

UNIVERSITATEA “BABEȘ-BOLYAI” CLUJ-NAPOCA
FACULTATEA DE FIZICĂ
SPECIALIZAREA FIZICĂ TEHNOLOGICĂ

LUCRARE DE LICENȚĂ

Absolvent: Kaban Cristian
Coordonator științific : Dr. Borbély Sándor

[2024]

UNIVERSITATEA "BABEȘ-BOLYAI" CLUJ-NAPOCA
FACULTATEA DE FIZICĂ
SPECIALIZAREA FIZICĂ TEHNOLOGICĂ

LUCRARE DE LICENȚĂ

Investigarea anizotropiei optice a materialelor

Absolvent: Kaban Cristian

Coordonator științific: Dr. Borbély Sándor

[2024]

Babeş-Bolyai Tudományegyetem
Fizika kar
Mérnöki fizika

Államvizsga dolgozat

Anyagok anizotrópiájának tanulmányozása

Szerző: Kaban Cristian

Témavezető: Dr. Borbély Sándor

[2024]

Abstract

The aim of the study was to investigate optically anisotropic materials. To achieve this, it was necessary to determine the polarization state of light exiting the material. We constructed an optical setup with a polarizer-analyzer configuration, utilizing available Glan-Thompson prisms and a light intensity sensor.

As a preliminary test to verify the functionality of our setup, we experimentally verified the validity of Malus's law. Since our experimental results matched this law, we confirmed the proper functioning of our apparatus. Subsequently, we proceeded to investigate optically anisotropic materials.

During our research, we examined everyday materials such as polymethyl methacrylate (plexiglass) and polypropylene (PP). We analyzed the samples using two different wavelengths of lasers (520 nm and 635 nm). In both cases, based on the model built by us, we determined the parameters of the polarization ellipse, detected birefringence, determined the orientation of the optical axis in the laboratory system, showed the wavelength dependence of anisotropy and in the case of PP, identified a strong coordinate dependence.

We were able to determine the phase difference between the ordinary and extraordinary components with, either smaller (PP) or larger (plexiglass) precision. Finally, we identified areas where the accuracy of the procedure could be further improved.

Kivonat

A dolgozat célja az optikailag anizotróp anyagok vizsgálata. Ehhez meg kellett határozni az anyagból kilépő fény polarizációs állapotát. Emiatt építettünk egy polarizátor-analizátor konfigurációjú optikai berendezést, amelyhez felhasználtuk a rendelkezésünkre álló Glan-Thompson prizmákat illetve egy fényintenzitást mérő szenzort. Próbaként, hogy lássuk eszközünk egyáltalán működik az általunk épített eszköz segítségével kísérletileg ellenőriztük a Malus törvényt. Mivel kísérleti eredményeik nagyon jól visszadták ezt a törvényt igazoltuk, hogy berendezésünk jól működik. Ezt követően áttértünk az optikailag anizotróp anyagok vizsgálatára. Mi hétköznapi anyagokat vizsgáltuk mint a polimetil-metakrilát (plexi) és polipropilén (PP). A kutatásunk folyamán az adott mintákat 2 különböző hullámhosszú lézerrel (520 és 635 nm) vizsgáltuk meg és mindkét esetben, az általunk felépített modell alapján, meghatároztuk a polarizációs ellipszis paramétereit, meghatároztuk az optikai tengely helyzetét a laboratóriumi koordinátarendszerben, kimutattunk az anizotrópia hullámhosszfüggését (diszperzióját) és a PP minta esetén kimutattunk egy erős koordináta függést. Az ordinárius és extrordinárius komponens között fellépő fáziskülönbséget is kisebb (PP) vagy nagyobb (plexi) pontossággal meg tudtuk határozni. Legvégül beazonosítottuk, hol lehet még javítani a mérési módszerünk pontosságán.

