există, chiar și în starea fundamentală, unde sunt numite fluctuații de punct zero [6].

Funcțiile de undă pentru oscilatorul armonic cuantic au următoarea formă în baza adimensională  $(n, \phi)$ :

$$\Psi^{HO}(\phi) = \frac{1}{\sqrt{n!2^n\sqrt{\pi}}} e^{-\frac{\phi^2}{2\phi_{zpf}^2}} H_n\left(\frac{\phi}{\sqrt{2}\phi_{zpf}}\right), \quad (17)$$

Graficul funcțiilor de undă  $\Psi$  în funcție de numărul cuantelor de flux  $\phi$  are următoarea formă:

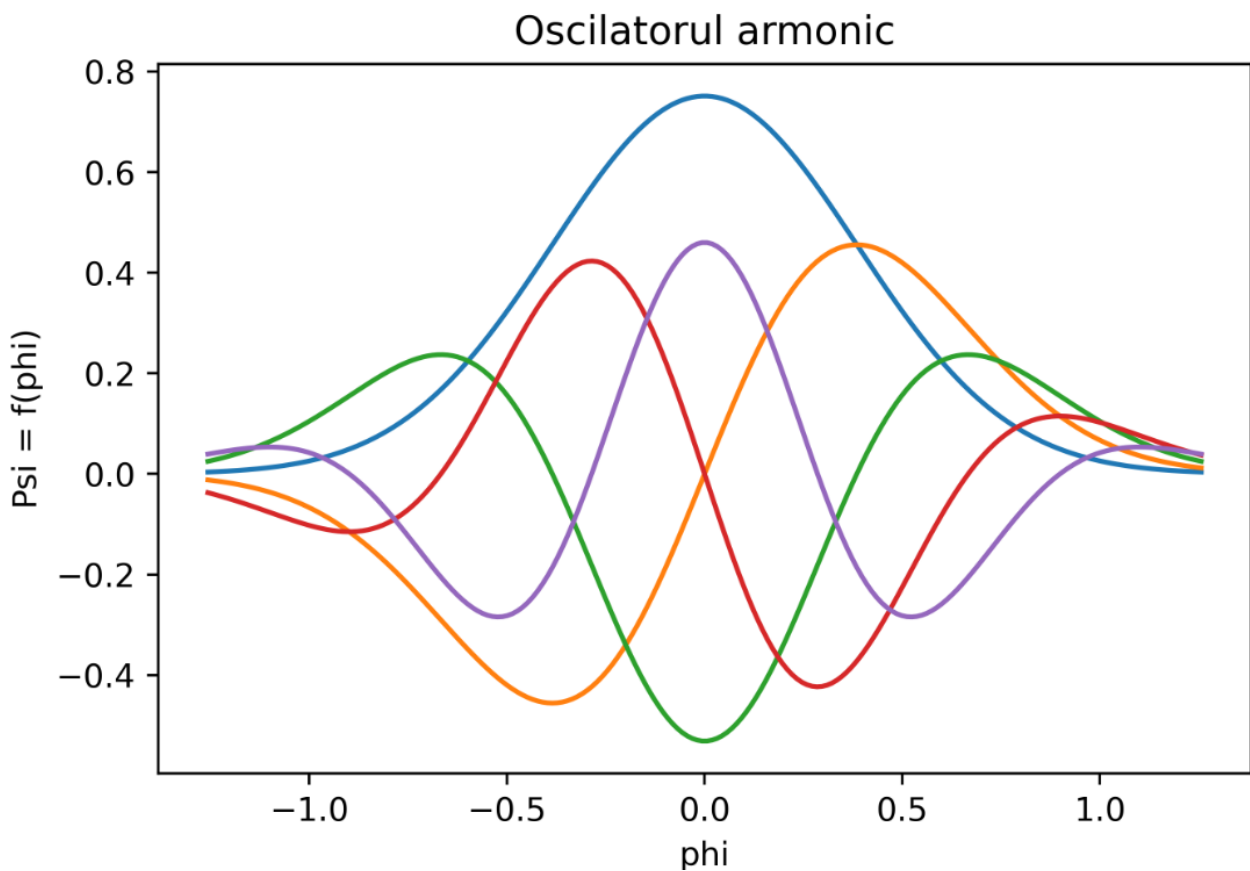


Figura 6: Graficul primelor 5 funcții de undă  $\Psi$  în funcție de numărul cuantelor de flux  $\phi$

## 5 Joncțiunea Josephson

Joncțiunea Josephson este un sistem supraconductor realizat, de obicei, din 2 supraconductori între care există un izolator de grosime de ordinul a câțiva nanometri, după cum se poate observa în figura 7. Acest sandwich supraconductor-izolator-supraconductor prezintă o dependență I-V neliniară, o proprietate cheie în realizarea majorității qubiților supraconductori [2]. Această neliniaritate provine din faptul că joncțiunea Josephson se comportă ca o barieră la mișcarea perechilor Cooper. Cu toate acestea, precum se întâmplă și în cazul barierelor de potențial, funcțiile de undă ale perechilor Cooper se pot extinde în spațiul izolator. Menținând grosimea acestui spațiu destul de mică, funcțiile de undă asociate celor doi supraconductori se pot suprapune, permițând interacțiuni între cele două regiuni supraconductoare. Datorită acestei interacțiuni, perechile Cooper pot să realizeze fenomenul de tunelare coerentă între cele două regiuni supraconductoare, fără a fi necesar un potențial electric aplicat joncțiunii. Supercurentul de tunelare rezultat prezintă o dependență neliniară de tensiunea joncțiunii.

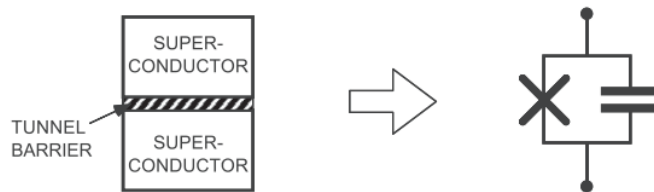


Figura 7: O joncțiune de tunel Josephson modelată ca un element de tunel Josephson în paralel cu un condensator. Reprodusă din ref. [10]

Joncțiunea Josephson poate fi modelată electric sub forma unui element tunel supraconductor pur, numit și element Josephson, care poate fi tratat ca un inductor neliniar, grupat în paralel cu un condensator [10].

La o temperatură de câțiva zeci de mK, toți electronii din electrozii supraconductori de pe fiecare parte a joncțiunii sunt grupați în perechi Cooper. Toate gradele de libertate interne din electrozi sunt, așadar, înghețate, iar joncțiunea este caracterizată numai prin două grade de libertate independente și colective: sarcina  $Q(t)$  din condensator și numărul  $N(t)$  de perechi Cooper care au realizat fenomenul de tunelare de-a lungul elementului Josephson [10]. Sarcina  $Q_J = -2eN(t)$  care a trecut prin elementul Josephson până la momentul  $t$  nu trebuie să fie egală cu  $Q(t)$  dacă joncțiunea e conectată la un circuit electric.

Elementul Josephson poate să fie caracterizat și printr-un flux generalizat  $\Phi_J$ , o variabilă care poate

fi definită ca integrala în funcție de timp a unei tensiuni instantanee  $v_J$  de-a lungul elementului:

$$\phi_J(t) = \int_{-\infty}^t v_J(t') dt' \quad (18)$$

Elementul Josephson e caracterizat de următoarea relație curent-flux:

$$i(t) = I_c \sin[\phi(t)] \quad (19)$$

## 5.1 Energia joncțiunii Josephson

În cazul joncțiunii Josephson, avem, deci, relațiile specifice:

$$\begin{aligned} I(\phi) &= I_c \sin(\phi), \\ V &= \Phi_0 \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi}{dt}, \end{aligned} \quad (20)$$

unde  $I_c = 2eE_J/\hbar$  este curentul critic al joncțiunii, care caracterizează cantitatea maximă de curent care poate realiza o tunelare coerentă prin joncțiune și  $\Phi_0 = \frac{h}{2e}$ .  $E_J$  este energia Josephson care măsoară energia asociată unei perechi Cooper care realizează tunelarea prin joncțiune.  $E_J$  prezintă următoarea forma dată de teoria circuitelor:  $E_J = L_J I_c^2$ , unde  $L_J$  este inductanța Josephson, adică inductanța minimă posibilă a joncțiunii.

$$U_J = \int IV dt = \int I_c \sin(\phi) \Phi_0 \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi}{dt} dt = I_c \Phi_0 \frac{1}{2\pi} \int \sin(\phi) d\phi \quad (21)$$

$$U_J = -\Phi_0 \frac{I_c}{2\pi} \cos \phi \quad (22)$$

Dacă notăm

$$\Phi_0 \frac{I_c}{2\pi} = E_J,$$

atunci:

$$U_J = -E_J \cos \phi \quad (23)$$

Înlocuind expresia găsită pentru energia potențială în expresia Lagrangianului, vom obține:

$$\mathcal{L} = \dot{\Phi}^2 \frac{(C + C_J)}{2} + E_J \cos \phi \quad (24)$$

Hamiltonianul joncțiunii Josephson este suma dintre termenul energetic dominant corespunzător inductanței și termenul energetic capacitiv:

$$H = H_c + H_L = 4E_c n^2 - E_J \cos \phi \quad (25)$$

## 5.2 Echivalentul mecanic al joncțiunii Josephson

Deși abordarea din punctul de vedere al teoriei circuitului poate fi foarte utilă, utilizarea variabilelor dinamice  $n$  și  $\phi$  în calculele de determinare a parametrilor circuitului nu este intuitivă. Din fericire, există un sistem mecanic care respectă niste ecuații dinamice foarte similare cu cele ale joncțiunii Josephson[2]. Cele 2 sisteme, cel al joncțiunii și cel mecanic, sunt ilustrate în figura 8.

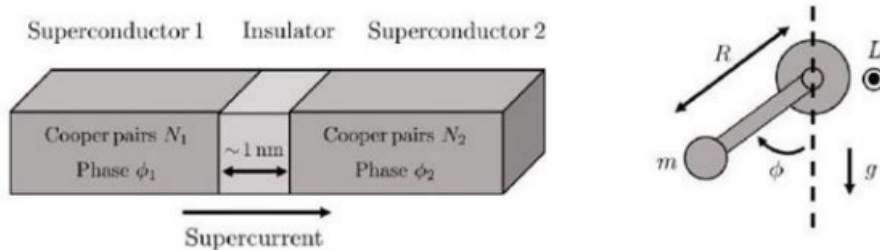


Figura 8: a) Schema pentru o joncțiune Josephson b) Schema unui pendul mecanic simplu. Reprodusă din ref. [2]

Poate fi arătat că Hamiltonianul asociat unui pendul mecanic simplu este echivalent cu cel al joncțiunii Josephson din relația (25).

Variabilele dinamice în cazul joncțiunii sunt:  $n$  - diferența între numărul perechilor Cooper din cele 2 porțiuni de supraconductori, separate de izolator și  $\phi$  - diferența între numărul cuantelor de flux corespunzătoare celor 2 porțiuni supraconductoare.

$$\begin{cases} n = N_1 - N_2 \\ \phi = \phi_1 - \phi_2 \end{cases} \quad (26)$$

Variabilele dinamice în cazul pendulului simplu sunt:  $L$  - momentul cinetic al pendulului de masă  $m$  și  $\varphi$  poziția unghilară a masei  $m$ .

