



UNIVERSITATEA BABEȘ-BOLYAI  
BABEȘ-BOLYAI TUDOMÁNYEGYETEM  
BABEȘ-BOLYAI UNIVERSITÄT  
BABEȘ-BOLYAI UNIVERSITY  
TRADITIO ET EXCELLENTIA



# LUCRARE DE LICENȚĂ

**Coordonator științific**  
Dr. Járαι-Szabó Ferenc

**Absolvent**  
Antal Dávid

2024



UNIVERSITATEA BABEȘ-BOLYAI  
BABEȘ-BOLYAI TUDOMÁNYEGYETEM  
BABEȘ-BOLYAI UNIVERSITÄT  
BABEȘ-BOLYAI UNIVERSITY  
TRADITIO ET EXCELLENTIA



UNIVERSITATEA “BABEȘ-BOLYAI” CLUJ-NAPOCA  
FACULTATEA DE FIZICĂ  
SPECIALIZAREA FIZICĂ INFORMATICĂ

# LUCRARE DE LICENȚĂ

INVESTIGAREA MODELULUI BURRIDGE-KNOPOFF

**Coordonator științific**  
Dr. Járαι-Szabó Ferenc

**Absolvent**  
Antal Dávid

2024



UNIVERSITATEA BABEȘ-BOLYAI  
BABEȘ-BOLYAI TUDOMÁNYEGYETEM  
BABEȘ-BOLYAI UNIVERSITÄT  
BABEȘ-BOLYAI UNIVERSITY  
TRADITIO ET EXCELLENTIA



BABEȘ-BOLYAI TUDOMÁNYEGYETEM KOLOZSVÁR  
FIZIKA KAR  
FIZIKA INFORMATIKA SZAK

# ÁLLAMVIZSGA DOLGOZAT

A BURRIDGE-KNOPOFF RUGÓ-TÖMB MODELL VIZSGÁLATA

**Témavezető tanár**

Dr. Járai-Szabó Ferenc

**Végzős hallgató**

Antal Dávid

2024

## **Kivonat**

A Burridge-Knopoff-féle rugó-tömb rendszer az egyik legszélesebb körben alkalmazott modell a földrengések statisztikai tulajdonságainak vizsgálatára. E modell keretében a tektonikai lemezhatárok komplex dinamikáját rugókkal összekapcsolt tömbök rendszerével reprezentáljuk. A rendszerben felhalmozódó feszültséget a tömbökhöz kapcsolt rugókon keresztül vezetjük le. A modell egydimenziós, laboratóriumi skálájú változatát futószalagra helyezett rugó-tömb rendszerrel valósítottuk meg. Ebben a rendszerben első lépésként megvizsgáltuk a testek és a futószalag közti súrlódási erőket. Ezután a testek mozgási energiájából meghatároztuk a lavinák nagyságeloszlását, amely összhangban van a földrengésekre jellemző Gutenberg-Richter skálatörvénnyel. Az egydimenziós modell továbbfejlesztéseként egy kétdimenziós kísérleti eszközt is tervezünk. Az eredményeinket földrengés adatokkal és számítógép szimulációs eredményekkel hasonlítjuk össze.

## **Abstract**

The Burridge-Knopoff spring-block system is one of the most commonly used tool to analyze the statistical properties of earthquakes. This system aims to model the complex dynamics of tectonic plate boundaries and to understand the underlying fundamental principles, by springs and blocks. The tension accumulation is introduced to the system by the springs. The laboratory-scale, one-dimensional experimental setup was made with a spring-block system placed on a conveyor belt. Firstly the importance of the friction force was examined. Then from the total kinetic energy of the system, the size distribution of avalanches was determined, which shows good agreement with the Gutenberg-Richter law. The one-dimensional setup was further developed into a two-dimensional setup. Finally, our results were compared with real-life earthquake data and with simulation results.

# Tartalomjegyzék

<b>1. Bevezető</b>	<b>1</b>
1.1. Kritikus önszerveződő rendszerek . . . . .	1
1.2. Lavinaszerű viselkedés . . . . .	2
1.3. Földrengések . . . . .	2
1.4. Rugó-tömb modellek . . . . .	4
<b>2. Kísérleti megközelítés</b>	<b>6</b>
2.1. A kísérleti berendezés . . . . .	6
2.2. A súrlódási erő és jelentősége . . . . .	8
2.3. Kísérleti adatok és azok kiértékelése . . . . .	13
2.4. 2D modell megvalósítás és eredmények . . . . .	17
<b>3. Szimulációk</b>	<b>21</b>
<b>4. Következtetések és továbbfejlesztési lehetőségek</b>	<b>24</b>

# 1. Bevezető

## 1.1. Kritikus önszerveződő rendszerek

Az önszerveződés egy olyan spontán folyamat egy rendszerben, amely rendezett állapothoz vezet. Ez a fajta viselkedés meghatározza az adott rendszer evolúcióját, ugyanis olyan törvényszerűségek kerülnek előtérbe, amelyek képesek átírni a fő dinamikai jellemvonásait egy egységnek, a rendszert alkotó elemek a normáltól eltérő viselkedése, pl. szinkronizálódása által.

A kritikus önszerveződés komplex rendszerek esetén megfigyelhető paradigma, amely több tudományágban is fellelhető, mint pl. a szociológia, földrajz, valamint nem utolsósorban a fizika. A kritikus önszerveződés egy tulajdonsága, hogy a tanulmányozott rendszer, evolúciója során eljut egy olyan kritikus állapotba, amely nem függ sem az időtől, sem a rendszer méreteitől [2]. Ez az elmélet indokolja, hogy a disszipatív rendszerek skálafüggetlen hatványfüggvény szerinti eloszlást mutatnak.

A kritikus önszerveződésre egy egyszerű és elterjedt példa a homokdomb modell [2], amely lényege, hogy egy felületre véletlenszerűen homokszemeket teszünk, egyesével. Minél több szemet helyeztünk le, annál inkább nagyobb meredekségű dombot kapunk, mindaddig míg el nem érjük az a pontot (amely egy kritikus meredekséget formájában is megadható), amikor ha akár egy szem homokkal is több kerül a rendszerbe, egy omláshoz fog vezetni, ami után a rendszer visszakerül, mondhatni visszaáll egy korábbi stabil állapotba. Ezen modellnek a nagy problémája, hogy vizsgálata során, numerikusan egy diszkrét rendszerrel dolgozunk (egy diszkrét nagyságú rácson oldjuk, diszkrét időlépésekkel), ugyanis leginkább sejtautomataként vizsgáljuk ezt a problémát. Ennek a lényege, hogy egy adott méretű mátrixot használunk az adott térfogategységeken a magasságok tárolására, nem külön-külön dolgozunk a homokszemekkel; ez a megközelítés leegyszerűsíti a problémát, a valós folytonos rendszerekhez viszonyítva. Kérdéses lehet ugyanakkor, hogy ezzel a megközelítéssel milyen hibát viszünk be a rendszerbe? Az eredmények azt mutatják, hogy ez az egyszerű rendszer is képes mennyiségileg reprodukálni a folytonos rendszerek jellemzőit.

Egy másik terület, amely kapcsolatban áll a kritikus önszerveződéssel, az a földrengések tanulmányozása: egy ebben a témában használt modell az Olami-Feder-Christensen modell, amelyet a szeizmikus tevékenységek tárgyalása céljából hoztak létre [5]. Ezen modell egy olyan rendszer amelyben testek egy négyzetrács mentén helyezkednek el, és minden test össze van kapcsolva a 4 közvetlen szomszédjával, imitálva egy rugalmas lemezt, amely a testekre ható erők hatására torzulhat, energia halmozódhat fel vagy disszipálódhat el benne a testek együttes mozgása

által.

Ezek a rendszerek mind az egyensúly szélén/határán billegnek, minden energia-disszipálódási folyamat után egy olyan helyzetbe/állapotba kerülnek, ami energiateljesítmény felhalmozódással újra a kritikus állapotba vezet, létrehozva egy bizonytalan egyensúlyt. A kritikus állapot átlépésével egybekötve, olyan események születnek, amelyek jellege lavinaszerű viselkedésre hasonlít. Emellett a kritikus önszerveződő rendszerekhez hasonló az a tulajdonságuk miszerint, hogyha a megfelelő pillanatban egy nagyon kis perturbációt adunk a rendszernek, akkor ez a jelentéktelen mértékű eltérés nagy hatással lesz a rendszer állapotára. (visszakerülhet egy korábbi állapotba vagy lavinaszerű dinamikát indukálhat). Ezt tulajdonképpen felfoghatjuk egy a hirtelen eseményekre való hajlamként.

## 1.2. Lavinaszerű viselkedés

A lavinák tekinthetők úgy, mint a rendszer visszaállása az instabil állapotból egy stabil állapotba, így tehát maga a lavina is egy önszerveződési mechanizmus, ami stabilizálja a rendszert. Ezen kívül a lavinaszerű viselkedés esetén a lavinák/stabilizálódások időskálája sokkal kisebb, mint a rendszer általános dinamikájának időskálája; ennek köszönhetően számunkra az is garantálva van, hogy a legtöbbször egyszerre egy és csakis egy lavina van jelen a rendszerben. A lavinákra jellemző, hogy nincs semmilyen megszorításuk a méretüket illetően, csupán a rendszer mérete, tehát a megfigyelt rendszerekben a legkülönbözőbb méretű lavinák megjelenésére számíthatunk, amiknek végül hatványfüggvényes eloszlása lesz [8]. A lavinák másik jelentősége, hogy energiát disszipálnak el a rendszerből, ezért minden lavinaszerű viselkedést mutató rendszer, disszipatív is. Összességében az jellemző a lavinaszerű viselkedést mutató disszipatív rendszerekre, hogy az energia disszipálódása hatványfüggvény szerinti eloszlás mentén történik.

A lavinák érdekessége, hogy nagy hasonlóságot mutatnak a földrengésekkel dinamikai szempontból, valamint mindkét jelenség esetén belátható a kritikus önszerveződés jelenléte; így tehát elmondható, hogy a szeizmikus események is, a kritikus önszerveződéssel kapcsolatban álló jelenségek [8].

## 1.3. Földrengések

A földrengések létrejöttének alapvető mechanizmusa a tektonikai kőzetlemezek mozgásából adódó feszültségfelhalmozódás és disszipálódás, amelyekből az utóbbi maga a földrengés. A földrengések kialakulása szempontjából kulcsfontosságú szereppel bírnak a kőzetlemez határok,

ugyanis ezeken a helyeken jellemzően jelentősebb mértékben megy végbe ez a folyamat. Tudományos körökben ismert, hogy a földrengések nagy része két térségben jelentkezik, ezek a Cirkumpacifikus-hegységrendszer (angolul a Ring of Fire-ként is hivatkoznak rá), amely a Csendes-óceán alatt végighúzóódó övezet; és az Eurázsiai-hegységrendszer [11]. A kőzetlemezek egymáshoz viszonyított mozgása is változó: egymás alá bukhatnak, eltávolodhatnak egymástól, de akár el is csúszhatnak egymás mellett. Ezeket a mozgástípusokat igyekszünk modellezni, kísérleti módszerrel, valamint szimulációkkal, hogy jobban megértsük a földrengések dinamikáját. A földrengés során eldisszipálódott energia szeizmikus mozgást indukál, és hullámként terjed tovább a rengés fókuszpontjából. Epicentrumnak meg azt a pontot nevezzük, amely a kőzetlemez felületén elhelyezkedő pontok közül a legközelebb található a földrengés fókuszpontjához. A kőzetlemezek egymás melletti elmozdulása által létrejön egy csúszó-tapadó (stick-slip) dinamika a kőzetlemezek határán, aminek az oka a tapadó és csúszó súrlódás közötti átmenet; ez a viselkedésforma a későbbiekben is megfigyelhető lesz.

A földrengésekre jellemző általános törvényszerűségek közül kettőt emelnénk ki, a Gutenberg-Richter, illetve az Omori törvényt.