Tartalomjegyzék

1	Bevezető	3
2	Elméleti háttér	3
2.1	A polarizált és a természetes fény	3
2.2	Malus törvény	11
2.3	Hullámlemezek	11
2.4	$\frac{\lambda}{2}$ lemez	12
2.5	Az anizotróp anyag által behozott ϕ fáziseltolás és polarizációs állapotot jellemző θ szög meghatározása 13	
3	Kísérlethez szükséges eszközök	13
4	Kísérlet menete	13
4.1	A Glan-Thompson polarizátorok működése	13
4.2	Malus törvény ellenőrzése	14
5	Az anizotróp anyag által behozott ϕ fáziseltolás és a közeg optikai tengelyének meghatározása	15
5.1	A plexilap vizsgálata	15
5.2	Az új eljárás	22
5.3	PP fedő vizsgálata	26
6	Következtetés	31
7	Források	32
A	Appendix	33
A.1	A mintát tartó forgóplatform	33
A.2	A polarizátorok	35

1 Bevezető

A dolgozat eredetileg egy didaktikai eszköz fejlesztéseként indult, amely látványossá teszi az egyes anyagok optikai anizotrópiáját és láthatóvá teszi az anyagokban fellépő mechanikai feszültséget. A didaktikai eszköz megépítése és használata után észrevettük, hogy egyes anyagok nagyon érdekes formájú és színű mintákat hoznak létre pl a polipropilén (PP) fedő , vagy a polimetil-metakrilát (plexi). Figyelmünk arra irányult, hogy ezeket a látványos mintákat létrehozó fizikai jelenségeket vizsgáljuk meg és ezeknek próbáljunk adni egy tudományos magyarázatot. Ehhez egy kísérleti berendezést, egy polarimétert kellett építeni, amellyel a vizsgált anyagból kilépő fény polarizációs állapotát meg tudjuk határozni. Kísérleti eszközünk egy polarizátor analízator konfigurációjú optikai berendezés volt, amelyhez felhasználtuk a rendelkezésünkre álló prizákat illetve egy fényintenzitást mérő szenzort. A prizákat szögmérővel ellátott forgó foglalatokba helyeztük, amelyeket 3D nyomtató segítségével készítettünk el. Monokromatikus fényforrásnak lézereket használtunk. Különböző színű lézerekkel is megvizsgáltuk a mintákat, hogy lássuk hogyan befolyásolja a belépő fény hullámhossza az anyag viselkedését. Kísérleti eszközünk teszteléséként ellenőriztük a Malus törvény érvényességét. A kutatásunk folyamán az adott mintákat 2 különböző hullámhosszú lézerrel (520 és 635 nm) és a polarizátor tengelyéhez viszonyított 6 orientációra vizsgáltuk meg. Így egy adott fényforrás esetén 6 intenzitás-szög grafikonot kaptunk, egyet minden egyes orientációra. A görbére illesztettük a modellünk által szolgáltatott intenzitás függvényt. Az illesztési paramétereiből megkapjuk a polarizációs ellipszis paramétereit, amelyek információt szolgáltatnak a kijövő fény polarizációs állapotáról. A polarizációs ellipszis paramétereiből és a minta orientációjából visszafejtettük a vizsgált közeg anizotrópia paramétereit, illetve azok hullámhosszfüggését.

2 Elméleti háttér

2.1 A polarizált és a természetes fény

A fény egy elektromágneses hullám, mely egy elektromos és egy mágneses komponensből áll, melyek egymásra, illetve a \vec{k} hullámszám vektorra merőlegesek. A számítások egyszerűsítése érdekében bevezetjük a fényvektor fogalmát, amely elégséges a fény viselkedésének leírására. Mivel az anyaggal való kölcsönhatásban az \vec{E} elektromos sokkal jelentősebb mint a \vec{H} mágneses térerősségvektor. Mostantól az \vec{E} -t fogjuk a fényvektornak tekinteni és a \vec{H} komponenst nem vesszük figyelembe a következőkben. A természetes fény és a hagyományos fényforrások által kibocsájtott fény nagyrésze nem polarizált. Lineárisan polarizált fény esetén, a fényvektor (elektromos térerősségvektor) egy jól meghatározott síkban, a polarizációs síkban rezeg. A természetes fény értelmezhető mint lineárisan polarizált hullámok összege, ahol az összes polarizációs sík azonos valószínűséggel van jelen.