Se consideră, pentru simplitate, faptul că tija de lungime  $R$ , de care este prinsă masa  $m$ , este rigidă, inextensibilă și are masa nulă. Atunci, Hamiltonianul sistemului mecanic este:

$$H = \frac{L^2}{2mR^2} - mgR \cos \varphi, \quad (27)$$

unde  $g$  este accelerația gravitațională.

Din expresiile (25) și (27) pentru Hamiltonienii sistemelor, putem obține ecuațiile de mișcare pentru joncțiunea Josephson, respectiv pendulul mecanic simplu:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + 8E_C E_J \sin \phi &= 0 \\ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + \frac{g}{R} \sin \varphi &= 0 \end{aligned} \quad (28)$$

Energia  $E_C$  este invers proporțională cu capacitanța joncțiunii. Astfel, putem observa faptul că  $E_C$  are un impact asupra dinamicii circuitului similar cu impactul lungimii  $R$  în cazul sistemului mecanic [2].

Regimul optim de funcționare al Transmonului este acela pentru care variabila  $\phi$  prezintă valori mici, astfel încât  $\cos \phi$  să poată fi dezvoltat în serie Taylor, pentru simplificarea studiului acestui circuit. Efectul măririi sau scăderii energiei  $E_C$  raportată la energia joncțiunii Josephson  $E_J$  va fi discutat ulterior, în secțiunea Graficul energiilor pentru un raport  $E_J/E_C$  variabil din Partea Aplicativă. Însă, din perspectiva acestei analogii mecanice, o scădere a lungimii tijeii pendulului, cu menținerea lui  $g$  constant, corespunde unei micșorări a lui  $E_C$  prin mărirea capacității joncțiunii Josephson [2].

## 6 De la Cooper Pair Box la Transmon

Cooper Pair Box (CPB) este o structură formată dintr-o joncțiune Josephson care conectează o insulă supraconductoare și un rezervor [2], precum e reprezentat în figura 9. Insula nu este direct conectată la alte elemente de circuit, în timp ce rezervorul poate fi legat la componente externe de circuit. Datorită faptului că insula este izolată de alte elemente, structura CPB este foarte sensibilă la numărul de perechi Cooper care au realizat tunelarea prin joncțiunea Josephson, motiv pentru care CPB este cunoscută și sub denumirea de qubit de sarcină.

Este avantajos să poată fi controlat punctul de operare al sistemului CPB. Astfel, se poate inițializa structura CPB înainte de începerea procedurilor experimentale [2]. În mod uzual, punctul de operare al CPB este setat cu ajutorul unei surse de tensiune cuplată capacitiv la insula supraconductoare. Această tensiune poate fi reglată astfel încât un anumit număr de perechi Cooper să realizeze tunelarea pe insulă.

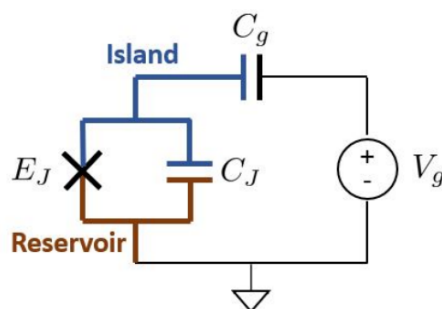


Figura 9: Schema circuitului CPB. Reprodusă din ref.[2]

Hamiltonianul sistemului CPB are următoarea formă:

$$H = 4E_C(n - n_g)^2 - E_J \cos \phi, \quad (29)$$

unde  $n_g$  este sarcina de offset indusă de sursa de tensiune.

Operatorul Hamiltonianului este:

$$\hat{H} = 4E_c(\hat{n} - \hat{n}_g)^2 - E_J \cos \hat{\phi}, \quad (30)$$

Acest Hamiltonian poate fi utilizat în ecuația lui Schrödinger dependentă de timp:

$$\hat{H}|\Psi\rangle = i\hbar\delta_t|\Psi\rangle, \quad (31)$$

În procesul rezolvării ecuației (31), este utilă identificarea stărilor staționare ale Hamiltonianului, transformând (31) într-o problemă, independentă de timp, de vectori și valori proprii:

$$\hat{H}|\Psi\rangle = E|\Psi\rangle, \quad (32)$$

unde  $E$  este energia asociată stării staționare  $|\Psi\rangle$ .

Pentru un sistem CPB tipic, raportul  $E_J/E_c$  e mai mic, dar apropiat de 1. Astfel, este utilă scrierea Hamiltonianului din ecuația (30) în termeni de stări de sarcină [2]. Acestea sunt stări proprii de  $\hat{n}$ , notate  $|N\rangle$ . Valoarea proprie asociată  $N$ , care este întotdeauna o valoare discretă și determină numărul de perechi Cooper care au realizat tunelarea prin joncțiune, relativ la starea de echilibru. Astfel:

$$\begin{aligned} 4E_c(\hat{n} - \hat{n}_g)^2 &= 4E_c \sum_N (N - n_g)^2 |N\rangle\langle N| \\ -E_J \cos \phi &= E_J/2 \sum_N (|N\rangle\langle N+1| + |N+1\rangle\langle N|) \end{aligned} \quad (33)$$

## 7 Transmonul ca prototip de qubit imun la fluctuațiile de sarcină

Transmonul este format din două insule supraconductoare, cuplate prin două joncțiuni Josephson, dar izolate de restul elementelor de circuit. Pentru simplitate, presupunem că cele două joncțiuni sunt identice[11]. Schema simplificată a Transmonului este reprezentată în figura 10, iar în figura 11 este o schemă a implementării unui dispozitiv de tip Transmon.

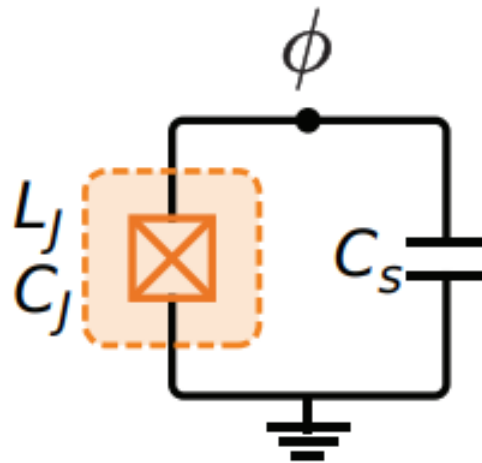


Figura 10: Schema simplificată a Transmonului. Reprodusă din ref. [6]

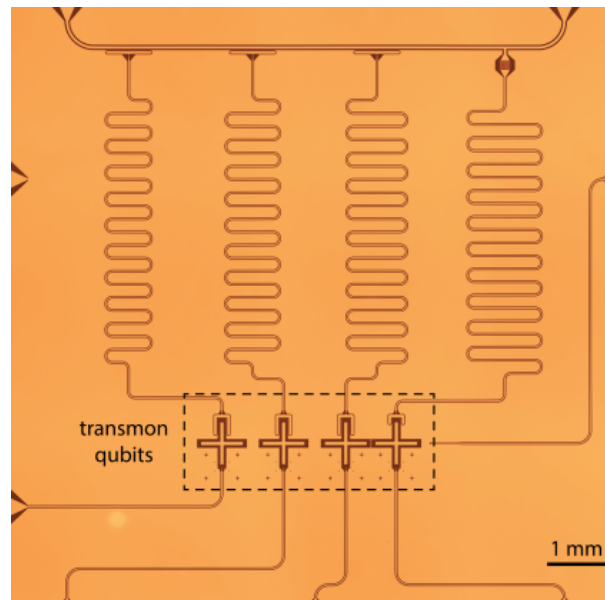


Figura 11: Imagine optică a unui circuit care conține 4 qubiți supraconductori cu arhitectură transmonică și rețeaua integrată de generare de microunde, utilizată pentru operarea dispozitivului. Fiecare braț al Transmonului are  $\approx 300\mu$  m lungime și prezintă, colectiv, o capacitanță de  $\approx 70$  fF. Reprodusă din ref.[2]

În acest circuit, tensiunea pe noduri este aceeași cu tensiunea pe elementele de circuit:

$$V_c = -V_J \quad (34)$$

Dar, expresia fluxului este:  $\Phi(t) = \int_{-\infty}^t V(t')dt'$  de unde rezultă fluxurile pe condensator, respectiv



pe joncțiunea Josephson:

$$\Phi_c(t) = \int_{-\infty}^t V(t') dt'$$

$$\Phi_J(t) = \int_{-\infty}^t V(t') dt'$$

Având în vedere faptul că tensiunile pe cele două elemente sunt egale, atunci putem observa, din expresiile pentru fluxuri scrise mai sus, că și fluxurile trebuie să fie egale:

$$\Phi_c(t) = \Phi_J(t) = \Phi(t) \quad (35)$$

Lagrangianul sistemului este:

$$\mathcal{L} = E_k - U, \quad (36)$$

unde

$$E_k = \frac{C\dot{\Phi}^2}{2} + \frac{C_J\dot{\Phi}^2}{2}$$

și, respectiv

$$U = U_J$$

Atunci putem rescrie Lagrangianul:

$$\mathcal{L} = \dot{\Phi}^2 \frac{(C + C_J)}{2} + U_J \quad (37)$$

## 7.1 Hamiltonianul sistemului

Fie:

$$Q_J = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\Phi}}$$

Înlocuind expresia pentru  $\mathcal{L}$  de mai sus și derivând-o parțial în funcție de  $\dot{\Phi}$ , obținem:

$$Q_J = (C + C_J)\dot{\Phi} \quad (38)$$

De aici, aflăm:

$$\dot{\Phi} = \frac{Q_J}{C + C_J} \quad (39)$$

Hamiltonianul sistemului va fi, în acest caz:

$$H(\dot{\Phi}, \phi) = Q_J * \dot{\Phi} - \mathcal{L} = \frac{(C + C_J)}{2} \dot{\Phi}^2 - E_J \cos(\phi) \quad (40)$$

Înlocuind relația (39) în (40), obținem:

$$H(Q_J, \phi) = \frac{Q_J^2}{2(C + C_J)} - E_J \cos(\phi)$$

Însă,

$$n - n_g = \frac{Q_J}{2e},$$

unde  $n_g$  este un scalar și reprezintă numărul de perechi Cooper care au realizat tunelarea prin joncțiune până la momentul inițial, de începere a măsurătorilor. Atunci,

$$H(n, \phi) = \frac{4(n - n_g)^2 e^2}{2(C + C_J)} - E_J \cos(\phi)$$

Dacă notăm

$$E_c = \frac{e^2}{2(C + C_J)}$$

$$H = 4E_c(n - n_g)^2 - E_J \cos(\phi) \quad (41)$$

Cunoscând relațiile:

$$\phi = 2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}$$

respectiv

$$E_L = \left(\frac{\Phi_0}{2\pi}\right)^2 * \frac{1}{L}$$

putem scoate

$$\Phi_0 = 2\pi\sqrt{(L * E_L)}$$

Atunci,

$$H(E_c, E_L) = 4E_c(n - n_g)^2 - E_J \cos\left(\frac{\Phi}{\sqrt{LE_L}}\right) \quad (42)$$

Considerăm mai departe expresia (41) pentru Hamiltonianul sistemului. Pentru a accesa regimul preferențial în care qubitul este mai puțin sensibil la zgomot, e necesar ca

$$E_J \gg E_c, \quad \text{ceea ce duce la } \phi \ll 1$$

Astfel, putem dezvolta cosinusul din expresia energiei potențiale în serie Taylor:

$$\cos \phi = \frac{1}{2} * \phi^2 - \frac{1}{24} * \phi^4 + \dots$$

Înlocuind această expresie pentru  $\cos(\phi)$  în relația (41), obținem:

$$H(E_c, \phi) = 4E_c(n - n_g)^2 - E_J\left(\frac{1}{2}\phi^2 - \frac{1}{24}\phi^4 + \dots\right) \quad (43)$$

Cunoaștem relațiile:

$$\begin{aligned}\hat{n} &= i * \hat{n}_{ZPF} * (\hat{a}^+ - \hat{a}) \\ \hat{\phi} &= \hat{\phi}_{ZPF} * (\hat{a}^+ + \hat{a})\end{aligned}$$

unde

$$\hat{n}_{ZPF} = \left(\frac{E_J}{32E_c}\right)^{\frac{1}{4}}$$

și

$$\hat{\phi}_{ZPF} = \left(\frac{2E_c}{E_J}\right)^{\frac{1}{4}}$$

sunt valorile sarcinii, respectiv fazei la fluctuațiile la punctul zero (zero-point fluctuations).  $\hat{a}^\dagger$  și, respectiv  $\hat{a}$  sunt definiți ca operatori de creare, respectiv de anihilare.