A Gutenberg-Richter törvény egy olyan szeizmiológiai összefüggés, amely adott nagyságú/energiájú földrengések, nagysága és gyakorisága között teremt kapcsolatot. Maga a törvény úgy szól, hogy:

$$N(M) = N_0 10^{-bM} \quad (1)$$

$M$  - a földrengés magnitúdója (erőssége),

$N$  - a földrengések száma, melyek magnitúdója nagyobb, mint  $M$ ,

$N_0$  és  $b$  - állandók.

Ezen egyenlet alapján kijelenthető, hogy adott értéknél nagyobb magnitúdójú földrengések száma hatványfüggvényszerűen függ a magnitúdó értékétől. Ugyanakkor ismert az is, hogy a földrengések nagyságát leíró Richter skála esetén a magnitúdó logaritmikusan függ a földrengés során felszabadult energiától. Később kimutatták [7], hogy adott  $E$  energiájú földrengés esetén a földrengés megjelenési-valószínűsége függvénye egy Pareto-típusú eloszlást fog követni.

Egy másik ilyen törvényszerűség, az Omori törvény, amely az utórengések lecsengését írja le, ugyanis ezek az idő reciprokával arányosan tűnnek el [12]. Ezt ugyanakkor egy későbbi tanulmány folyamán Utsu pontosította:

$$n(t) = \frac{k}{(c+t)^p} \quad (2)$$

$n$  - az időegység alatt bekövetkező utórengések száma,  $t$  idő eltelte után,

$k$ ,  $c$  és  $p$  - állandók amelyek változnak adott földrengések tanulmányozása esetén.



Kiemelném, hogy a Gutenberg-Richter törvénnyel egyetemben ezek empirikus törvények, tehát valós szeizmikus aktivitásokból származó adatok alapján születtek meg.

Mi a probléma a földrengésekkel? A fő nehézség, hogy a földrengések komplex dinamikával rendelkeznek, ennek köszönhetően előrejelezhetetlenek, így tulajdonképpen ahhoz, hogy a földrengéseket tanulmányozzuk, kénytelenek vagyunk statisztikai szempontból megvizsgálni őket. A statisztikai leírásnak két monddja van: a valós szeizmikus adatok kiértékelése vagy egy megfelelő modell kiválasztása, ami képes imitálni a földrengések statisztikai tulajdonságait. Ezen tanulmány mentén a múltban már használt módszerekhez folyamodunk, és a szakirodalomban már megannyiszor megjelenő, rugó-tömb modelleket választjuk, melyek bizonyítottan képesek a földrengéseket modellezni. [1, 2, 6, 7, 10].

#### 1.4. Rugó-tömb modellek

A rugó-tömb modellek legfőbb előnye, hogy komplex dinamikájú rendszereket tudunk megvizsgálni egy könnyen megalkotható rendszerrel. A mi esetünkben a tanulmányozás kifejezetten egy specifikus rugó-tömb modelre irányult, a Burridge-Knoppoff rugó-tömb modellre, amit a földrengések tanulmányozására használnak, legtöbbször numerikus formában [4]. A már említett modellt tanulmányoztuk első sorban kísérletileg, de szimulációkat is futtattunk a rendszer teljeskörűbb megértése érdekében [1]. A Burridge-Knoppoff (BK) modell 1967-ben került megalkotásra [4], azzal a céllal, hogy a földrengések statisztikai tulajdonságait reprodukálja. Az eredeti megközelítés szerint két felület (kőzetlemez) egymás melletti elmozdulását hivatott modellezni: rugókkal csatolt testek dinamikájával. Analógia szerint, a testek rugóval rögzülnek az egyik kéreglemezhez, míg a másikkal a súrlódási erő révén lépnek kapcsolatba. Egy földrengést úgy definiálunk ebben a rendszerben, mint egy olyan összenergiaváltozást, amely energiát disszipál el a rendszerből, a testek összehangolt megcsúszása által, ezzel visszaállítva a rendszert egy korábbi állapotba [13]. Jobban belegondolva a modell működésébe megállapíthatjuk, hogy ez is egy kritikusan önszerveződő rendszer, melyben a földrengések tulajdonképpen lavinák, amelyek energiát vesznek ki a rendszerből.

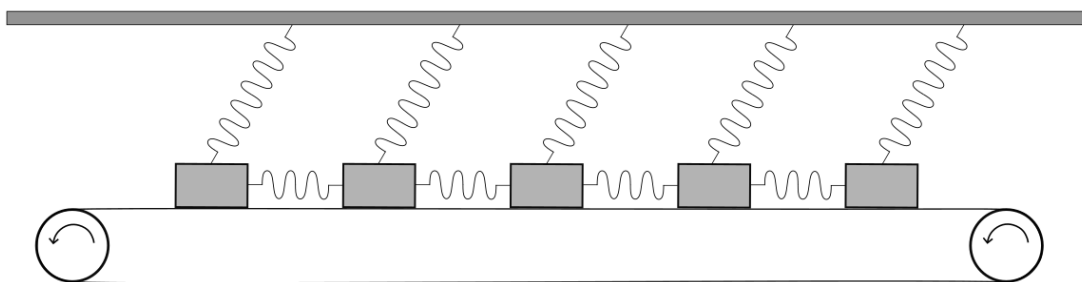
A BK modell egy továbbfejlesztett változatát Olami, Feder és Christensen tanulmányozta [10], amely az eredeti 1D-s modell 2D-ba való kiterjesztésével módosult. Ezen rendszert már jóval bonyolultabb vizsgálni numerikus módon is, (nagy testszám esetén az 1D szimuláció is képes időigényes lenni) így nem meglepő, hogy ennek a tanulmányozásához nagyobb számítási kapacitású eszközökre volt szükség, ami a történelem folyamán nem mindig volt elérhető; ezzel a gondolattal reflektálnék arra, hogy a Burridge-Knoppoff modell népszerűsége a számítási kapacitás

robbanásszerű növekedésével nőtt, ugyanis ezáltal képesek voltak megfelelő nagyságú skálán oldani a rendszer dinamikáját [9].

## 2. Kísérleti megközelítés

### 2.1. A kísérleti berendezés

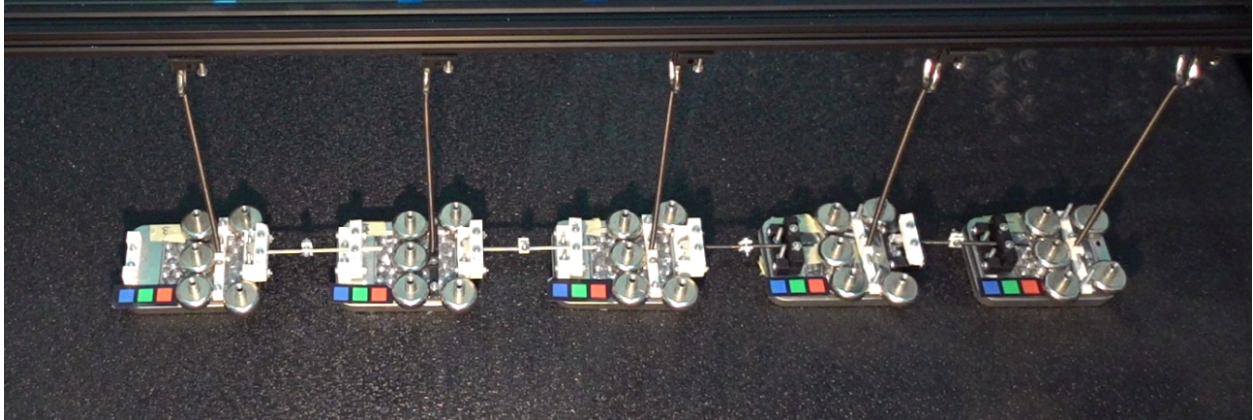
Kísérleti megközelítésünket az inspirálta, hogy meglepően kevés kísérleti megvalósítás készült a hagyományos Burridge-Knopoff modellből, így ezen felbuzdulva igyekeztünk valami újat megalkotni. Az 2.1. ábrán vázolt kísérleti berendezést építettük meg, amibe a dinamikát egy futószalag segítségével vittük be, majd követtük a fentebb taglalt gondolatot és rugókkal összekötött testek sorozatát helyeztük a futószalagra. Ezen kívül a testeket egy felső állványzathoz is rögzítettük, ezen szempontból eltérünk a modelltől, nem maga az állványzat fogja a testeket mozgatni, mint az eredeti esetben, hanem a futószalag. Tekintettel a mozgás relatív mivoltára, ez a két megközelítés teljesen ekvivalens dinamikát fog eredményezni. A futószalag előnye, hogy sebességét egy megadott tartományban képesek vagyunk módosítani, viszont a gyári vezérlés nem adott lehetőséget olyan alacsony sebesség paramétert választani, amelyre szükségünk lett volna, hogy a földrengések és a rendszer általános dinamikája különböző időskálára kerüljön. A megoldást egy Arduino alapú irányítás jelentette, aminek segítségével képesek vagyunk egészen 0,1 km/h-ra csökkenteni a futószalag sebességét. Az 1D modell megvalósításához, fémdobozokat használtunk, amelyek között 110 N/m erősségű huzó-nyomó rugókat helyeztünk el, majd a testeket 16 N/m rugóállandójú rugókkal erősítettük az állványzathoz.



2.1. ábra. Az 1D kísérleti berendezés vázlatos rajza

A kísérletek/mérések folyamán a sebesség paramétert tartottuk könnyen változtathatónak, a rugók rugóállandóit és a testek tömegeit rögzítettük, hiszen ezeket sokkal nehezebb kísérletileg variálni; a rugók a már fentebb leírt specifikációval futottak, míg a testek egyesével 300 g tömegűek voltak. A sebesség változtatását 0,05 km/h lépésekkel tettük meg és minden értékre 6

db mérést végeztünk.



2.2. ábra. Az 1D kísérleti berendezés

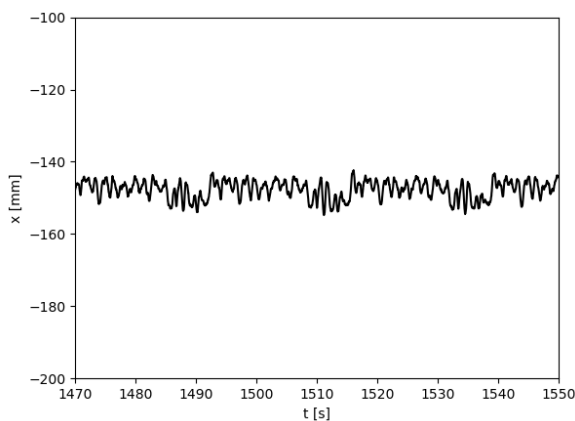
A testek pozíciójának a lehető leprecízebb meghatározásához, RGB tageket használtunk (lásd 2.2. ábrán). Ezeket levideózva, utólagos videófeldolgozáson keresztül kaptuk meg az egyes tag-ek helyzeteit, ehhez Python kódokat használtunk. A videók 1080p felbontással és 50 fps sebességgel készültek, hosszúságuk minden mérés esetén 30 perc, mert a használt kamera ezek a beállítások mellett 30 percet tudott felvenni megszakítás nélkül. Ezek alapján a testek pozícióit külön-külön meghatározhatjuk tízedmilliméteres pontossággal minden 2 századmásodperc elteltével; amennyiben a videófelvétel kép vagy időbeli felbontását növelni tudnánk, úgy a kapott eredmények is pontosabbak lehetnének. Az így kapott pozíció-idősorokra példaként tekintsük a 2.3. ábrát, ahol egy test helyzetének változása látható különböző futószalag sebességekre nézve.