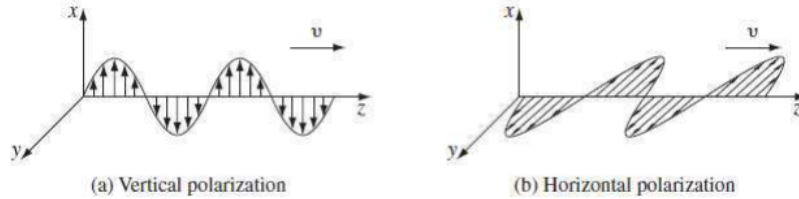
Az xOz síkban rezgő, Oz irányba terjedő lineárisan polarizált fényt leíró síkhullám egyenlete lennebb látható :

$$E_x = E_{0x} e^{i(\omega t - kz - \varphi_{0x})} \quad (1)$$

Ezzel analog módon az yOz síkban rezgő lineárisan polarizált fény egyenlete:

$$E_y = E_{0y} e^{i(\omega t - kz - \varphi_{0y})} \quad (2)$$

Ezeket az 1 ábra szemlélteti



1. ábra: Az (a) ábra egy függőlegesen és a (b) vízszintesen lineárisan polarizált síkhullámot ábrázol. Forrás: <http://www.phys.nthu.edu.tw/hf5/EM/lecture%20note/EM09.pdf>

Vizsgáljuk a két azonos frekvenciájú, egy irányban — az Oz tengely mentén - haladó, egymásra merőleges rezgésirányú síkhullám szuperpozíciójának eredményeként kapott hullámot. Ehhez írjuk, egy adott $z = \text{állandó}$ síkban, a két hullámot leíró függvényt a következő trigonometriai alakban:

$$E_x = E_{0x} \sin(\omega t - \varphi_x) \quad (3)$$

$$E_y = E_{0y} \sin(\omega t - \varphi_y) \quad (4)$$

ahol a φ_x és φ_y fázisállandók tartalmazzák a $-kz$ fázis tagot is. Ebben a síkban az \vec{E} térerősség az Ox és Oy tengelyek mentén irányított \vec{E}_x és \vec{E}_y vektorok összege.

$$\vec{E}_x = E_{0x} \sin(\omega t - \varphi_x) \cdot \vec{\varepsilon}_x \quad (5)$$

$$\vec{E}_y = E_{0y} \sin(\omega t - \varphi_y) \cdot \vec{\varepsilon}_y \quad (6)$$

ahol a $\vec{\varepsilon}_x$ és $\vec{\varepsilon}_y$ egymásra és az Oz tengelyre merőleges egységvektorok.

Meg szeretnénk határozni, hogy az \vec{E} végpontja, melynek koordinátái az xOy síkban E_x és E_y , milyen pályát ír le ebben a síkban.

A trigonometriából ismert $\sin(a + b) = \sin(a) \cos(b) + \cos(a) \sin(b)$ összefüggést használjuk, majd az első egyenletet $\sin(\varphi_y)$ -al, a másodikat $-\sin(\varphi_x)$ -el beszorozzuk. Ezt követően ezeket összeadjuk. Visszatérve az egyenletek eredeti formájára, a trigonometriai felbontás utáni alakhoz, az első egyenlet esetén $\cos(\varphi_y)$ és a másodikhoz $-\cos(\varphi_x)$ -el beszorozzuk, majd ezeket összeadjuk.

Így megkapjuk a következő egyenleteket

$$\frac{E_x}{E_{0x}} \sin(\varphi_y) - \frac{E_y}{E_{0y}} \sin(\varphi_x) = \sin(\omega t) \sin(\varphi_y - \varphi_x) \quad (7)$$

$$\frac{E_x}{E_{0x}} \cos(\varphi_y) - \frac{E_y}{E_{0y}} \cos(\varphi_x) = -\cos(\omega t) \sin(\varphi_y - \varphi_x) \quad (8)$$

Négyzetre emelve és összeadva a két egyenletet megkapjuk a következő formát.

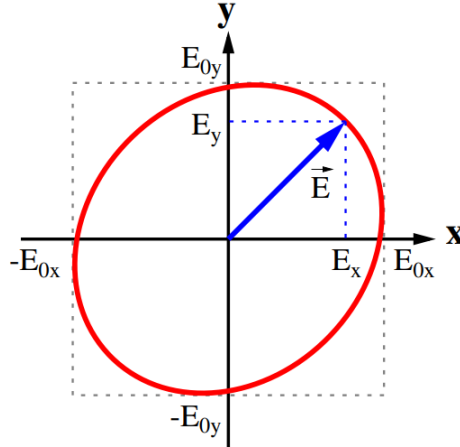
$$\frac{E_x^2}{E_{0x}^2} + \frac{E_y^2}{E_{0y}^2} - 2 \frac{E_x}{E_{0x}} \frac{E_y}{E_{0y}} \cos(\delta) = \sin^2(\delta) \quad (9)$$

ahol $\delta = \varphi_y - \varphi_x$ a fázisállandók különbsége.