Considerând că numărul perechilor Cooper care au realizat tunelarea coerentă este 0 până la momentul considerat inițial, putem scrie Hamiltonianul în funcție de acești operatori de creare și anihilare:

$$H = -4E_c \hat{n}_{ZPF}^2 (\hat{a}^+ - \hat{a})^2 - E_J \left(1 - \frac{1}{2} * \phi_{ZPF}^2 (\hat{a}^+ + \hat{a})^2 + \frac{1}{24} * \phi_{ZPF}^4 (\hat{a}^+ + \hat{a})^4 + \dots\right) \quad (44)$$

După realizarea calculelor și neglijarea termenilor de ordin superior care nu au vreo influență asupra dinamicii transmonului în regimul preferențial considerat, ajungem la relația:

$$\hat{H} = \omega_0 \hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{\delta}{2} ((\hat{a}^\dagger \hat{a})^2 + \hat{a}^\dagger \hat{a}) \quad (45)$$

unde am notat

$$\omega_0 = \sqrt{8E_c E_J}$$

și

$$\begin{aligned}\delta &= -E_c \\ \hat{H} &= \left(\omega_0 + \frac{\delta}{2}\right) \hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{\delta}{2} (\hat{a}^\dagger \hat{a})^2\end{aligned} \quad (46)$$

## 7.2 Hamiltonianul Transmonului în baza sarcinii

În continuare, dorim ca Hamiltonianul să fie scris în baza sarcinii, o bază utilă în studierea acestui circuit supraconductor.

Pornim de la ecuația de vectori și valori proprii:

$$\hat{H}|N\rangle = E_N|N\rangle, \quad (47)$$

unde  $|N\rangle = \{|-\infty\rangle, \dots, |-1\rangle, |0\rangle, |1\rangle, \dots, |\infty\rangle\}$  este baza sarcinii.

Operatorul de sarcină este definit:

$$\hat{N} = -in_{zpf}(\hat{a} - \hat{a}^\dagger), \quad (48)$$

Acesta respectă următoarea relație:

$$\hat{N}|N\rangle = N|N\rangle, \quad (49)$$

unde  $\hat{N}$  este operatorul de sarcină, iar  $N$  este numărul de perechi Cooper din sistem.

Considerând vectorii  $|N\rangle$  și  $|M\rangle$  corespunzători bazei sarcinii pentru Transmon, obținem:

$$H = \sum_{N,M=0}^{\infty} |N\rangle\langle N|H|M\rangle\langle M|, \quad (50)$$

unde  $M$  și  $N$  reprezintă numărul perechilor Cooper din sistem, corespunzătoare stărilor  $|N\rangle$  și  $|M\rangle$ .

Înlocuim  $H$  din expresia (43), unde neglijăm termenii superiori celui de ordin 2 din dezvoltarea cosinusului, și obținem:

$$H = \sum_{N,M=0}^{\infty} |N\rangle\langle N|4E_C(\hat{N} - n_g)^2 - E_J * \frac{1}{2}\varphi^2|M\rangle\langle M| \quad (51)$$

Calculăm întâi rezultatul operațiilor asupra termenului de sarcină.

$$4E_C\langle\hat{N}|M\rangle = 4E_C\delta_{M,N}$$

$$\begin{aligned} \langle N|(\hat{N} - n_g)|M\rangle &= \langle N|\hat{N}|M\rangle - \langle N|n_g|M\rangle \\ &= \langle N|M|M\rangle - \langle N|n_g|M\rangle \\ &= M\delta_{M,N} - n_g\delta_{M,N} \end{aligned} \quad (52)$$

Atfel, termenul de sarcină devine:

$$\begin{aligned} 4E_C\langle N|(\hat{N} - n_g)^2|M\rangle &= 4E_C(N - n_g)^2\delta_{M,N} \\ &= \sum_N 4E_C(N - n_g)^2 \end{aligned} \quad (53)$$

Pentru a calcula termenul potențial, trebuie să ținem cont de următoarea relație:

$$\varphi = i \frac{\partial}{\partial N}$$

Astfel, termenul potențial, supus operațiilor anterioare, devine:

$$\langle N|V|M\rangle = -\frac{1}{2}E_J(\delta_{N,M+1} - \delta_{N,M} - \delta_{N,M} + \delta_{N,M-1})$$

Având în vedere relația pentru potențialul V:

$$V = \sum_{N,M=0}^{\infty} |N\rangle\langle N|\hat{V}|M\rangle\langle M|$$

Termenul potențial o să devină:

$$\begin{aligned} \langle N|V|M\rangle &= -\frac{1}{2}E_J \sum_{N=0}^{\infty} (|N\rangle\langle N-1| - 2|N\rangle\langle N| + |N\rangle\langle N+1|) \\ &= -\frac{1}{2}E_J \sum_{N=0}^{\infty} (|N+1\rangle\langle N| + |N\rangle\langle N+1|) \end{aligned} \quad (54)$$

Introducând relațiile (53) și (54) în expresia Hamiltonianului (51), obținem:

$$H = \sum_{N=0}^{\infty} [4E_C(N - n_g)^2 + -\frac{1}{2}E_J(|N+1\rangle\langle N| + |N\rangle\langle N+1|)] \quad (55)$$

Aceasta este expresia Hamiltonianului Transmonului în baza sarcinii.

### 7.3 Funcțiile de undă în baza Fock

În urma diagonalizării Hamiltonianului, scris în baza Fock, exprimat în relația (44), obținem funcțiile de undă în baza Fock  $\Psi_i$ .

$$\Psi_i = \begin{bmatrix} \alpha_{i0} \\ \alpha_{i1} \\ \vdots \\ \alpha_{i(n-1)} \end{bmatrix}$$

Funcția de undă  $\Psi_i$  poate fi scrisă în baza Fock în modul următor:

$$|\Psi_i\rangle = \alpha_{i0}|0\rangle + \alpha_{i1}|1\rangle + \dots + \alpha_{i(n-1)}|n-1\rangle \quad (56)$$

Dacă dorim să determinăm dependența funcțiilor de undă, scrise în baza Fock, de numărul cuantelor de flux din circuit, realizăm produsul scalar între vectorii  $\langle\phi|$  și  $|\Psi\rangle$ :

$$\Psi_i(\phi) = \langle\phi|\Psi_i\rangle = \langle\phi|\alpha_{i0}|0\rangle + \langle\phi|\alpha_{i1}|1\rangle + \dots + \langle\phi|\alpha_{i(n-1)}|n-1\rangle \quad (57)$$

Însă,

$$\langle\phi|n\rangle = \Psi_n^{HO}(\phi), \quad (58)$$

unde  $\Psi_n^{HO}(\phi)$  sunt date de expresia (17). Atunci:

$$\Psi_i(\phi) = \alpha_{i0}\Psi_0^{HO}(\phi) + \alpha_{i1}\Psi_1^{HO}(\phi) + \dots + \alpha_{i(n-1)}\Psi_{n-1}^{HO}(\phi) \quad (59)$$

## 7.4 Funcțiile de undă în baza sarcinii

Pornind de la relația (43), putem scrie:

$$|\Psi\rangle = \sum_{N=-n_{cut}}^{n_{cut}} \langle N|\Psi\rangle|N\rangle, \quad (60)$$

unde  $\Psi$  sunt funcțiile de undă în baza Fock, iar  $n_{cut}$  reprezintă numărul maxim de sarcini care pot exista în sistem. După ce se ajunge la  $n_{cut}$ , se consideră că sunt oprite măsurătorile asupra parametrilor circuitului supraconductor.

Dependența de  $\phi$  a funcțiilor de undă în baza sarcinii poate fi calculată din relația:

$$\Psi(\phi) = \sum_{N=-n_{cut}}^{n_{cut}} \langle N|\Psi\rangle\langle\phi|N\rangle, \quad (61)$$

Având în vedere:

$$|n\rangle\langle n| = I,$$

unde  $I$  este matricea unitate, obținem:

$$\Psi(\phi) = \sum_{N=-n_{cut}}^{n_{cut}} \sum_{n=0}^{n_{cut}} \langle N|\Psi\rangle\langle\phi|n\rangle\langle n|N\rangle, \quad (62)$$

Folosind relația (58), funcția  $\Psi_n^{HO}(\phi)$  fiind definită în relația (17), relația finală o să aibă forma:

$$\Psi(\phi) = \sum_{N=-n_{cut}}^{n_{cut}} \sum_{n=0}^{n_{cut}} \langle N|\Psi\rangle\Psi_n^{HO}(\phi)\langle n|N\rangle, \quad (63)$$

Termenul  $\langle N|\Psi\rangle$  reprezintă vectorii proprii rezultați în urma diagonalizării Hamiltonianului sistemului, iar termenul  $\langle n|N\rangle$  este matricea diagonalizată în baza Fock a operatorului de sarcină.

## Partea II

# Parte Aplicativă

## 8 Jupyter Notebook

Jupyter Notebook este un instrument utilizat pentru integrarea codului și rezultatelor obținute într-un singur document care combină text, vizualizări ale implementărilor și formule matematice [12]. Jupyter Notebook a fost instalat cu ajutorul platformei Anaconda. Această platformă oferă o modalitate simplă de a realiza analiza de date, în limbajul de programare Python sau R. Anaconda conține pachete pentru analiza datelor, potrivite pentru Windows, Linux și macOS [13]. Versiunile pachetelor sunt gestionate de mediul sistemului de management, numit conda.

A fost descărcată versiunea Anaconda pentru Python 3.8. Aceasta conține o serie de biblioteci foarte utile în studiul circuitului supraconductor din această lucrare, precum NumPy, Matplotlib, SciPy etc.

Jupyter Notebook și dashboard-ul din componența sa sunt aplicații web, Jupyter pornind un server Python local pentru a furniza browserului web aceste aplicații. Astfel, deși Jupyter Notebook se deschide în browser, acesta rulează pe computerul personal. Conținutul din Notebook este distribuit pe Internet doar cu acceptul utilizatorului. Accesarea dashboard-ului se poate realiza prin intermediul liniei de comandă (sau terminalul pe sistemele Unix), prin introducerea comenzii:

```
1 jupyter notebook --no-browser --port=8080
```

unde a fost specificat numărul portului utilizat.

Odată realizată această comandă, o să fie returnată o adresă URL de tipul `https://localhost`.