A testek pozíciót kinyerve kiszámításra kerültek a testek sebességei, majd ezeket az adatokat felhasználva meghatározható a rendszer teljes kinetikus energiája, amit tovább tanulmányoztuk. Ahhoz, hogy lavinákról/földrengésekről beszélhessünk a kísérleten belül, szükségünk van egy földrengés definícióra, amely segítségével a lavinák nagyságát is meg tudjuk határozni. Az általunk bevezetett definíció szerint egy lavina energiája a rendszer teljes kinetikus energiáját nézve, egy lokális minimum és az azt követő lokális maximum közötti energiakülönbség, ugyanis mindaddig míg a testek letapadva továbbhaladnak a futószalaggal addig a testek mozgási energiája egy adott értéknél állandósul, majd csupán az egyik test megcsúszását követően is, elkezd nőni, ami reprezentálja a potenciális energia eldisszipálódását a rendszerben. Tisztázva, hogy hogyan is dolgoztuk fel az adatainkat, feltevődik a kérdés: mit kezdünk a lavinák energiáival?

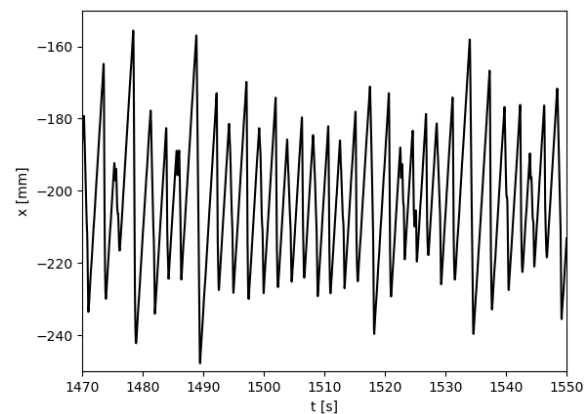
Ahhoz, hogy statisztikailag valamilyen konklúzióra jussunk, az  $E$  energiájú lavinák valószínűsége függvénye fog segítséget nyújtani nekünk, így az eredményeinket  $E - \rho$  skálán

ábrázoljuk, ahol  $\rho$  az  $E$  és  $E + dE$  energiájú lavinák előfordulási valószínűsége.

A rendszerünk korlátoltságából kifolyólag, leginkább a futószalag sebességét hagytuk változtatható paraméternek, hiszen ez nem feltételezett nagyobb munkát, a különböző paraméterű mérések között. Ha a sebesség paramétert változtatva bejárjuk az egész sebességtartományt, ami esetünkben 0,1 - 0,8 km/h-ig tart, két különböző viselkedésmódot különíthetünk el: a stick-slip (csúszó-tapadó) dinamikát (aminek az idősorát a 2.3b. ábra mutatja be) és egy folyamatos csúszást, ami egy periodikus viselkedés (lásd 2.3a. ábra). Számunkra itt a stick-slip dinamika érdekes, hiszen az mutat a földrengésekkel hasonló statisztikai tulajdonságokat; ezt a dinamikát az alacsonyabb sebességtartományban figyelhetjük meg ( $\leq 0,3$  km/h), míg a folyamatos csúszás ennél nagyobb sebességek esetén jelenik meg. A csúszó-tapadó dinamika előnye, hogy a rendszer általános dinamikájának időskálája eltér, a lavinák időskálájától, így a dinamikában is jól elkülöníthetők egymástól.



(a) Folyamatos csúszás,  $v = 0,4$  km/h



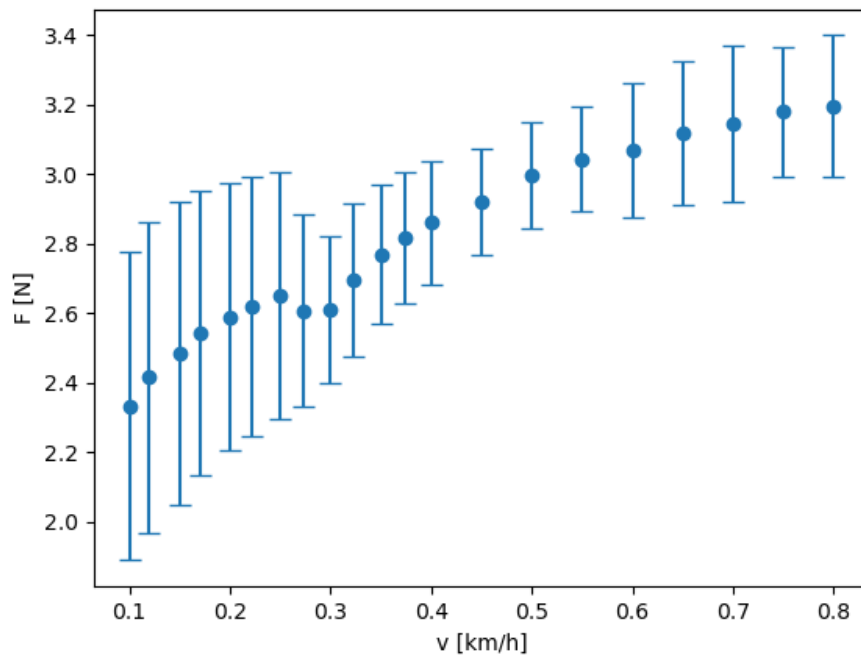
(b) Csúszó-tapadó dinamika,  $v = 0,1$  km/h

2.3. ábra. Egy test pozíciójának idősorai a megfigyelt különböző dinamikák esetén

## 2.2. A súrlódási erő és jelentősége

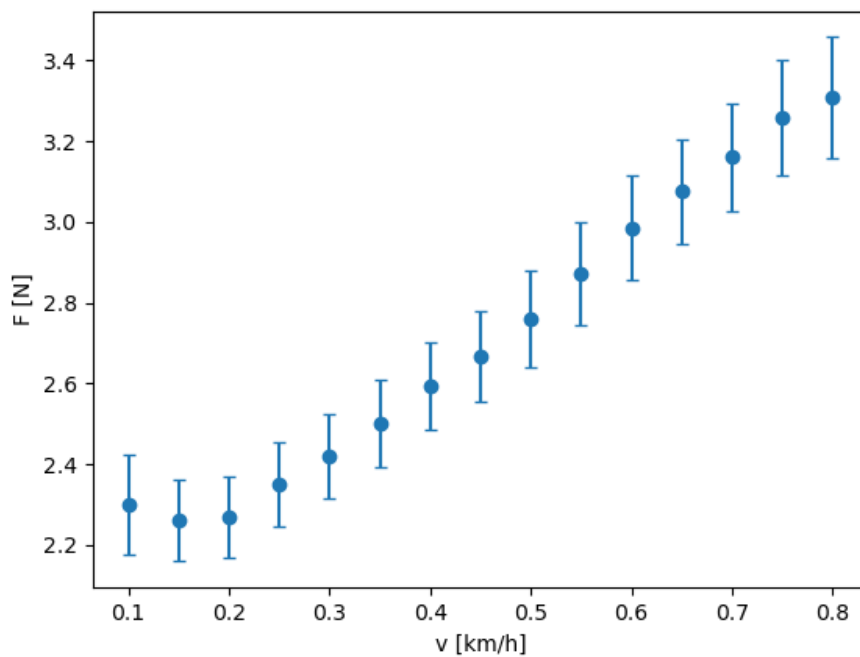
Az olvasóban felmerülhet egy kérdés: mi okozza, ezt az érdekes csúszó-tapadó viselkedést? Ezen viselkedésnek a fő kiváltó oka a súrlódási erőben rejlik, pontosabban a csúszó és tapadó súrlódás közötti letöréses átmenetben. A súrlódási erő tanulmányozása már a régmúltba visszanyúlik, ugyanakkor eddig senkinek sem sikerült teljeskörű elméletet alkotni ezen erő kapcsán, mivel viselkedése, rendkívül komplex [3]. A gyakorlatban megannyi dolog befolyásolja a súrlódási erőt, csak, hogy párat említsünk: a felületi érdesség, az érintkezési felületek nagysága, stb. de egy rendszer dinamikája közben lemérni is nehézkes, anélkül, hogy beleavatkoznánk az általános viselkedésébe; ami eredményezheti azt is, hogy elrontjuk a kísérleti eredményeinket.

Ugyanakkor, ahhoz, hogy egy átfogóbb áttekintést nyújtsunk a modellről, kísérletileg is kimértük a súrlódási erő nagyságát adott futószalag sebességekre, egy másik kísérleti összeállításban. Gyakorlatilag a csúszási súrlódási erő értékét tudtuk így meghatározni a test csúszási sebességének függvényében. Ebben az esetben csupán egy testet használtunk és az arra ható súrlódási erőt mértük egy erőmérő cella segítségével. Két különböző módon is végeztünk méréseket: a kísérleti berendezéshez hasonlóan rugóval rögzítve a testet az erőmérő cellához, valamint fix rögzítéssel. A rugós rögzítéssel kapott mérési eredményeket a 2.4. ábrán foglaltuk össze.



2.4. ábra. A rugós rögzítéssel, kísérletileg kimért csúszó súrlódási erő értékek.

Ezen az látható, hogy az alacsonyabb sebességű tartományban nagyon nagy hibahatárokkal dolgoztunk (esetünkben az errorbar az értékek standard deviációját hivatott reprezentálni), ugyanis a test oszcilláló mozgást végzett, a rugónak köszönhetően. Ez a jelenség nagyobb sebességek esetén is megfigyelhető, de sokkal kisebb hatása volt az eredményre. Ezen hibahatárok csökkentését céloztuk meg, azáltal, hogy fix rögzítéssel is méréseket végeztünk, ezeket pedig a 2.5. grafikonon ábrázoltuk.



2.5. ábra. Stabil rögzítéssel kimért csúszó súrlódási erő értékek.

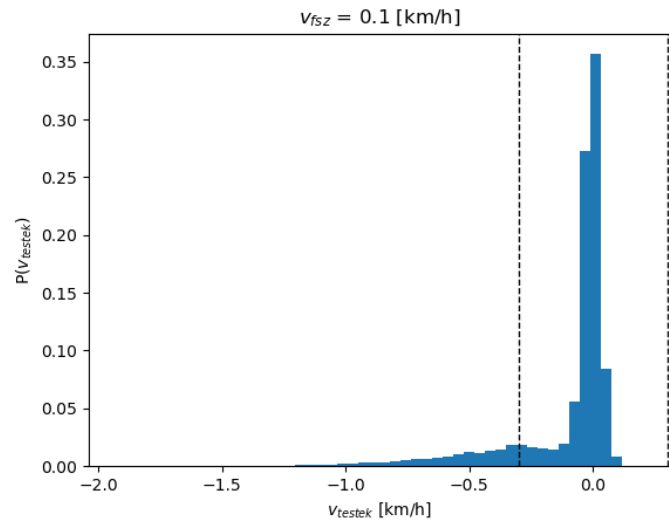
Ez esetben már jóval kisebb hibahatárok között mozogtak a méréseink, de az idősorokat megnézve, itt is fellépik valami féle periodikus viselkedés. A méréseink megnézve, azt mondhatjuk, hogy kis sebességek esetén a súrlódási erő egy küszöbérték eléréséig nem nő radikálisan, majd ezen küszöbérték átlépése után a sebességgel arányos lineáris növekedést tapasztaltunk.

Ezen mérési eredmények viszont ebben a formájában nem nyújt releváns magyarázatot, hiszen a BK rendszerben egy adott futószalag sebesség esetén a testek sebességei változhatnak, aminek köszönhetően az erő nagysága sem lesz állandó, hanem mindig a relatív sebességgel együtt változik. Ebből kiindulva megvizsgáltuk, hogy egy adott futószalag sebesség esetén ebben a modellben, milyen eloszlást mutatnak a testek sebességei, mert ezekhez már könnyen tudunk erőket rendelni. Emelett egy másik célunk is volt ezekkel a mérésekkel: validálni saját magunkat, ugyanis a később bemutatásra kerülő szimulációk során egy meglehetősen egyszerű modellt használtunk a súrlódási erőre, a Coulomb modellt, ami a csúszási sebességtől független csúszó súrlódási erőt feltételez. Kivételt képeznek a folytonos, periodikus dinamikát mutató esetek, amiket most amúgy sem fogunk vizsgálni számítógép szimulációkkal, hiszen ezen mérések nem adnak releváns eredményt a földrengésekkel kapcsolatban.