Eredményünk egy másodfokú görbe egyenlete. Tekintettel arra, hogy $-E_{0x} \leq E_x \leq E_{0x}$ és

$-E_{0y} \leq E_y \leq E_{0y}$, egy $2E_x$ és $2E_y$ hosszúságú oldalakkal határolt téglalap belsejébe beírható ellipszist

határoz meg. Az eredő fényt elliptikusan polarizált fénynek nevezzük.

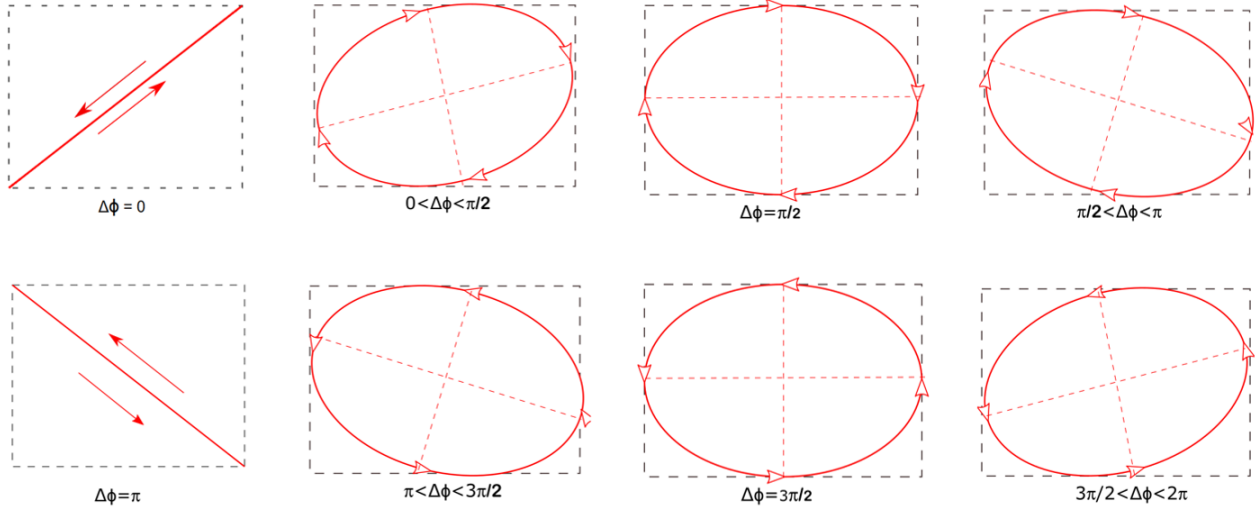


2. ábra: Az \vec{E} végpontja által körbeírt ellipszis

A δ értékétől függően az ellipszis különböző elfajulási eseteivel találkozhatunk, melyek a 9 egyenletből erednek

1. $\delta = 2k\pi$ ahol $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ $E_y = \frac{E_{0y}}{E_{0x}} \cdot E_x$ egyenes, amelynek iránytényezője $tg(\theta) = \frac{E_{0y}}{E_{0x}}$
2. $\delta = (2k + 1)\pi$ ahol $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ $E_y = -\frac{E_{0y}}{E_{0x}} \cdot E_x$ egyenes, amelynek iránytényezője $tg(\theta) = -\frac{E_{0y}}{E_{0x}}$
3. $\delta = (2k + 1)\frac{\pi}{2}$ ahol $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ $\frac{E_x^2}{E_{0x}^2} + \frac{E_y^2}{E_{0y}^2} = 1$ ellipszis, amelynek tengelyei egybeesnek a koordinata tengelyekkel. Ha $E_{0x} = E_{0y} = E_0$, akkor $E_x^2 + E_y^2 = E_0^2$ egy kör.