## 9 Calcularea Hamiltonianului circuitului

Bibliotecile utilizate în întregul proces de studiu al Transmonului sunt următoarele:

```
1 import sys
2 import math
3 import numpy as np
4 from cmath import sqrt
5 import scipy.constants as const
6 import scipy as spy
7 from numpy.polynomial.hermite import hermval
8 import matplotlib.pyplot as plot
9 from qutip.qobj import Qobj
10 from qutip.fastsparse import fast_csr_matrix, fast_identity
```

```
11 from qutip.dimensions import flatten
```

Constantele fizice folosite în calculul matematic cuprind:

```
1 hbar=const.hbar
2 electr=const.e
3 phi0=const.h/const.e/2
4 EJ=6.2
5 CJ=5.3e-15
6 C = 20.1e-15
7 L=396e-9
8 pi = math.pi
9 ncut = 31
10 n_zpf = math.pow(EJ/(32*EC), 1/4)
11 phi_zpf = math.pow(2*EC/EJ, 1/4)
```

Valorile pentru energia Josephson  $E_J$ , capacitancele joncțiunii Josephson  $C_J$ , respectiv a condensatorului  $C$ , precum și inductanța joncțiunii Josephson  $L$  au fost preluate din referința [14]. Acestea reprezintă parametrii corespunzători dispozitivelor experimentale utilizate în studierea comportamentului energetic al Transmonului. Valorile corespunzătoare constantelor  $\hbar$ ,  $e$ ,  $\phi_0$ ,  $\pi$  sunt integrate în biblioteca `scipy.constants`. Valorile pentru componenta cinetică a energiei  $E_C$ , precum și valorile  $n_{zpf}$  și  $\phi_{zpf}$  au fost calculate, iar rezultatele sunt următoarele:

$$E_C = 0,7626 \text{ GHz}$$

$$n_{zpf} = 0,7146$$

$$\phi_{zpf} = 0,6996$$

Pasul următor în calcularea Hamiltonianului în baza sarcinii a fost reprezentarea matricială a operatorilor  $\hat{N}$  și  $\hat{\phi}^2$ . Operatorul  $\hat{N}$  a fost determinat cu ajutorul relației (49), iar rezultatul final a fost implementat astfel:

```
1 def N(size):
2     item = [x for x in range(0, size)]
3     N = np.diag(item)
4     return(N)
```

Funcția `N` returnează operatorul  $\hat{N}$  în forma matricială, singurul său argument, `size`, fiind dimensiunea matricei dorite.

Operatorul  $\hat{\phi}^2$  a fost calculat cu ajutorul relației (54), iar forma sa finală a fost implementată astfel:

```
1 def phi2(size):
2     phi2 = np.diag(np.ones(size-1), 1)
3     phi2 = phi2 + phi2.T - np.diag(np.diag(phi2))
4     return(phi2)
```

Funcția `phi2` returnează matricea operatorului  $\hat{\phi}^2$ , argumentul funcției, `size`, referindu-se la dimensiunea matricei dorite.

Considerând dimensiunea `size = 20`, vom avea următoarele forme pentru matricele operatorilor  $\hat{N}$



și  $\hat{\phi}^2$ :

$$\hat{N} = \begin{bmatrix} -10 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 \end{bmatrix} \quad \hat{\phi} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & 0 & 0 & 1 & \ddots & \ddots & 0 & 0 & 0 & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Calculul termenilor energetici, termenul de sarcină, respectiv cel potențial, a fost realizat cu ajutorul a două funcții, Termen\_sarcina(ng,size), respectiv V(size). Argumentul ng se referă la numărul perechilor Cooper care au realizat fenomenul de tunelare cuantică în circuit, iar argumentul size determină dimensiunea matricelor pătratice dorite.

```
1 def Termen_sarcina(ng, size):
2     ng_matrix = np.multiply(ng, np.identity(size))
3     N_ng = N(size) - ng_matrix
4     T = 4 * EC * np.matmul(N_ng, N_ng)
5     return(T)
```

```
1 def V(size):
2     V = -1/2 * EJ * phi2(size)
3     return(V)
```

Hamiltonianul a fost determinat cu ajutorul funcției Hamiltonian(ng,size), conform relației (55):

```
1 def Hamiltonian(ng, size):
2     H = Termen_sarcina(ng, size) + V(size)
3     return(H)
```

Pentru size = 10 și numărul perechilor Cooper din sistem nul, avem următoarea formă pentru Hamiltonian:

$$H(n_g = 0, size = 10) = \begin{bmatrix} 76.26 & -3.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3.1 & 48.81 & -3.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3.1 & 27.45 & -3.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3.1 & 12.2 & -3.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3.1 & 3.05 & -3.1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3.1 & 0 & -3.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3.1 & 3.05 & -3.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3.1 & 12.2 & -3.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3.1 & 48.81 \end{bmatrix}$$

Se poate observa faptul că matricea Hamiltonianului este simetrică, cu termeni nenuli doar pe diagonala principală. Termenii situați deasupra, respectiv dedesubtul diagonalei principale sunt toți egali și au valoarea  $-3,1$ .

## 10 Reprezentarea funcțiilor de undă în baza sarcinii

Pentru a reprezenta funcțiile de undă în baza sarcinii, avem nevoie de operatorul de sarcină scris în baza Fock, adică în funcție de operatorii de creare  $a^\dagger$  și anihilare  $a$ .

Acești operatori au fost implementați astfel:

```

1 def destroy(N, offset=0):
2     data = np.sqrt(np.arange(offset+1, N+offset, dtype=complex))
3     ind = np.arange(1, N, dtype=np.int32)
4     ptr = np.arange(N+1, dtype=np.int32)
5     ptr[-1] = N-1
6     return Qobj(fast_csr_matrix((data, ind, ptr), shape=(N, N)), isherm=False)

```

```

1 def create(N, offset=0):
2     qo = destroy(N, offset=offset)
3     return qo.dag()

```

Funcția pentru scrierea operatorului de anihilare este denumită `destroy(N, offset=0)`, iar cea pentru operatorul de creare `create(N, offset=0)`. În scrierea acestor funcții, am utilizat clasa `Qobj` a kit-ului de software open-source `Qiskit`, pentru simplificarea sarcinii de lucru. Aceasta este utilizată pentru a defini și a lucra cu sisteme care respectă legile și relațiile din mecanica cuantică. Operatorul de sarcină  $\hat{N}$  a fost implementat prin funcția `N_operator(size)`:

```

1 def N_operator(size):
2     a = destroy(size)
3     adag = a.dag()
4     dif = a-adag
5     N = -1.j*n_zpf*dif
6     return(N)

```

De asemenea, am realizat o funcție care să returneze vectorii bazei Fock, argumentele sale fiind dimensiunea vectorului coloană (`size`), respectiv index care arată al câtelea vector din bază este apelat:

```

1 def Fock_vector(index, size):
2     Fock = np.zeros((size, 1))
3     Fock[index, 0] = 1
4     return(Fock)

```

În continuare, am diagonalizat matricea operatorului  $\hat{N}$  în baza Fock:

```

1 def N_diagonalizat(size):
2     N_diagonalizat = N_operator(size)
3     charge, vector_N = np.linalg.eigh(N_diagonalizat)
4     return(vector_N)

```

Diagonalizarea operatorului de sarcină a fost realizată cu ajutorul funcției `numpy.linalg.eigh()`. Aceasta returnează valorile proprii și vectorii proprii ai unei matrice hermitice complexe simetrice sau a unei matrice simetrice reale. Returnează două obiecte, o matrice 1-D care conține valorile proprii și o matrice pătratică 2-D a vectorilor proprii corespunzători (în coloane) [15].

Funcția `numpy.transpose()` aplicată unei matrice returnează matricea respectivă transpusă.

```

1 def fPsi(ng, size):
2     fE, fPsi = np.linalg.eigh(Hamiltonian(ng, size))
3     return(fPsi)

```

Matricele coloană ale lui  $\Psi$ , obținute în urma diagonalizării Hamiltonianului sistemului, le-am calculat cu ajutorul funcției `column(matrix, index)`, în interiorul unei alte funcții numite `N_Psi(ng, size, coloana)`:

```

1 def column(matrix, x):
2     return [row[x] for row in matrix]
3
4 def N_Psi(ng, size, coloana):
5     N_Psi = column(fPsi(ng, size), coloana)
6     return(N_Psi)

```

Conform relației (63), pentru a determina dependența funcțiilor de undă de numărul cuantelor de flux din circuit, avem nevoie de funcțiile de undă ale oscilatorului armonic cuantic, exprimate în relația (17).

```

1 def harmonic_waven(n, phi):
2     norm = math.sqrt((2**n)*math.factorial(n)*math.sqrt(math.pi))
3     expon = math.exp(-phi*phi/(2*phi_zpf*phi_zpf))
4     coef = [0]*n + [1]
5     pol = np.polynomial.hermite.hermval(phi/(math.sqrt(2)*phi_zpf), coef)
6
7     psi = expon*pol/norm
8
9     return psi

```

Am utilizat funcția `numpy.polynomial.hermite.hermval(x, c)`, care evaluează seria Hermite într-un punct dat  $x$ . Trebuie introdus de către utilizator un șir cu valorile coeficienților termenilor, în ordine.

În final, dependența de  $\phi$  a funcțiilor de undă în baza sarcinii a fost determinată cu ajutorul funcției `wavefunction_charge_basis(ng, size, phi, index)`, pe baza relației (63):

```

1 def wavefunction_charge_basis(ng, size, phi, index):
2     for i in range(0, size):
3         for j in range(-int(size/2), int(size/2)):
4             wavefunc = harmonic_waven(i, phi)*np.matmul(np.transpose(column(
5                 N_diagonalizat(size), index)), N_Psi(ng, size, j))
6         return(wavefunc)

```

Am realizat graficul funcțiilor de undă în baza sarcinii pentru primele 5 funcții de undă, considerând  $ng=0$ ,  $size=7$ , în următorul mod:

```

1 ng=0
2 size=7
3 fig, ax = plot.subplots()
4 fig.set_dpi(500)
5
6 def phi_coordinates(n):
7     phi_pts = np.linspace(-2*pi, 2*pi, n)
8     return(phi_pts)
9
10 phi_grid = phi_coordinates(500)
11 m = len(phi_grid)
12
13 def grafic(index):
14     wavefunction = []
15     for i in range(m):
16         phi = phi_grid[i]
17         wavefunction.append(wavefunction_charge_basis(0, 7, phi, index))
18     return(wavefunction)
19
20 for i in range(0, 5):
21     plot.plot(phi_grid, grafic(i))
22
23
24 plot.title('Funcții de unda in baza sarcinii')
25 plot.xlabel('phi')
26 plot.ylabel('Psi = f(phi)')
27 plot.show()

```

Am considerat 500 de puncte pe axa Ox și valorile energetice  $E_J = 6.2$  GHz și  $E_C = 0.7429$  GHz.