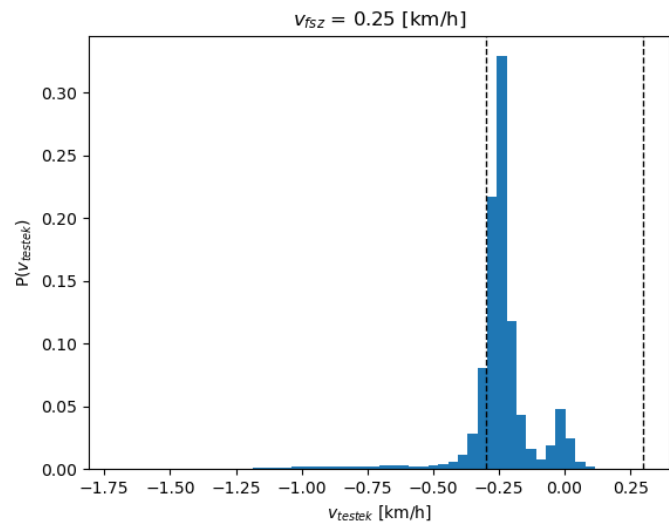
A 2.6. ábrán bemutatott grafikonokon a függőleges szaggatott vonalak a  $-0,3$  és  $0,3$  km/h értékeket jelölik, amely azért szükséges, mert ahogy a 2.4. ábrán látható nagyjából a  $0,3 - 0,25$  -ös sebesség esetén kezd el növekedni a súrlódási erő nagysága a sebességgel, az ennél alacsonyabb sebességű

tartományban, megközelítőleg lineáris a nagysága, tehát hasonló, mint amit a súrlódási erőnk modellje feltételez. Ezen ábrák azt hivatottak bemutatni, hogy különböző futószalag sebességek esetén hogyan alakulnak a testek sebességének eloszlásai és azt láthatjuk, hogy az esetek döntő többségében, ebben a súrlódási erő esetén laposabb doméniumban maradnak a testek sebességei. A megfigyelés alapján pedig azt mondhatjuk, hogy a Coulomb súrlódási modell egy jó egyszerűsítés a szimulációs vizsgálathoz. A fix felfüggesztésű méréseinket figyelembevéve, ha egy valóságosabb súrlódási erőt szeretnénk implementálni, akkor megfelelő ezt a lineáris erőt kiegészíteni egy lineárisan növekvő résszel. A két különböző viselkedésforma ezekben az eloszlásokban is megmutatkozik: a kváziperiodikus viselkedés esetén (nagy sebességek esetén) azt látjuk, hogy a tanulmányozott futószalag sebesség körül egy teljesen szimmetrikus eloszlást kapunk, míg kis sebességek esetén egy elnyúló rész figyelhető meg a futószalagsebesség körül megjelenő maximum mellett, amely a rendszer "resztálódásainak" köszönhető, ugyanis a megcsúszások esetén nagy sebességek indukálódnak, ezek viszik vissza a rendszerünket egy korábbi stabil állapotba. Az átmenet a két viselkedés között nem azonnali, hanem tranziens, ami a 2.6b. grafikonon látszik, ebben az esetben a viselkedésformák jellemvonásai egy összetett eloszlást eredményeznek, ez a tranziens átmenet a későbbiekben is megfigyelhető lesz.

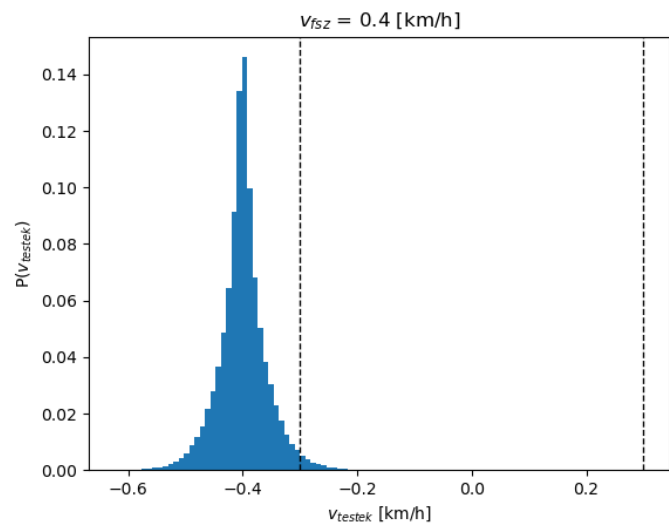




(a)



(b)

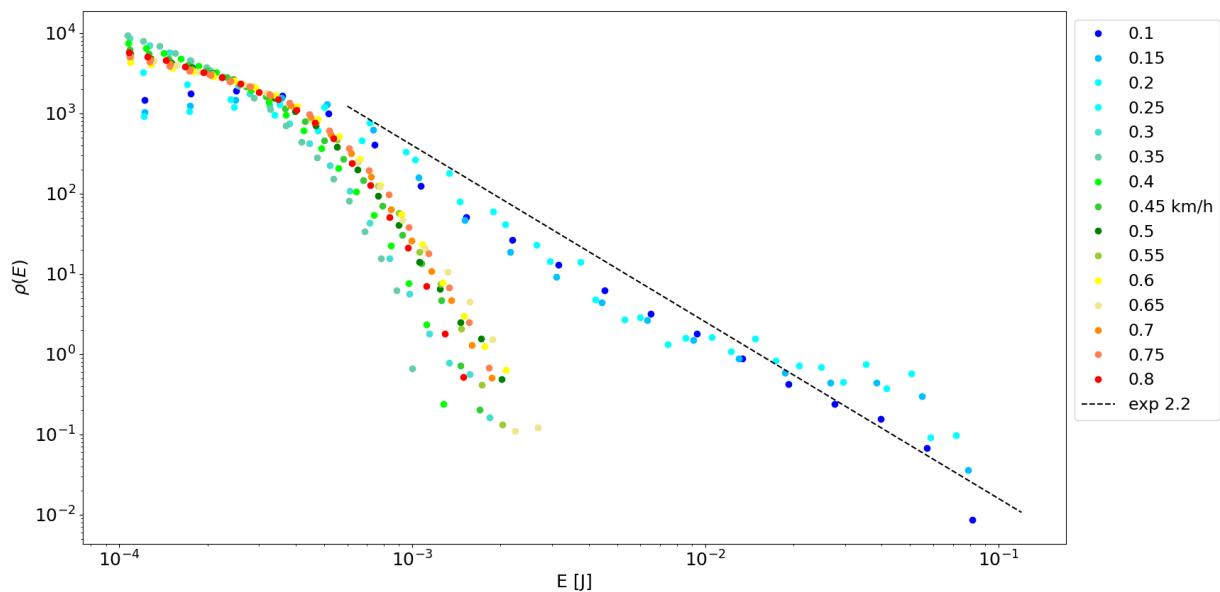


(c)

2.6. ábra. A test sebességek eloszlásai különböző futószalag sebességekre

### 2.3. Kísérleti adatok és azok kiértékelése

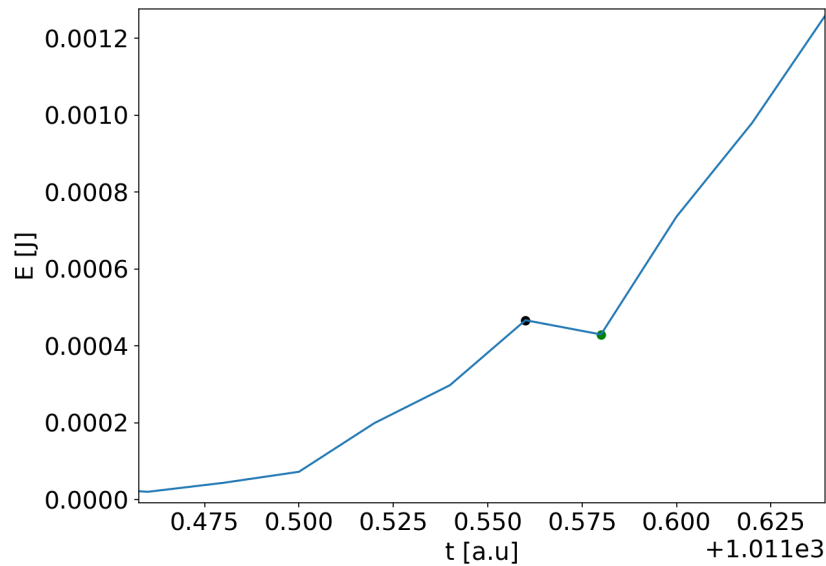
Ezen fejezetben az 1D modell kísérlet során elért eredményeinket vizsgáljuk meg. A fentebb leírtakban bevezettünk egy földrengés definíciót, amit két különböző megoldással implementáltunk, ennek köszönhetően a végeredményeink és ezáltal a konklúzióink is változnak. Első esetben a lehető legegyszerűbben megkerestük az energia minimumokat és maximumokat a teljes kinetikus energiában, majd az egymást követő lokális minimum - maximum párokból földrengés energiát számoltunk. Az így kapott eredményeket, már korábban publikáltuk [1]:



2.7. ábra. Az 1D modell összesített kísérleti adatai. 1. eset

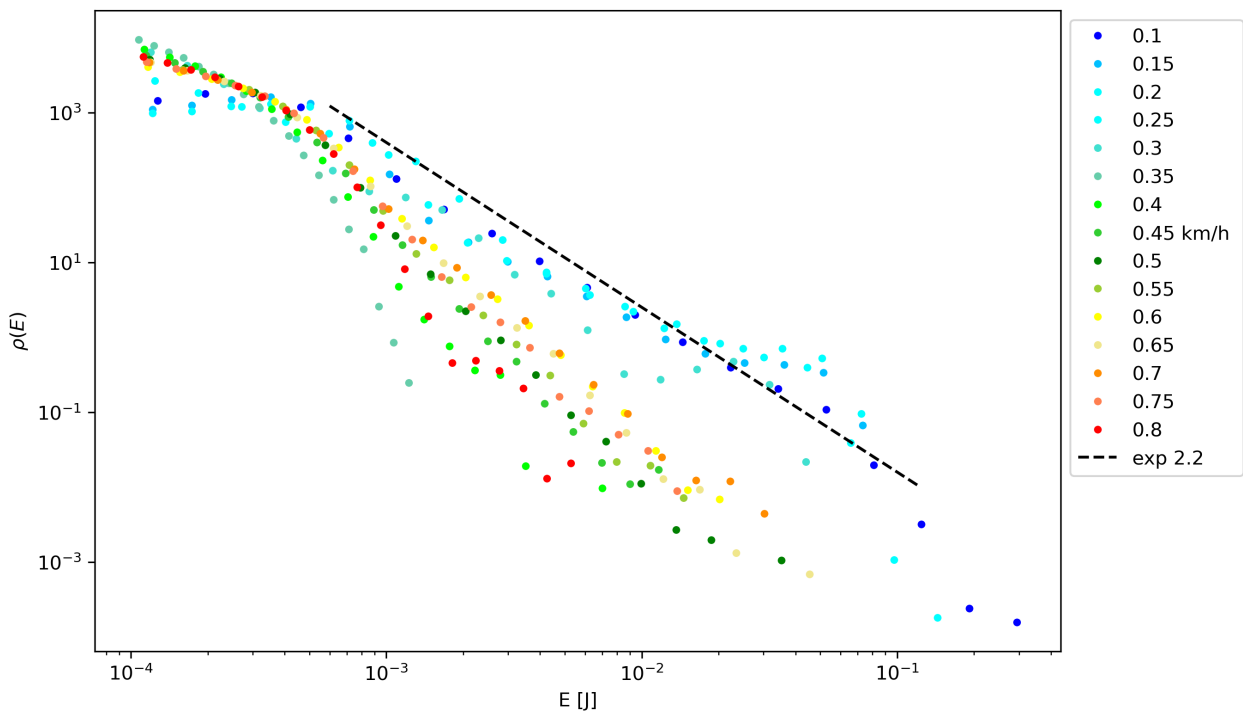
A 2.7. grafikonon az látszik, hogy a folyamatos csúszás és a stick-slip dinamika elkülönül egymástól, az alacsony sebességű mérések (amelyek csúszó-tapadó viselkedést mutatnak), hatványfüggvényszerű eloszlást mutatnak, ami megegyezik a földrengésekre jellemző Gutenberg-Richter törvénnyel. Az előzőekhez képest ellentmondásos lehet az, hogy ezen feldolgozás mentén nem kapunk olyan eredményeket, amelyek átmenetet képeznének a két doménium között, így ennek köszönhetően, valamint hibafeltárási céllal megkíséreltük egy definícióban megegyező, de implementálásban eltérő megoldást alkalmazni. Ez alkalommal azt vettük figyelembe, hogy a képfeldolgozó algoritmusunk képes hibázni, amit alapvetően azzal kezeltünk, hogy az eloszlásainkat levágtuk és csak abba a tartományba vizsgáltuk, ahol ez a hiba elhanyagolhatóan kicsi. Ugyanakkor vannak esetek, mikor egy-egy nagy lavinát képes megtörni (lásd 2.8. ábrán) egy ilyen kis fluktuáció, amely eredhet csupán a videófeldolgozás tökéletlenségéből is, így ezzel a próbálkozással azt céloztuk meg, hogy kiszűrjük ezeket a kis "zajokat" abban az esetben, ha azok határozottan egy monoton növekvő szakaszt szelnek

ketté, indokolatlanul egy olyan kicsi méretű mozgási energia változás, ami adódhat az utólagos feldolgozásból.



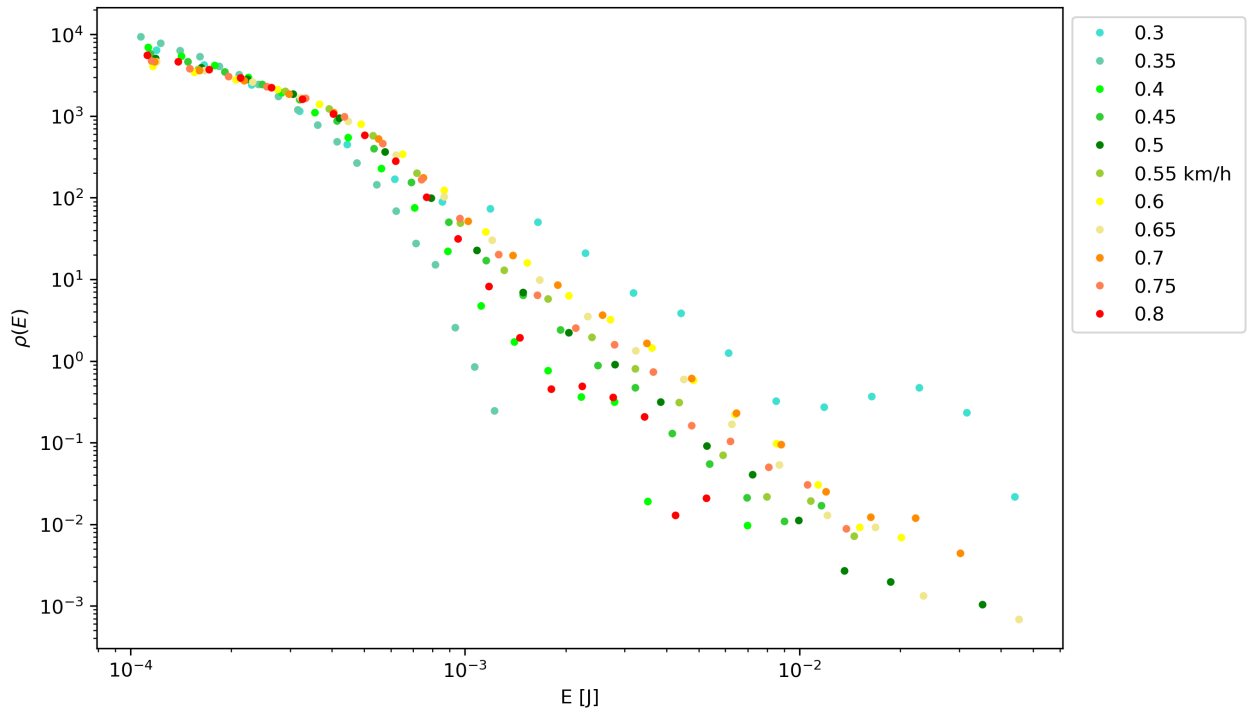
2.8. ábra. Az 1D modell energiájában megjelenő apró fluktuációk

Az így kapott eredményeink a következők:



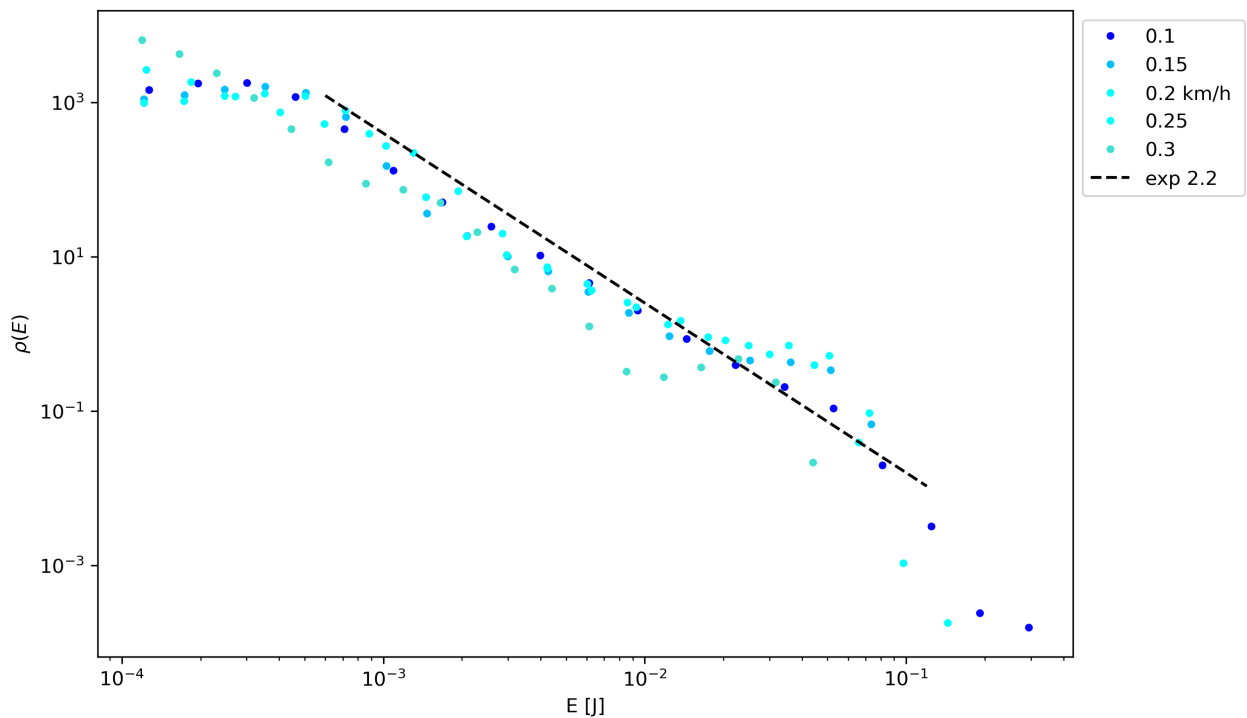
2.9. ábra. Az 1D modell összesített kísérleti adatai. 2. eset

A 2.9. ábrán látható az az elkülönülés, amit már korábban is említettük a két különböző viselkedéstípus megjelenésére alapozva, de megfigyelhető az is, hogy az átmenet nem azonnali hanem tranziciens, tehát vannak olyan sebesség értékek, amelyek esetén úgyszintén megjelenik a csúszás, mint a stick-slip dinamika (ilyenek pl. a 0.3 km/h mérések).



2.10. ábra. Az 1D modell kísérleti eredményei nagy sebességű doméniumban

A 2.10. ábrán azt figyelhetjük meg, hogy hogyan alakul a lavinák nagyságeloszlása folyamatos csúszás/periodikus mozgás esetén. Érdekes lehet, hogy ebben az esetben a fenti definíciótól eltérően nincs akkora elkülönülés a két dinamika között, szinte azt is mondhatjuk, hogy az egész sebesség paraméter tartományban hasonló eloszlásokat kapunk.

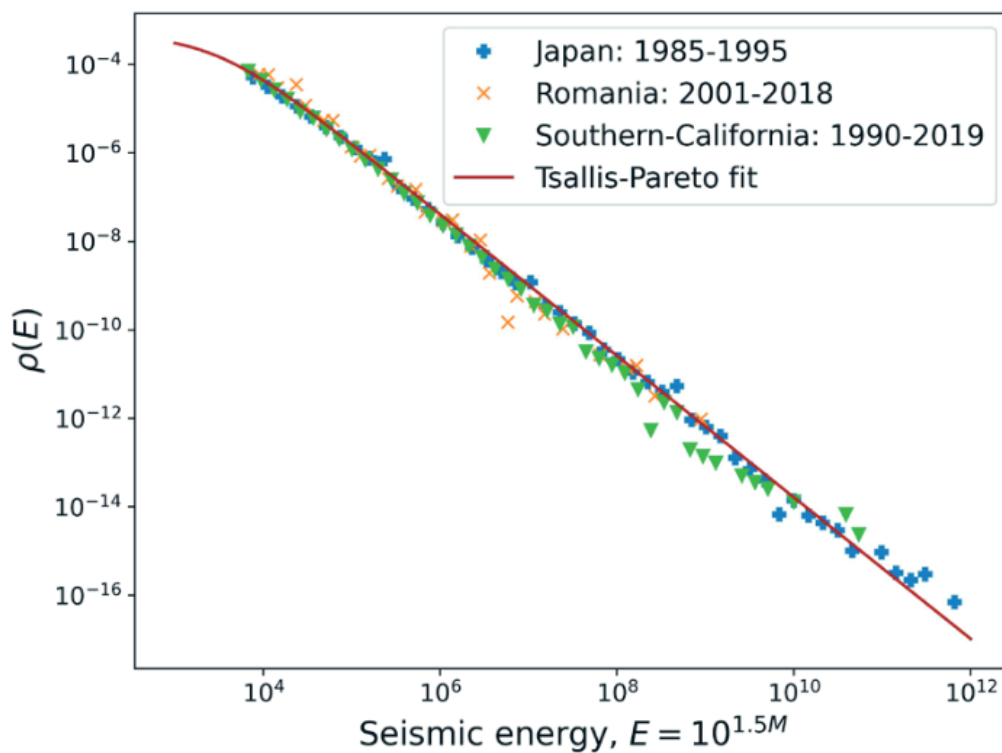


2.11. ábra. Az 1D modell kísérleti eredményei alacsony sebességek esetén

A 2.11. ábra a legrelevánsabb esetünkben, hiszen ezen esetben figyelhető meg a már fentebb

is taglalt skálafüggetlen hatványfüggvény szerinti eloszlás, ami visszaadja a Gutenberg-Richter törvényt. De lássuk hogyan viszonyulnak az így kapott adatok, egy valós szeizmikus aktivitásból származó adatokhoz.