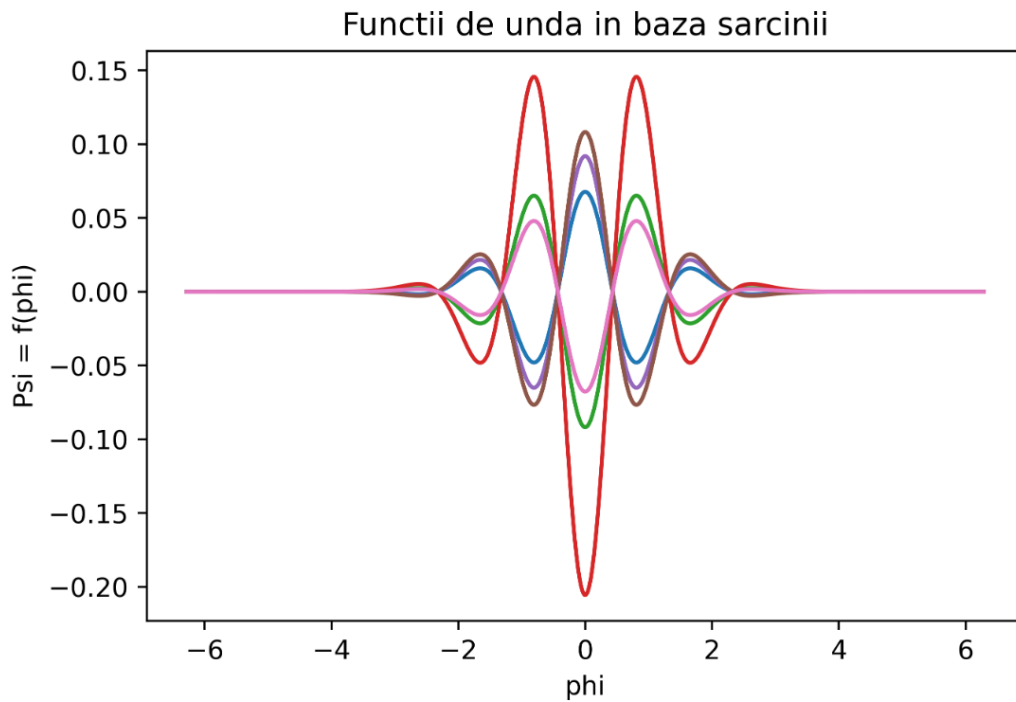


Figura 12: Primele 5 funcții de undă în baza sarcinii ale circuitului supraconductor Transmon în funcție de numărul cuantelor de flux din sistem, pentru  $E_J = 6.2$  GHz și  $E_C = 0.7429$  GHz.

Probabilitatea ca fluxul din circuit să aibă o anumită valoare este dată de  $|\Psi|^2$ . Graficul lui  $|\Psi|^2$  în funcție de  $\phi$  arată astfel pentru valorile  $E_J = 6.2$  GHz și  $E_C = 0.7429$  GHz:

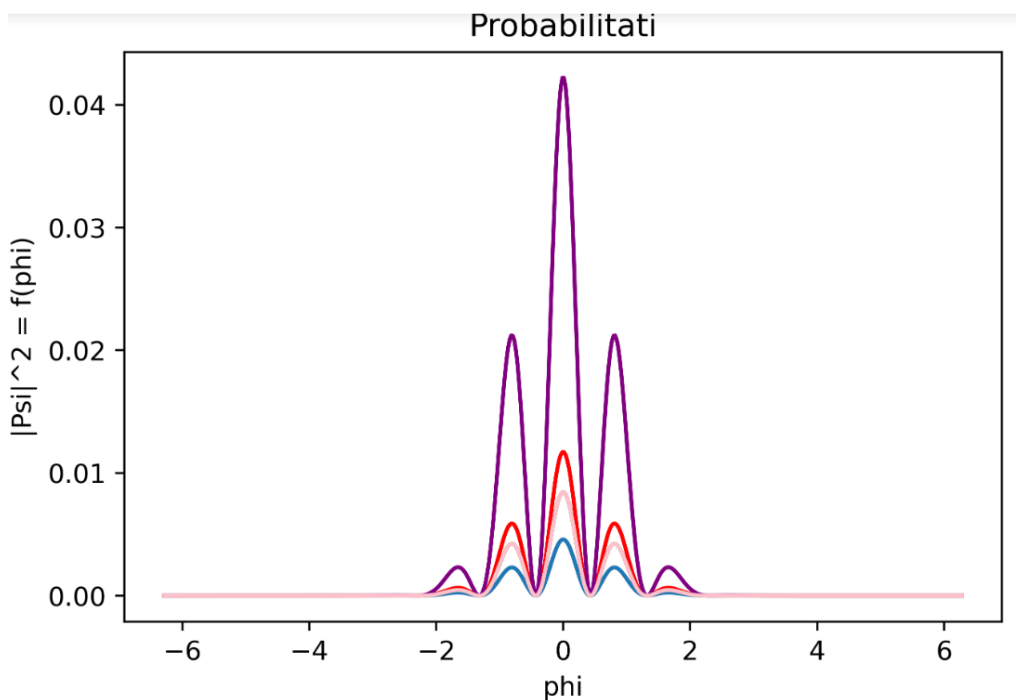


Figura 13: Primele 5 amplitudini de probabilitate ale funcțiilor de undă în baza sarcinii ale circuitului supraconductor Transmon în funcție de numărul cuantelor de flux din sistem, pentru  $E_J = 6.2$  GHz și  $E_C = 0.7429$  GHz.

## 10.1 Funcțiile de undă pentru un raport $E_J/E_C$ variabil

În continuare, am dorit să observăm modificarea graficelor funcțiilor de undă și a probabilităților  $|\Psi|^2$  în funcție de fluxul  $\phi$  pentru diferite valori ale raportului energetic  $E_J/E_C$ .

Am definit 3 regimuri diferite:  $E_C \gg E_J$  (regimul asociat convențional funcționării oscilatorului armonic),  $E_C \ll E_J$  (regimul denumit convențional regimul Transmonului) și  $E_J = E_C$  regimul denumit convențional regimul Cooper Pair Box).

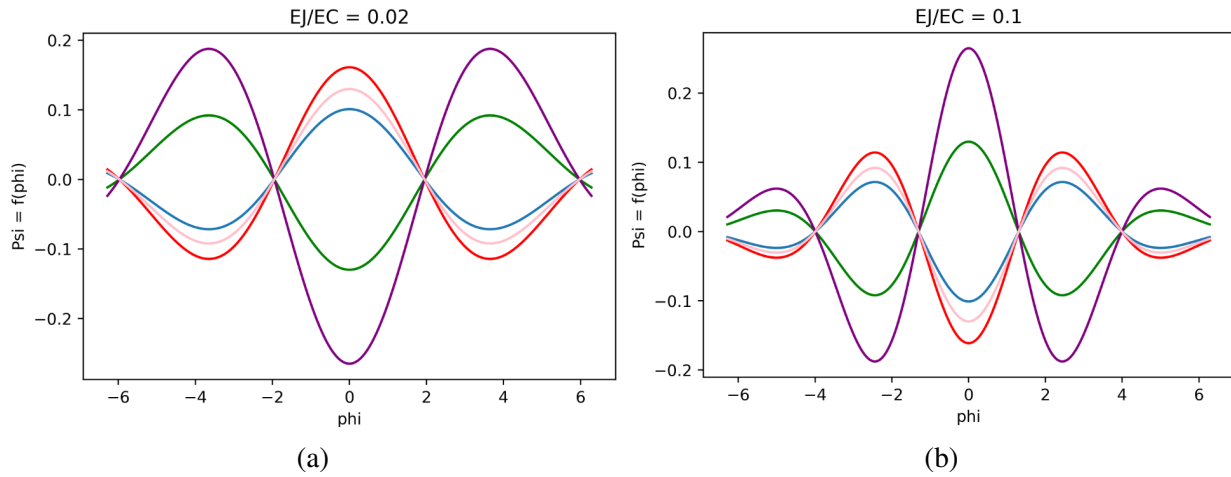


Figura 14: Primele 5 funcții de undă ale Transmonului, în baza sarcinii, în regimul  $E_C \gg E_J$ , pentru rapoartele energetice a)  $E_J/E_C = 0.02$  și b)  $E_J/E_C = 0.1$

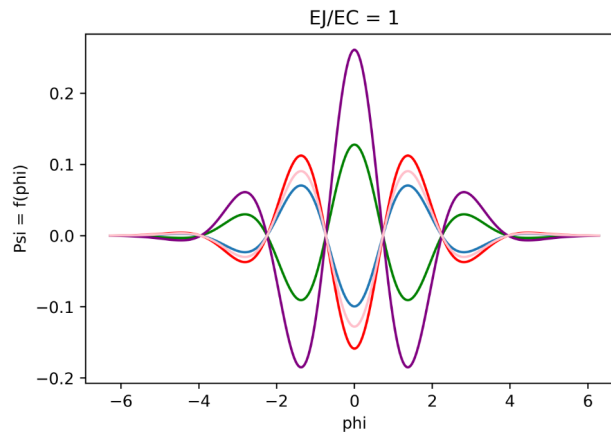


Figura 15: Primele 5 funcții de undă ale Transmonului, în baza sarcinii, în regimul  $E_C = E_J$ , denumit convențional "regimul Cooper Pair Box (CPB)"

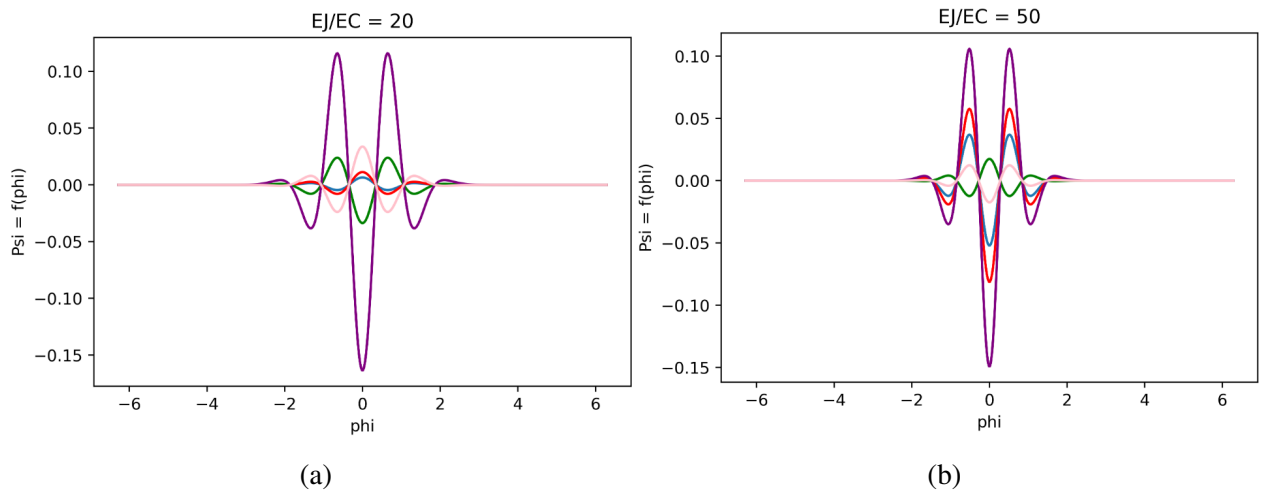


Figura 16: Primele 5 funcții de undă ale Transmonului, în baza sarcinii, în regimul  $E_C \ll E_J$ , denumit convențional ”regimul Transmonului” pentru rapoartele energetice a)  $E_J/E_C = 20$  și b)  $E_J/E_C = 50$

Am observat că există 3 forme diferite a graficului funcțiilor de undă pentru cele 3 regimuri diferite de funcționare:  $E_C \gg E_J$ ,  $E_C \ll E_J$  și  $E_J = E_C$ . Modificarea raportului  $E_J/E_C$  nu aduce schimbări notabile formei graficului funcțiilor de undă, în cadrul aceluiași regim de funcționare.