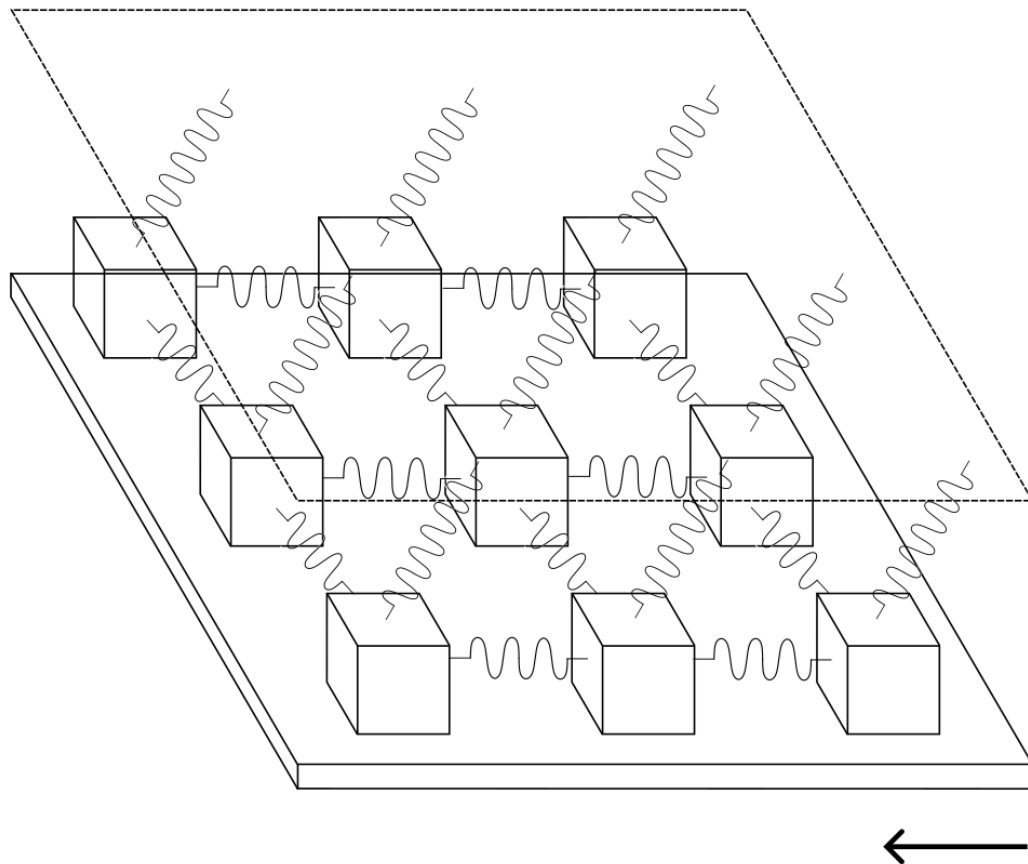
Ahhoz, hogy ezt az összehasonlítást elvégezzük, egy az egyetemen egy korábban elvégzett kutatásra támaszkodunk [7], ahol rengeteg földrengés adatot szedtek össze a világ három szeizmológiailag aktív területéről, név szerint: Románia, Japán és Dél-Kalifornia, tehát jó alapot nyújthat az összehasonlítás számára. Ha megnézzük az általuk kapott eredményeket, azt mondhatjuk, hogy a kísérleti berendezés által produkált adatok összhangban állnak a valós földrengések adataival.



2.12. ábra. Földrengések nagyság szerinti eloszlása három különböző földrajzi régióban. Forrás: [7].

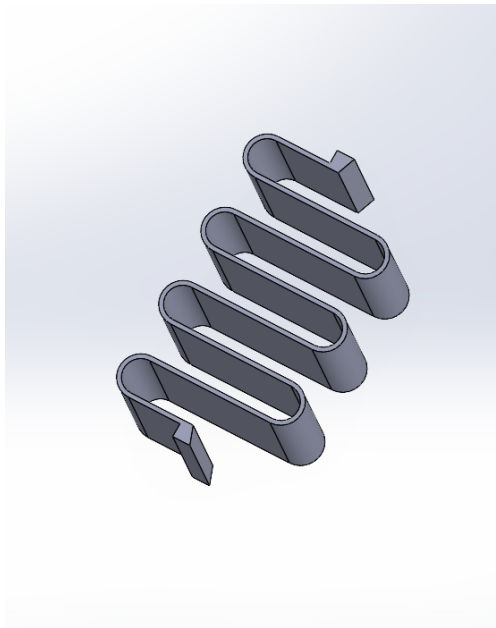
A kapott eredmények arról árulkodnak, hogy az általunk is kapott nagyságeloszlás minőségileg megegyezik a földrengésekre kapott nagyságeloszlással, ugyanakkor felhívniuk olvasóink figyelmét arra, hogy a Tsallis-Pareto eloszlás letörés utáni részén található hatványfüggvény exponense a valós és a kísérleti esetben eltérő. Erre az eltérésre keressük továbbá a magyarázatot, ennek kivitelezéséhez egy 2D modell kísérleti berendezés megalkotását terveztük.

## 2.4. 2D modell megvalósítás és eredmények



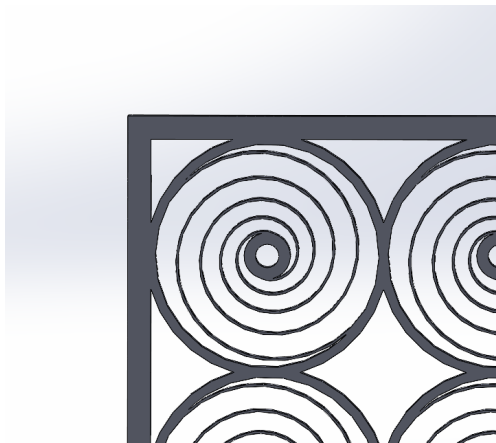
2.13. ábra. A 2D kísérleti megvalósítás vázlata

A 2D modell kísérleti megvalósításánál azt céloztuk meg, hogy még könnyebbé tegyük az adataink reprodukhatóságát, mivel az 1D-s berendezés rendkívül érzékeny kis perturbációkra is, pl. amennyiben az egyik rugó befogatásánál egy kis előfeszítéssel rögzítettük a rugókat, akár csak véletlenül is, teljesen elrontotta a dinamikát. Hasonló módon a felső rugók esetén is nehézséget okozott az előfeszítés mértékének megválasztása vagy a nyugalmi hosszának megtartása. Emellett a 2D modellt teljesen 3D nyomtatott alkatrészek felhasználásával szeretnénk volna megépíteni, mert így, jóval egyszerűbben megépíthető a berendezés. Az alsó rugók (lásd a 2.14. ábrán) nyomtatása nem jelentett kiemelkedő nehézséget, ugyanis megannyi esetben használtak már ilyen módon nyomtatott rugókat mások is.



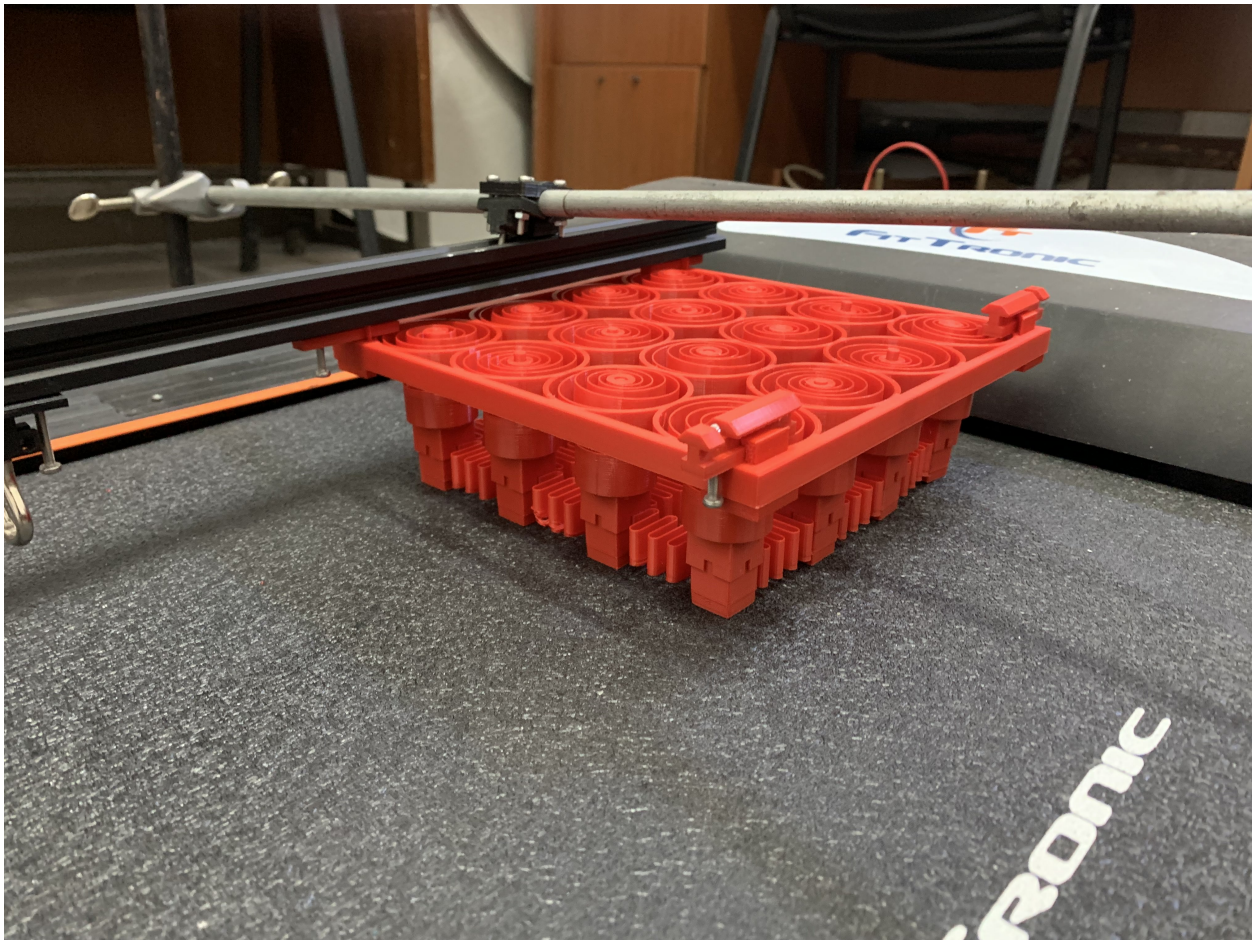
2.14. ábra. A 2D kísérleti berendezéshez tervezet rugó

Az állványzathoz rögzített rugók esetén viszont több alternatíva közül egy torziós rugó dizájn lett a befutó (lásd a 2.15. ábrán), amit egy rúd segítségével rögzítettünk mereven az alsó testhez. Így ahhoz, hogy a test pozícióját le tudjuk követni a lokalizáció tagjeinket elégséges volt a spirálrugók a testtel való bekötési pontjához helyezni. Az alsó testek egy olyan fedőt kaptak amelynek közepén a már említett rúd helyezkedett el, így egyszerűsítve az összeszerelést.