În această lucrare, am analizat nivelele energetice ale Transmonului în funcție de raportul  $E_J/E_C$  și am stabilit care dintre aceste regimuri este cel optim pentru Transmon și care este intervalul de valori pentru  $E_J/E_C$ , astfel încât acel regim optim să fie atins.

De asemenea, am studiat amplitudinile de probabilitate astfel încât să existe o anumită valoare a fluxului  $\phi$  în circuitul supraconductor, pentru diferite rapoarte energetice  $E_J/E_C$ .

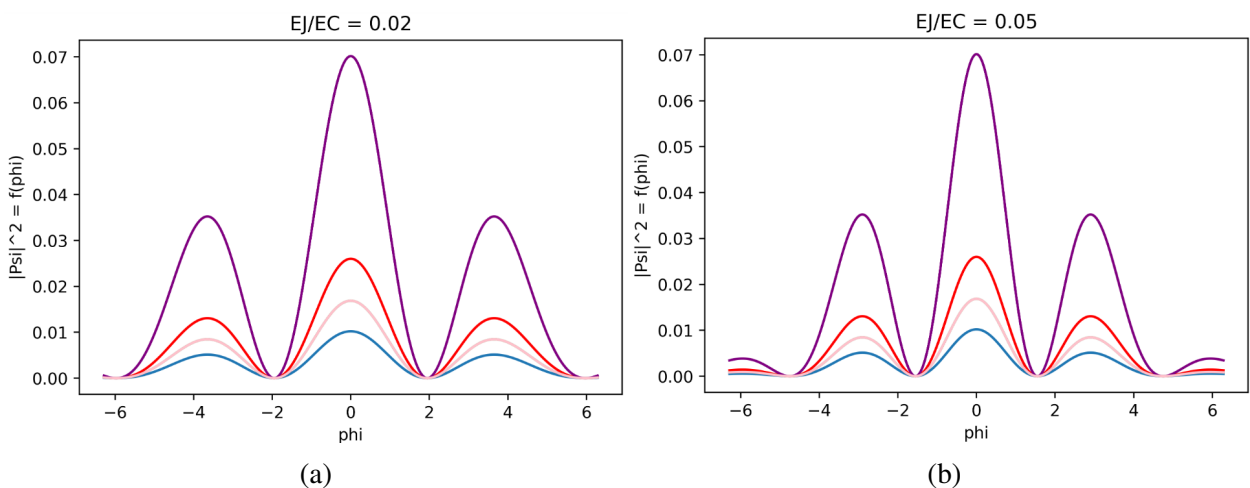


Figura 17: Amplitudinile de probabilitate pentru primele 5 funcții de undă ale Transmonului, în baza sarcinii, în regimul  $E_C \gg E_J$ , pentru rapoartele energetice a)  $E_J/E_C = 0.02$  și b)  $E_J/E_C = 0.05$

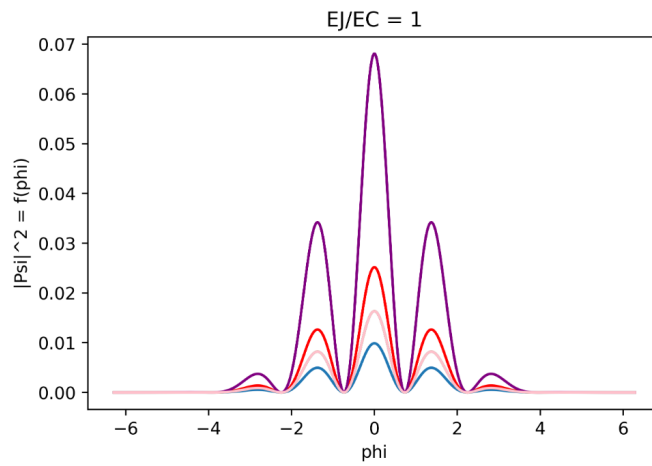


Figura 18: Amplitudinile de probabilitate pentru primele 5 funcții de undă ale Transmonului, în baza sarcinii, în regimul  $E_C = E_J$ , denumit convențional ”regimul Cooper Pair Box( CPB)”

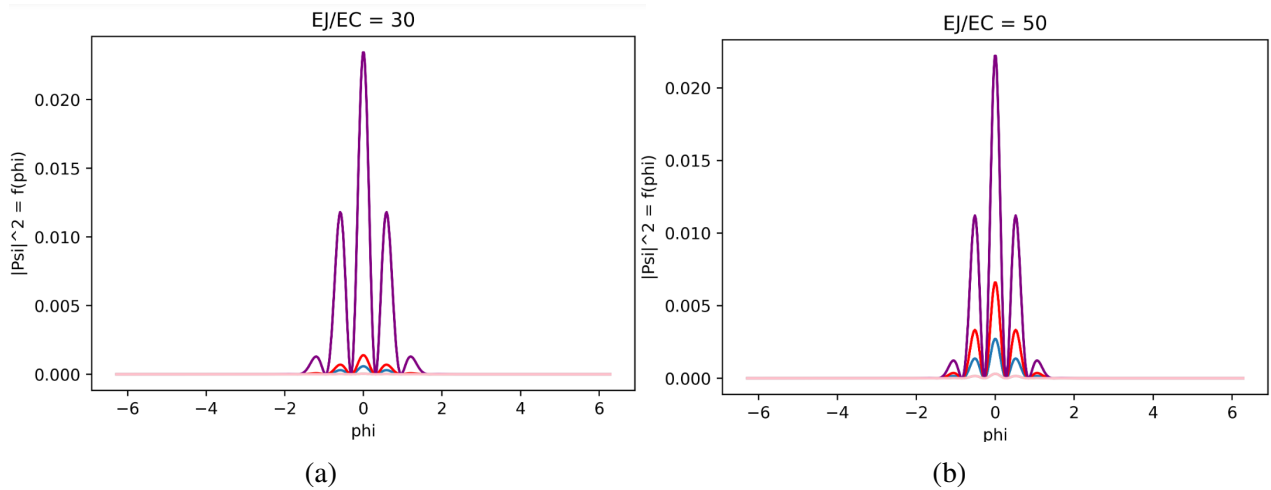


Figura 19: Amplitudinile de probabilitate pentru primele 5 funcții de undă ale Transmonului, în baza sarcinii, în regimul  $E_C \ll E_J$ , pentru rapoartele energetice a)  $E_J/E_C = 30$  și b)  $E_J/E_C = 50$

Am observat faptul că forma graficelor amplitudinilor de probabilitate diferă în funcție de regimul de operare adoptat, însă aceste modificări ale formei în funcție de diferite valori pentru raportul  $E_J/E_C$  nu sunt semnificative. Acest lucru denotă faptul că circuitele supraconductoare cu arhitectură transmonică prezintă aproximativ același comportament în privința valorilor fluxului din sistem, indiferent de valorile alese pentru  $E_C$  și  $E_J$ .



## 11 Reprezentarea energiilor Transmonului

Valorile proprii corespunzătoare Hamiltonianului Transmonului au fost calculate cu ajutorul funcției `numpy.linalg.eigh`.

```
1 def fE(ng, size):
2     fe, ve = np.linalg.eigh(Hamiltonian(ng, size))
3     energy = fe
4     return energy
```

Am calculat valoarea energiei corespunzătoare tranziției de pe nivelul energetic 0 pe nivelul energetic 1, pentru  $n_g = 1/2$ , pentru a norma valorile energetice.

```
1 norm = fE(1/2, 2).item(1) - fE(1/2, 2).item(0)
2 print (norm)
```

Valoarea returnată pentru această energie de tranziție este de 8.69834905827116.

Coordonatele axei Ox(valorile pentru  $n_g$ ) au fost introduse într-un array, pentru a fi folosite, în cele ce urmează, la reprezentarea energiilor în funcție de  $n_g$ .

```
1 def ng_coordinates(ng_max, n):
2     ngpts = np.linspace(-ng_max, ng_max, n)
3     return(ngpts)
```

Pentru valorile preluate din [14], s-a realizat reprezentarea grafică a dependenței valorilor energiei în funcție de numărul de perechi Cooper care au realizat tunelarea prin joncțiunea Josephson.

```
1 ng_grid = ng_coordinates(2, 100)
2 n = len(ng_grid)
3 size = 20
4 energy_array = np.zeros((n, size))
5 for i in range(n):
6     ng = ng_grid[i]
7     energy = fE(ng, size)/norm
8
9     for m in range(size):
10        energy_array[i, m] = energy[m]
11
12 for i in range(4):
13     plt.plot(ng_grid, energy_array[:, i])
14
15 plt.title('E = f(ng)')
16 plt.xlabel('ng')
17 plt.ylabel('Em/E01')
18 plt.show()
```

Pentru fiecare punct din grid, s-au calculat valorile proprii pentru Hamiltonian și s-au achiziționat energiile.

Plotarea a fost făcută prin intermediul funcției `matplotlib.pyplot.plot()`, care reprezintă valorile unei funcții pe axele Ox și Oy.

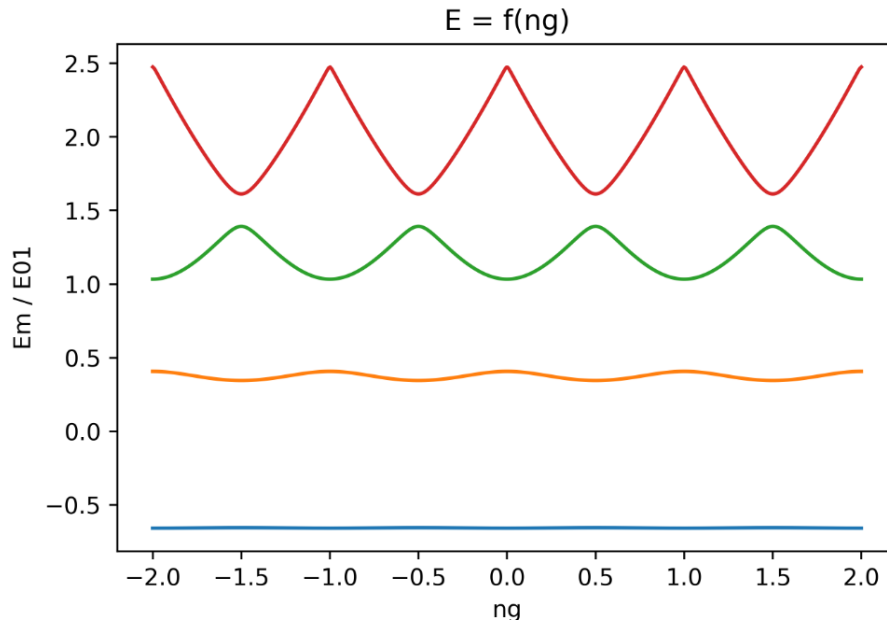


Figura 20: Primele 4 energii ale Transmonului  $E_m$  în funcție de numărul de perechi Cooper care au realizat tunelarea prin joncțiune  $n_g$ , pentru valorile  $E_J$  și  $E_C$  luate din [14]. Energiile sunt date în unități ale energiei de tranziție  $E_{01}$ , evaluată la punctul de degenerare  $n_g = 1/2$ .

## 11.1 Energiile Transmonului pentru un raport $E_J/E_C$ variabil

Pentru ca un sistem fizic să fie folosit ca un qubit, trebuie ca acesta să aibă două stări cuantice distincte, care pot fi izolate de alte stări din sistem [2]. Mai mult, este necesar să fie capabil să conducă selectiv tranzițiile între cele două stări care formează qubit-ul, fără a excita accidental alte stări ale sistemului fizic. Pentru circuitul supraconductor analizat în acest caz, considerăm că sistemul este format din cele mai joase două nivele energetice. Diferența între nivelele de energie dictează ce frecvențe ale radiației de microunde pot fi absorbite sau emise din qubit. Drept urmare, este necesar ca nivelurile de energie să fie distanțate inegal pentru ca sistemul fizic să acționeze ca un qubit[2].