2.15. ábra. A 2D kísérleti berendezéshez tervezet spirálrugó

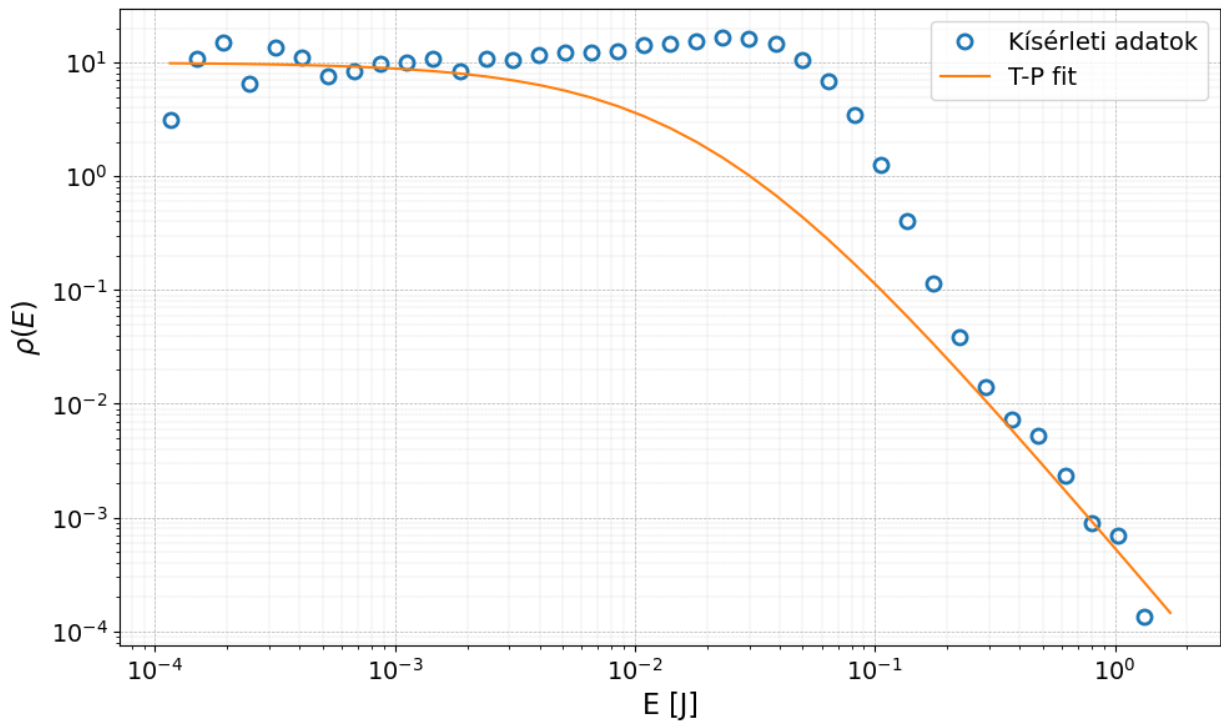
A pozíciók követését az 1D modellhez hasonlóan színes tagekkel és videós felvétellel oldottuk meg, majd az adatok feldolgozása is a 2.1. fejezetben leírtak alapján került elvégzésre.



2.16. ábra. A 2D kísérleti megvalósítás fényképe

Az első verzió a 2.16. ábrán látható, amely esetén 16 testtel dolgoztunk, amelyek egyesével 30 g-os tömeget képviseltek. A testek tömegének csökkentésére azért volt szükség, mert az egybe nyomtathatóság céljából csökkentettük a testek méretét is, így limitálva a bennük elhelyezhető súlyok maximális térfogatát. Az így elvégzett mérés alapján az alábbi előzetes eredményre jutottunk.





2.17. ábra. A 2D megvalósítás előzetes adatai

A 2.17. ábrán látható, hogy a T-P eloszláshoz képest egy eltérő eredményt kaptunk a 2D kísérleti adatokból. Jelenlegi tudásunk szerint megalapozottan nem tudjuk ezt az összetett eloszlást magyarázni, csupán azt tudjuk, hogy ha kivonjuk az illesztett értékeket a megfelelő adatpontokból, akkor egy lognormált eloszlást kapunk, mint különbség. Erről elmondható, hogy egy természetes eloszlásból eredeztethető, tehát egy a rendszer paraméterének random változása eredményezheti. Ennek további tanulmányozása során arra a következtetésre jutottunk, hogy az elvárt eloszlástól való eltérést valami féle "zaj" okozza a berendezésből, ugyanis hasonló energiatartományban az 1D modell esetén is megfigyelhető egy egymástratevődik, de ott a sokkal nagyobb mennyiségű adatnak köszönhetően, nem annyira hangsúlyos az eltérés.

### 3. Szimulációk

A szimulációkhoz a rendszert leíró differenciálegyenlet rendszerrel dolgoztunk [13], amely az alábbi egy testre vonatkozó differenciálegyenletekből épül fel:

$$\ddot{u}_i = l^2(u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}) - u_i - \phi(v_{fsz} + \dot{u}_i) \quad (3)$$

ahol az  $u$  az  $i$ . testnek az egyensúlyi helyzetétől való kitérése,  $v_{fsz}$  a futószalag sebessége,  $l^2 = k_{testk}/k_{fenti}$  pedig a rugóállandók hányadosa; a  $\phi(x)$  a súrlódási erő, amely esetünkben egy Coluomb típusú súrlódási erő, ez leírható, mint:

$$\phi(x) = \begin{cases} (-\infty, 1), & x \leq 0 \\ 1 - \sigma, & x > 0 \end{cases}$$

A rendszer megoldása sok testre és hosszú időre elég erőforrásigényes és memóriaigényes, ezért bevezetünk egy optimalizációt, amely segítségével csökkenthetjük a számításokat azon időpillanatokra, amikor a testek le vannak tapadva és haladnak a futószalaggal. Ezt az alábbi gondolat szerint valósítottuk meg:

$$u_i^{(\tau)} = u_i^{(0)} + \Delta u \quad (4)$$

ahol  $u_i^{(\tau)}$  az  $i$ . test kitérése  $\tau$  idő elteltével. Ezt abban az esetben használjuk, mikor a test a futószalaggal együtt halad, így könnyedén meg tudjuk határozni mekkora utat tesz meg  $\tau$  idő alatt. Vesszük a nyugalmi pozícióját a testnek, vagy bármilyen olyan helyzetet, amikor a test le van tapadva (ezt jelöljük  $u_i^{(0)}$ -vel) akkor a test  $\tau$  idő elteltével csak  $\Delta u = v_{fsz} \cdot \tau$  utat tehet meg, mert sebessége megegyezik a futószalagével. Ahhoz, hogy meg tudjuk határozni a következő olyan pillanatot, amikor a test megcsúszik a (3) egyenletbe a súrlódási erő maximális értékét ( $\phi_{max} = 1$ ) helyettesítjük:

$$(1 + 2 \cdot l^2)(u_i^{(\tau)}) = l^2 \cdot (u_{i-1}^{(\tau)} + u_{i+1}^{(\tau)}) - 1 \quad (5)$$

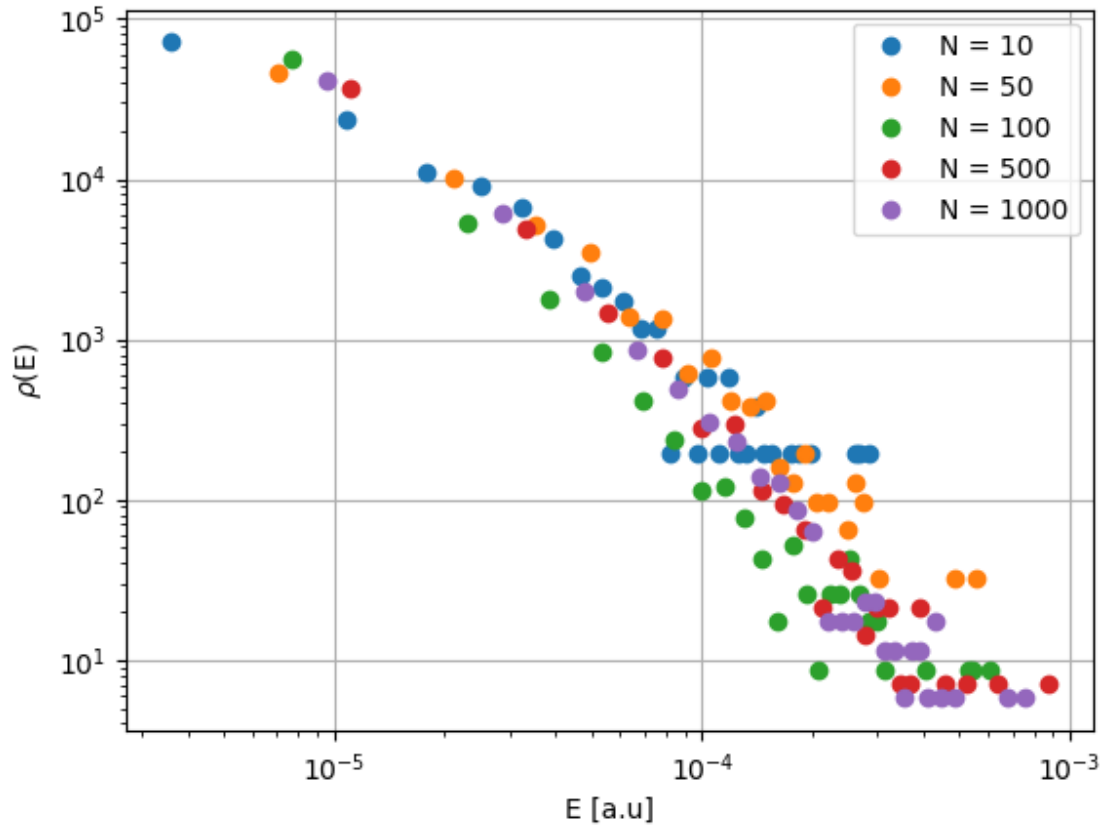
Azért számoljuk ki ezt, mert abban az esetben tapadnak a testek, hogyha nincs gyorsulásuk, tehát a súrlódási erő képes kompenzálni a testre ható többi erőt. Ha ebből meg akarjuk kapni azt a  $\tau$  időpillanatot amennyivel a rendszert előreléptethetjük, meg kell vizsgálnunk, hogy a tapadó súrlódási erő 1 (ezen adimenzionális egyenlet esetére ez lesz a legnagyobb értéke a súrlódási erőnek) értéke maximálisan mekkora elmozdulások esetén elegendő. Kiszámolva ezt az összes testre, megkeressük a kiszámolt értékek közül a legkisebbet, hisz akkor kerül a rendszer legközelebb

kritikus pontba (megcsúszás közelébe). Ebből megkapjuk, hogy a letapadás utáni legkorábbi megcsúszásra  $\Delta u$  értéke (tehát a maximális távolság amekkora elmozdulás esetén az  $i$ . test még tapad) az alábbi összefüggés alapján adható meg:

$$\Delta u_i = l^2 \cdot (u_{i-1}^0 + u_{i+1}^0) - (1 + 2 \cdot l^2) \cdot u_i^0 - 1 \quad (6)$$

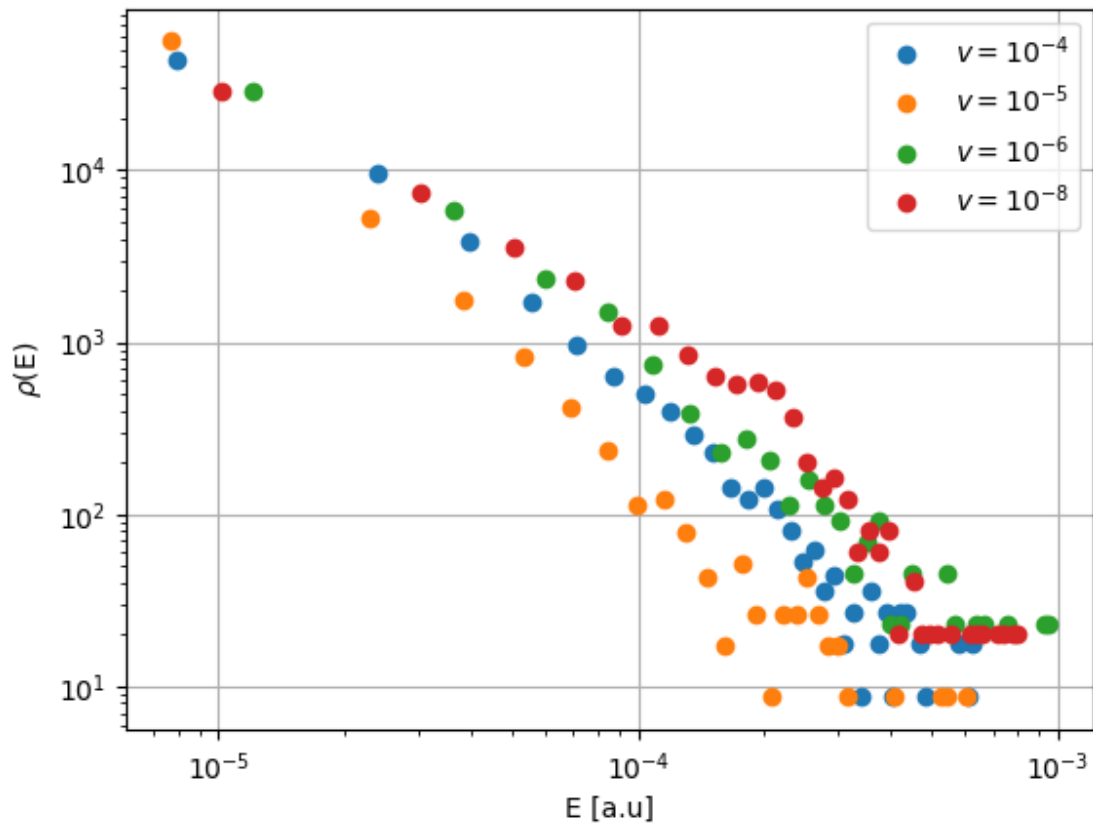
Ezt az értéket az összes test nyugalminak választott  $u_i^{(0)}$  pozíciójához hozzáadva tovább oldhatjuk a rendszert.

A megoldás folyamán 4. rendű Runge Kutta integrálási módszerrel dolgoztunk. Több paraméterrel is próbálkozva, hogy megfigyeljük, hogyan változik az eredményünk, pl. a testek számának variálásával. Ezeket alább tárgyaljuk.



3.1. ábra. Az 1D szimulációs eredmények különböző méretű rendszerre

A 3.1. ábrán a testek számának a szimulációs eredményekre gyakorolt hatását figyelhetjük meg, míg a 3.2. ábra esetén a sebesség változtatásával járó eltérések kerülnek bemutatásra. A testek számának variálása esetén  $v = 10^{-5}$  sebesség paraméterrel dolgoztunk, ugyanakkor az  $l$  és a  $\sigma$  értékét változtatlanul 2.62 (a valós kísérlet folyamán használt rugók paramétereinek alapján) és 0.01 -nek tartottuk az összes szimuláció esetén.



3.2. ábra. Az 1D szimulációs eredmények különböző sebességek esetére,  $n = 1000$

A fentebbiek szerint megállapítható, a paraméterek változtatásának hatása a BK rendszer esetén minimális, minden esetben az eredmények hatványfüggvényszerű eloszlást mutatnak, ami összhangban áll a Gutenberg-Richter törvénnyel. Ezáltal megbizonyosodhatunk arról, hogy a szimulációnk megfelelő paraméter esetén (kis sebességek és nagy számú testet alkalmazva) képesek hozni a várt eredményeket. Érdekes ugyanakkor megjegyezni, hogy a paraméterek rossz irányba történő megváltoztatásával, a hatványfüggvény kitevője változhat.

## 4. Következtetések és továbbfejlesztési lehetőségek

A Burridge-Knopoff rugó-tömb rendszert vizsgáltuk kísérletileg és számítógépes szimulációkkal, amelyek során arra kerestük a választ, hogy képes-e ez a modell az általunk elvárt törvényszerűségeket bizonyítani, valamint a viselkedése valóban hasonlóságot mutat-e a valós szeizmikus eseményekre jellemző tulajdonságokkal.

Az egészet összefoglalva azt jelenthetjük ki, hogy ezen kísérleti berendezésekkel is képesek vagyunk reprodukálni a földrengésekre jellemző statisztikai tulajdonságokat, valamint következtetéseket vonhatunk le a modell egyszerűsítését illetően. A Burridge-Knopoff modellt, már megannyiszor használták a földrengések tanulmányozására, és mi is képesek voltunk visszacapni például a Gutenberg-Richter törvényben kimondottakat. Emellett a szimulációinkhoz használt, legegyszerűbb Coulomb súrlódási modell életképességét is képesek voltunk validálni a súrlódási erő kimérése által, és ezzel egyidejűleg kísérleti körülmények között sikeresen meghatároztuk a csúszó súrlódási erő sebességfüggését is. Ugyanakkor nem utolsó sorban egy egyszerű 2D-s berendezést is megalkottunk, ezzel előzetes mérést végeztünk, amelynek adatai hasonlóságot mutatnak az 1D-s eredményekkel. A számítógép-szimulációs modellünk sikeresen reprodukálja a hatványfüggvény-szerű lavina nagyságeloszlásokat, így megfelelő kiindulási alapot biztosít egy 2D-s elrendezésű szimuláció elkészítéséhez, emellett betekintést enged a rendszer különböző paraméterváltozásokkal szembe érzékenységre is, ami megkönnyíti a kísérleti eszközök megalkotását.

Továbbfejlesztési lehetőségekként meg kell említenem az első 2D megvalósítás limitáltságait, amely kapcsán a legnagyobb problémát a jelenlegi testekben a súlyok elhelyezése jelentette, ugyanis ezeknek a testek a mérete rendkívül limitált, ezért is használtunk már alaplóból toldásokat, amivel nagyobb belső térfogatot érhetünk el és ezáltal nagyobb tömegeket tudtunk a testekbe helyezni. Ennek kapcsán viszont a testek magassága is megnövekedett, így a testeken az erők által kifejtett nyomatékok nagysága is drasztikusan megváltozott, ami képes volt teljesen elrontani a dinamikát. Megemlíteném azt is, hogy, mivel a felső, a testekre helyezendő részeknek nagyobb lett a térfogata, mint a rácsban nyomtatott testek alapvető térfogata, a súlypont is feljebb toldott, felerősítve a testek elbillenési hajlamát. Ennek megoldására, egy új modell megtervezését céloztuk meg, amely esetén ez a hiba már nem merülhet fel, valamint elégséges térfogattal rendelkeznek ahhoz, hogy nagyobb tömegek helyezhessünk el bennük. Egy másik szempont volt, hogy könnyebben szerelhető legyen az eszköz, de ez szorosan összefügg azzal is, hogy a méreteit növeljük a testeknek, mert mindkettő esetén beáldozandó, az egész modell-rács egyben nyomtathatósága, hisz így már nem fér rá egyben a rendelkezésünkre álló 3D nyomtató

nyomtatási felületére. A probléma megoldására egy olyan dizájnba gondolkodunk, amely esetén teljes mértékben testreszabható rendszerhez jutunk, hisz ez abban is segítségünkre lehet, hogy ne csupán a futószalag sebességét tudjuk változtatni kísérleti megfigyelések során, hanem pl. a rugók erősségét is.

A futószalaggal létrehozott mozgás sebességének csökkentése is megoldást jelenthet, hiszen így is befolyásolhatjuk a dinamikák elkülönülését, mert kisebb sebességek esetén a rendszerben lassabban halmozódik fel feszültség, tehát ritkábban jelennek meg földrengések, ugyanakkor az alapvető dinamika is lelassul. A szimulációk esetén előrelépést jelenthetne egy 2D szimuláció megírása, aminek eredményeit szintén össze tudnánk hasonlítani a kísérleti eredményekkel, így talán még teljeskörűbb következtetéseket tudnánk levonni a modell és a kísérlet kapcsán. A 2D szimuláció abban is segítené, hogy megtudjuk határozni a berendezést megalkotó alkatrészek megfelelő paramétereit, hiszen ezáltal elkerülhető az, hogy kísérleti úton kelljen meghatározni az alkatrészek tulajdonságait. A szimuláció ezen célú felhasználása időt, energiát és erőforrást is spórolhat számunkra.

## Hivatkozások

- [1] Néda Zoltán Antal Dávid Gergely Attila. „Földrengésmodell a futószalagon”. *Fizikai Szemle* (2023. okt.), 353–357. oldal.
- [2] Per Bak, Chao Tang és Kurt Wiesenfeld. „Self-organized criticality: An explanation of the 1/f noise”. *Phys. Rev. Lett.* 59 (4 1987. júl.), 381–384. oldal. DOI: 10.1103/PhysRevLett.59.381. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.59.381>.
- [3] Farid Al-Bender és Jan Swevers. „Characterization of friction force dynamics”. *Control Systems, IEEE* 28 (2009. jan.), 64–81. oldal. DOI: 10.1109/MCS.2008.929279.
- [4] R. Burridge és L. Knopoff. „Model and theoretical seismicity”. *Bulletin of the Seismological Society of America* 57.3 (1967. jún.), 341–371. oldal. ISSN: 0037-1106. DOI: 10.1785/BSSA0570030341. eprint: <https://pubs.geoscienceworld.org/ssa/bssa/article-pdf/57/3/341/5349555/bssa0570030341.pdf>. URL: <https://doi.org/10.1785/BSSA0570030341>.
- [5] Filippo Caruso és mások. „Analysis of self-organized criticality in the Olami-Feder-Christensen model and in real earthquakes”. *Physical review. E, Statistical, nonlinear, and soft matter physics* 75 (2007. jún.), 55101. oldal. DOI: 10.1103/PhysRevE.75.055101.
- [6] Keisuke Ito és Mitsuhiro Matsuzaki. „Earthquakes as self-organized critical phenomena”. *Journal of Geophysical Research; (United States)* 95:B5 (1990. máj.). ISSN: 0148-0227. URL: <https://www.osti.gov/biblio/5009777>.
- [7] András Kuki és mások. „Statistical analogies between earthquakes, micro-quakes in metals and avalanches in the 1D Burridge-Knopoff model”. *Geofizika* 40 (2023. jún.). DOI: 10.15233/gfz.2023.40.4.
- [8] Edward T. Lu. „Avalanches in Continuum Driven Dissipative Systems”. *Phys. Rev. Lett.* 74 (13 1995. márc.), 2511–2514. oldal. DOI: 10.1103/PhysRevLett.74.2511. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.74.2511>.
- [9] Gabriell Máté, Zoltán Néda és József Benedek. „Spring-Block Model Reveals Region-Like Structures”. *PLoS one* 6 (2011. febr.), e16518. DOI: 10.1371/journal.pone.0016518.
- [10] Zeev Olami, Hans Jacob S. Feder és Kim Christensen. „Self-organized criticality in a continuous, nonconservative cellular automaton modeling earthquakes”. *Phys. Rev. Lett.* 68 (8 1992. febr.), 1244–1247. oldal. DOI: 10.1103/PhysRevLett.68.1244. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.68.1244>.
- [11] James A. Powell és Seweryn J. Duda. „A statistical study of earthquake occurrence”. *pure and applied geophysics* 113.1 (1975. dec.), 447–460. oldal. ISSN: 1420-9136. DOI: 10.1007/BF01592930. URL: <https://doi.org/10.1007/BF01592930>.

- [12] Tokuji Utsu. „A statistical study on the occurrence of aftershocks.” *Geophysical magazine* 30 (1961), 521–605. oldal. URL: <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:128557592>.
- [13] Junchao Xia és mások. „Simulation of the Burridge-Knopoff Model of Earthquakes with Variable Range Stress Transfer”. *Physical review letters* 95 (2006. jan.), 248501. oldal. DOI: 10 . 1103 / PhysRevLett.95.248501.



## DECLARAȚIE PE PROPRIE RĂSPUNDERE

Subsemnatul, ANTAL DAVID, declar că Lucrarea de licență/diplomă/disertație pe care o voi prezenta în cadrul examenului de finalizare a studiilor la Facultatea de FIZICĂ, din cadrul Universității Babeș-Bolyai, în sesiunea IULIE 2024, sub îndrumarea DR. FARAI-SZABO FERENC, reprezintă o operă personală. Menționez că nu am plagiat o altă lucrare publicată, prezentată public sau un fișier postat pe Internet. Pentru realizarea lucrării am folosit exclusiv bibliografia prezentată și nu am ascuns nici o altă sursă bibliografică sau fișier electronic pe care să le fi folosit la redactarea lucrării.

Prezenta declarație este parte a lucrării și se anexează la aceasta.

Data,

24.06.2024.

Nume,

ANTAL DAVID

Semnătură

Antal