Acest lucru poate fi obținut prin neliniaritatea qubit-ului. Neliniaritatea este dată de termenul de energie potențială din Hamiltonian, care determină apariția unei forțe de ”restabilire” neliniară. Această neliniaritate, în cazul Transmonului, este dată de cosinusul din termenul potențial.

În continuare, se va urmări cum diferitele valori pentru raportul  $E_J/E_C$  influențează spectrul energetic al circuitului supraconductor Transmon.

În cazul în care raportul  $E_C/E_J$  este variabil,  $n_{zpf}$ ,  $\varphi_{zpf}$  și Hamiltonianul sistemului, o să depindă de energia condensatorului  $E_C$  și de energia joncțiunii Josephson  $E_J$ . Acest lucru a fost implementat în modul următor:

```

1 def n_zpf(EC, EJ):
2     n_zpf = math.pow(EJ/(32*EC), 1/4)
3     return(n_zpf)
4 def phi_zpf(EC, EJ):
5     phi_zpf = math.pow(2*EC/EJ, 1/4)
6     return(phi_zpf)

1 def N_cooper(size):
2     item = [x-int(size/2) for x in range(0, size)]
3     N = np.diag(item)
4     return(N)
5
6 def T(ng, size, EC):
7     ng_matrix = np.multiply(ng, np.identity(size))
8
9     N_ng = N_cooper(size)-ng_matrix
10
11    T = 4*EC*np.matmul(N_ng, N_ng)
12    return(T)
13
14 def phi2(size):
15    phi2 = np.diag(np.ones(size-1), 1)
16    phi2 = phi2 + phi2.T
17    return(phi2)
18
19 def V(size, EJ):
20    V = -1/2*EJ*phi2(size)
21    return(V)
22
23 def Hamiltonian(ng, size, EJ, EC):
24    H = T(ng, size, EC) + V(size, EJ)
25    return(H)

```

T este termenul de sarcină, iar V este termenul potențial din construcția Hamiltonianului sistemului.

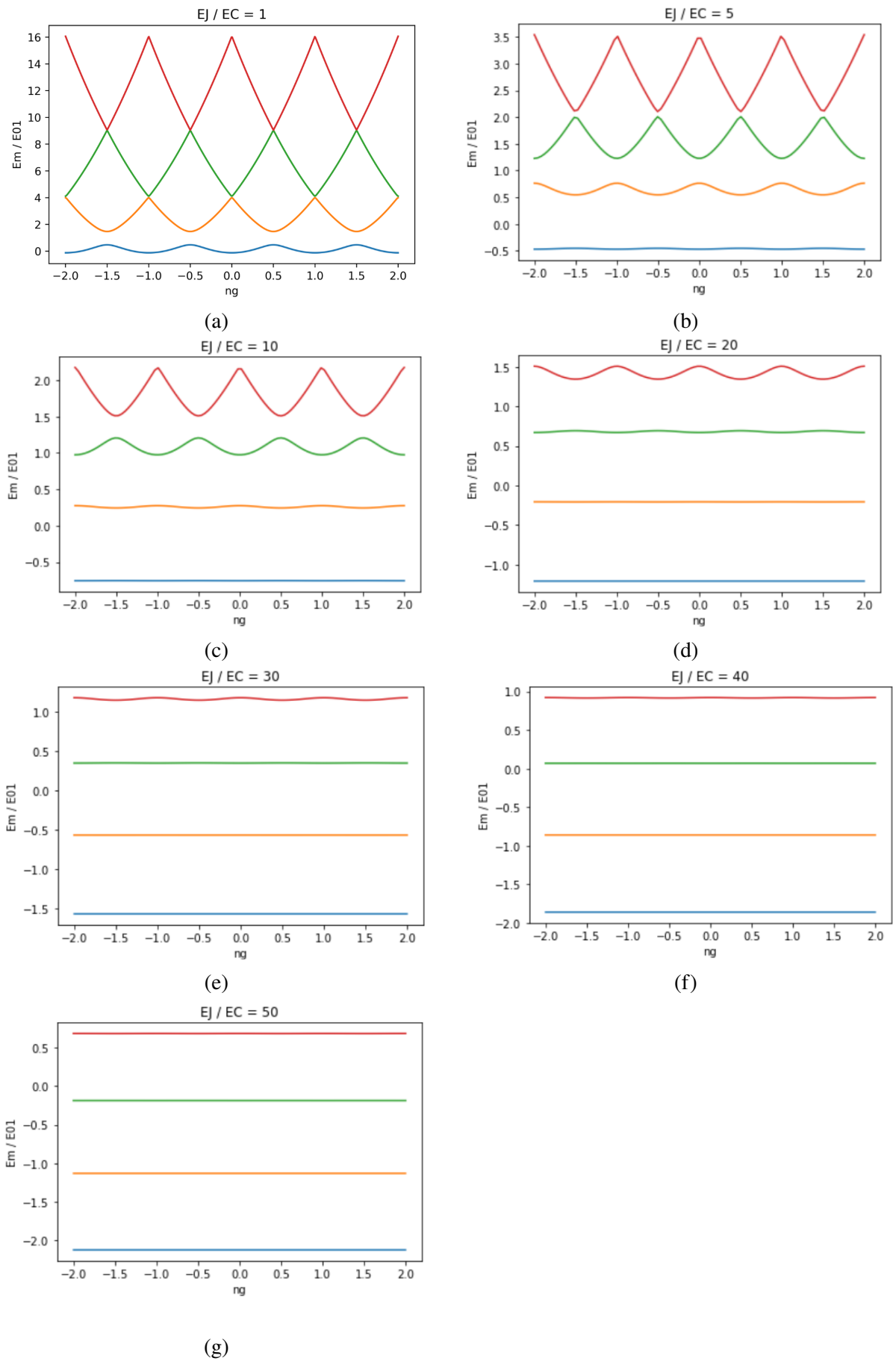


Figura 21: Primele 4 nivele energetice ale Transmonului în funcție de  $n_g$  pentru diferite valori ale raportului  $E_J/E_C$ . Energiile sunt date în unități ale energiei de tranziție  $E_{01}$ , evaluată în punctul de degenerare  $n_g = 1/2$ .

În fiecare dintre aceste grafice, energia a fost normată la valoarea diferenței între energia nivelului 1 și, respectiv, a nivelului 0. Această diferență energetică, exprimată în GHz, reprezintă frecvența de operare a circuitului supraconductor.

Din figura 21 se poate observa faptul că, pe măsură ce  $E_J/E_C$  crește, nivelurile de energie dependente de  $n_g$  se aplatizează, iar distanțele dintre 2 nivele energetice succesive devin, progresiv, egale. Astfel, nivelele energetice devin mai armonice, apropiându-se de forma spectrului energetic al oscilatorului armonic. Putem concluda faptul că nivelul de anarmonicitate depinde direct de raportul  $E_J/E_C$ .

Pentru raportul  $E_J/E_C = 1$ , corespunzător regimului Cooper Pair Box, se observă o anarmonicitate foarte mare, nivelurile energetice fiind distanțate inegal, însă prezintă fluctuații semnificative. În cazul raportului  $E_J/E_C = 50$ , nivelele sunt aproape plate, fluctuațiile fiind foarte mici, însă distanțarea dintre nivele este aproape egală. Acest lucru este în contradicție cu proprietățile necesare pentru ca un sistem fizic să se comporte ca un qubit.

De asemenea, poate fi observat faptul că dispersia totală de sarcină( reprezentată de fluctuațiile graficelor din figura 21) descrește foarte rapid cu acest raport, mult mai rapid ca anarmonicitatea. Dispersia de sarcină este legată direct de sensibilitatea la zgomotul de încărcare a qubit-ului [11]. Acest lucru îi conferă Transmonului un avantaj foarte mare, sensibilitatea sa la fluctuațiile de sarcină putând fi redusă, cu o pierdere relativ mică a anarmonicității.

Atât anarmonicitatea, cât și dispersia totală de sarcină influențează funcționarea sistemului.

Astfel, am dedus faptul că există un interval optim pentru  $E_J/E_C$ , încât să avem o sensibilitate la zgomotul de încărcare destul de redusă, dar fără o pierdere prea mare a anarmonicității sistemului. Astfel, în funcție de aplicațiile în cadrul cărora este utilizat, Transmonul atinge regimul optim de funcționare pentru un raport  $E_J/E_C$  mare, dar care să nu depășească valori foarte mari, pentru a nu-și pierde anarmonicitatea.

Mai departe, am studiat dependența acestei frecvențe de operare  $E_{01}$  de raportul  $E_J/E_C$ .

```

1 ng=0
2 size = 20
3
4 def operation_freq(ng, size, EJ, EC):
5     freq = fE(ng, size, EJ, EC).item(1)-fE(ng, size, EJ, EC).item(0)
6     return(freq)
7
8 def EJ_coordinates(EJ_max, n):
9     EJpts = np.linspace(1, EJ_max, n)
10    return(EJpts)
11
12 EJ_grid = EJ_coordinates(50, 100)
13
14 n = len(EJ_grid)
15 f_grid = np.zeros((n))
16 freq_array = np.zeros((n, size))
17
18 def f(EJ):

```

```

19     f = operation_freq(ng, size, EJ, 1)
20     return(f)
21
22 for i in range (n):
23     EJ = EJ_grid[i]
24     f_grid[i] = f(EJ)
25
26 plt.plot(EJ_grid, f_grid)
27 plt.title('E1-E0(EJ/EC)')
28 plt.xlabel('EJ/EC')
29 plt.ylabel('E1-E0')
30 plt.show()

```

Funcția `operation_freq(ng, size, EJ, EC)` reprezintă funcția de calculare a energiei de tranziție între nivelele energetice 0 și 1, pentru diferite valori ale  $E_J$  și  $E_C$ . Numărul perechilor Cooper din sistem a fost ales arbitrar  $n_g = 0$ , întrucât alegerea diferitelor valori pentru  $n_g$  nu modifică valoarea energiei de tranziție. Doar raportul  $E_J/E_C$  schimbă valoarea acestei frecvențe de operare.

Ne interesează studiul frecvenței în funcție de raportul energetic  $E_J/E_C$ . Atunci, putem alege ca  $E_C = 1$ , iar  $E_J$  să primească valorile de interes. Astfel, funcția `EJ_coordinates(EJ_max, n)` returnează, în realitate, valorile raportului  $E_J/E_C$ , raportul acesta mergând de la valoarea 0 la  $EJ\_max$ . Argumentul  $n$  este numărul de puncte considerate în intervalul  $[0, EJ\_max]$ .

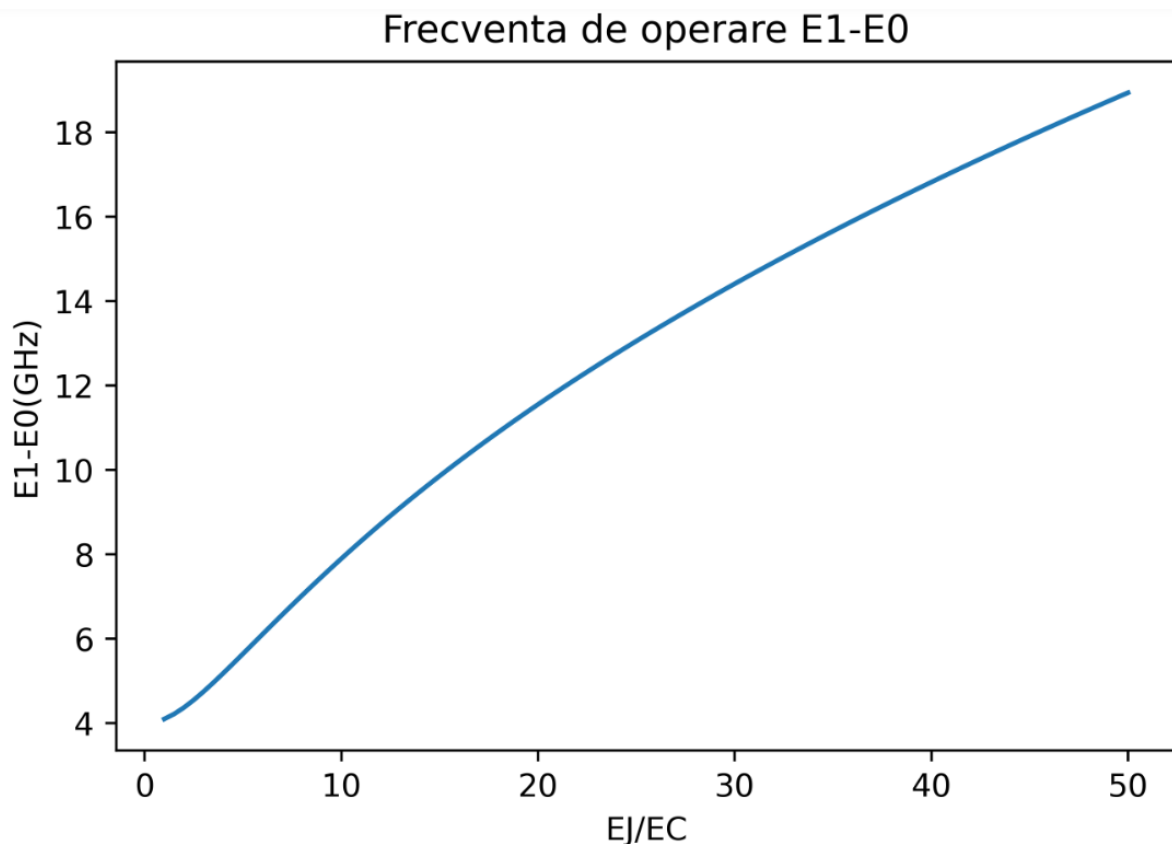


Figura 22: Dependența de raportul energetic  $E_J/E_C$  a frecvenței de operare  $E_1 - E_0$ , unde  $E_1$  este energia nivelului 1, iar  $E_0$  este energia nivelului 0.

Se poate observa din figura 22 faptul că frecvența de operare crește odată cu creșterea valorii raportului  $E_J/E_C$ . Acest lucru demonstrează faptul că o creștere a raportului  $E_J/E_C$  determină o rezistență mai mare a circuitului la fluctuațiile de sarcină, precum și o rezistență la fluctuațiile de temperatură. Valorile mai ridicate pentru energia de tranziție între stările 0 și 1 ale qubitului presupun o influență mult mai redusă din partea mediului, astfel încât excitațiile provenite din exterior trebuie să prezinte o frecvență mai ridicată pentru a determina tranziții între aceste 2 nivele și a determina decoerența qubitului.

## 12 Concluzii

În acest studiu am reușit să dezvolt un program capabil să realizeze calcule și operații computaționale pentru determinarea și reprezentarea grafică a funcțiilor de undă și a nivelelor energetice pentru un circuit supraconductor cu arhitectură transmonică.

De asemenea, am realizat simulări asupra dinamicii acestui circuit, utilizând valori experimentale preluate din articole științifice. Astfel, am putut să trag concluzii relevante asupra regimurilor optime de funcționare a Transmonului, precum și asupra influenței parametrilor  $E_C$ ,  $E_J$  și  $n_g$  asupra comportamentului circuitului.

Am observat că există 3 forme diferite a graficului funcțiilor de undă pentru cele 3 regimuri diferite de funcționare:  $E_C \gg E_J$ ,  $E_C \ll E_J$  și  $E_J = E_C$ . Modificarea raportului  $E_J/E_C$  nu aduce schimbări notabile formei graficului funcțiilor de undă, în cadrul aceluiași regim de funcționare.

În această lucrare, am analizat nivelele energetice ale Transmonului în funcție de raportul  $E_J/E_C$  și am stabilit care dintre aceste regimuri este cel optim pentru Transmon. Regimul optim a putut să fie observat din graficele nivelelor energetice pentru un raport  $E_J/E_C$  variabil. Totodată, am observat faptul că, pe măsură ce  $E_J/E_C$  crește, nivelurile de energie dependente de  $n_g$  se aplatizează, devenind mai armonice, apropiându-se, ca formă, de spectrul energetic al oscilatorului armonic. Astfel, nivelul de anarmonicitate depinde direct de raportul  $E_J/E_C$ .

Pentru raportul  $E_J/E_C = 1$ , corespunzător regimului Cooper Pair Box, se observă o anarmonicitate foarte mare, nivelurile energetice fiind distanțate inegal, însă graficul spectrului energetic prezintă fluctuații semnificative. În cazul raportului  $E_J/E_C = 50$ , nivelele sunt aproape plate, fluctuațiile fiind foarte mici, însă distanțarea dintre nivele este aproape egală, acest lucru fiind nefavorabil.

De asemenea, poate fi observat faptul că dispersia totală de sarcină (reprezentată de fluctuațiile graficelor din figura 21) descrește foarte rapid cu acest raport, mult mai rapid ca anarmonicitatea. Dispersia de sarcină este legată direct de sensibilitatea la zgomotul de încărcare a qubit-ului. Acest lucru îi conferă Transmonului un avantaj foarte mare, sensibilitatea sa la fluctuațiile de sarcină putând fi redusă, cu o pierdere relativ mică a anarmonicității.

Astfel, am dedus faptul că există un interval optim pentru  $E_J/E_C$ , încât să avem o sensibilitate la zgomotul de încărcare destul de redusă, dar fără o pierdere prea mare a anarmonicității sistemului. Astfel, în funcție de aplicațiile în cadrul cărora este utilizat, Transmonul atinge regimul optim de funcționare pentru un raport  $E_J/E_C$  mare, dar care să nu depășească valori foarte mari, pentru a nu-și pierde anarmonicitatea.

Cu privire la frecvența de operare, aceasta crește odată cu creșterea valorii raportului  $E_J/E_C$ . Acest lucru demonstrează faptul că o creștere a raportului  $E_J/E_C$  determină o rezistență mai mare a circuitului la fluctuațiile de sarcină, precum și o rezistență la fluctuațiile de temperatură.



## Partea III

# Bibliografie

- [1] What is quantum computing? IBM. (n.d.). Retrieved June 19, 2022, from <https://www.ibm.com/topics/quantum-computing>
- [2] Roth, T., Ma, R., Chew, W. C. (2022). The Transmon Qubit for Electromagnetics Engineers: An Introduction. *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, 2–14. <https://doi.org/10.1109/map.2022.3176593>
- [3] Divincenzo, D. P. (2005). The physical implementation of Quantum Computation. *Scalable Quantum Computers*, 1–13. <https://doi.org/10.1002/3527603182.ch1>
- [4] Nakahara, M., Ohmi, T. (2008). *Quantum computing: From linear algebra to physical realizations*. CRC Press.
- [5] Team, T. Q. (2022, April 28). Representing qubit states. [qiskit.org](https://qiskit.org). Retrieved June 18, 2022, from <https://qiskit.org/textbook/ch-states/representing-qubit-states.html>
- [6] Krantz, P., Kjaergaard, M., Yan, F., Orlando, T. P., Gustavsson, S., Oliver, W. D. (2019). A Quantum Engineer’s Guide to superconducting qubits. *Applied Physics Reviews*, 6(2), 021318. <https://doi.org/10.1063/1.5089550>
- [7] Hanson, R., Gywat, O., Awschalom, D. D. (2006). Room-temperature manipulation and decoherence of a single spin in Diamond. *Physical Review B*, 74(16). <https://doi.org/10.1103/physrevb.74.161203>
- [8] Marzoli, I., Tombesi, P., Ciaramicoli, G., Werth, G., Bushev, P., Stahl, S., Schmidt-Kaler, F., Hellwig, M., Henkel, C., Marx, G., Jex, I., Stachowska, E., Szawiola, G., Walaszyk, A. (2009). Experimental and theoretical challenges for the trapped electron quantum computer. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, 42(15), 154010. <https://doi.org/10.1088/0953-4075/42/15/154010>
- [9] Henriot, L., Beguin, L., Signoles, A., Lahaye, T., Browaeys, A., Reymond, G.-O., Jurczak, C. (2020). Quantum computing with neutral atoms. *Quantum*, 4, 327. <https://doi.org/10.22331/q-2020-09-21-327>
- [10] Vool, U., Devoret, M. (2017). Introduction to quantum electromagnetic circuits. *International Journal of Circuit Theory and Applications*, 45(7), 897–934. <https://doi.org/10.1002/cta.2359>
- [11] Koch, J., Yu, T. M., Gambetta, J., Houck, A. A., Schuster, D. I., Majer, J., Blais, A., Devoret, M. H., Girvin, S. M., Schoelkopf, R. J. (2007). Charge-insensitive qubit design derived from the Cooper Pair Box. *Physical Review A*, 76(4). <https://doi.org/10.1103/physreva.76.042319>
- [12] Project jupyter. Project Jupyter. (n.d.). Retrieved June 18, 2022, from <https://jupyter.org/>
- [13] Wikimedia Foundation. (2022, January 17). Anaconda (python distribution). Wikipedia. Retrieved June 18, 2022, from [https://en.wikipedia.org/wiki/Anaconda\\_\(Python\\_distribution\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Anaconda_(Python_distribution))
- [14] Smith, W., Kou, A., Vool, U., Pop, I., Frunzio, L., Schoelkopf, R., Devoret, M. (2016). The

Physical Implementation of Quantum Computation. Physical Review B, 94(14).

<https://doi.org/10.1103/physrevb.94.144507>

[15] Numpy.linalg.eigh. numpy.linalg.eigh - NumPy v1.22 Manual. (n.d.). Retrieved June 18, 2022,

from <https://numpy.org/doc/stable/reference/generated/numpy.linalg.eigh.html>

## DECLARAȚIE PE PROPRIE RĂSPUNDERE

Subsemnatul, .....Chendrean Anca-Lorena....., declar că Lucrarea de licență/diplomă/disertație pe care o voi prezenta în cadrul examenului de finalizare a studiilor la Facultatea de .....Fizică....., din cadrul Universității Babeș-Bolyai, în sesiunea ..iunie 2022..... , sub îndrumarea ...Prof.Dr. Ioan Grosu....., reprezintă o operă personală. Menționez că nu am plagiat o altă lucrare publicată, prezentată public sau un fișier postat pe Internet. Pentru realizarea lucrării am folosit exclusiv bibliografia prezentată și nu am ascuns nici o altă sursă bibliografică sau fișier electronic pe care să le fi folosit la redactarea lucrării.

Prezenta declarație este parte a lucrării și se anexează la aceasta.

Data,  
21.06.2022

Nume,  
Chendrean Anca-Lorena  
Semnătură