A 3. ábrán $E_{0x} \neq E_{0y}$ esetben szemléltetjük a különböző δ értékekre kapott polarizációs ellipszisek helyzetét



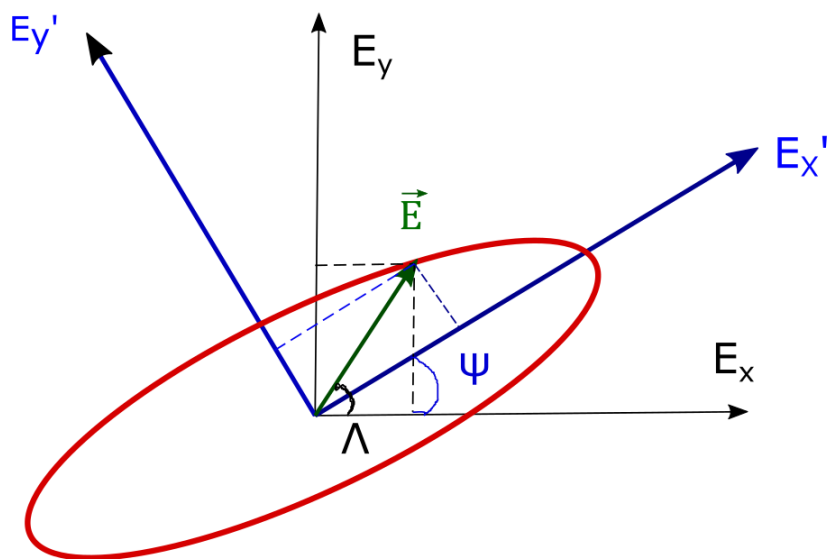
3. ábra: A polarizációs ellipszis a δ függvényében

Mint láttuk a polarizációs ellipszist az E_x , E_y és a δ fáziskülönbség, három független paraméter egyértelműen meghatározza. Sokszor célszerűbb azonban a polarizációs ellipszis meghatározására nagy és kis féltengelyek hosszának, valamint a nagytenyeg adott irányhoz, például az Ox tengelyhez viszonyított állását megadó ψ szögnek az ismerete.

Hogy ezeket megkapjuk, forgassuk el a koordinátarendszert az origó körül, egy Ψ szöggel úgy, hogy az új koordinátarendszer tengelyei egybeessenek a polarizációs ellipszis tengelyeivel. Ezt a forgatást a 4 ábra szemlélteti. Adott időpillanatban az \vec{E} végpontja az XOY koordinátarendszerben Λ szöveget zár be a Ox tengellyel. Ennek Ox és Oy ra vett vetülete megadható mint

$$E_x = E \cos(\Lambda) \quad (10)$$

$$E_y = E \sin(\Lambda) \quad (11)$$



4. ábra: A térerősségvektor és ennek komponensei az XOY és a X'OY' koordináta rendszerben

Ahogy az ábra is szemlélteti az $X'OY'$ koordináta-rendszerben az Ox' tengellyel bezárt szög a $\Lambda - \psi$. Emiatt a vektorkomponensek

$$E'_x = E \cos(\Lambda - \psi) = E(\cos(\Lambda) \cos(\psi) + \sin(\Lambda) \sin(\psi)) \quad (12)$$

$$E'_y = E \sin(\Lambda - \psi) = E(\sin(\Lambda) \cos(\psi) - \cos(\Lambda) \sin(\psi)) \quad (13)$$

behozva a (12) és (13) egyenletbe az E_x illetve E_y et megkapjuk, hogy

$$E'_x = E_x \cos(\psi) + E_y \sin(\psi) \quad (14)$$

$$E'_y = E_y \cos(\psi) - E_x \sin(\psi) \quad (15)$$

Legyen $E'_{0x} = a$ és $E'_{0y} = b$, ahol a a nagytengely félhossza és b a kistengely félhossza. Ekkor a polarizációs ellipszis egyenlete

$$\frac{E'^2_x}{a^2} + \frac{E'^2_y}{b^2} = 1 \quad (16)$$

a térerősség komponensei pedig megadhatók mint

$$E'_x = a \sin(\omega t - kz) \quad (17)$$

$$E'_y = \pm b \cos(\omega t - kz) \quad (18)$$

A két előjel a lehetséges jobbra, illetve balra polarizált állapotok figyelembe vétele miatt jelenik meg. A továbbiakban a számítások leegyszerűsítése érdekében, vizsgáljuk a polarizációs ellipszist a fény terjedési irányára merőleges $z = 0$ síkban. Belátható, hogy ez a megállapítások általános jellegéből semmit sem von le.

Nézzük meg, hogy a (18) egyenletben szereplő előjelek melyike felel meg a jobbra, illetve a balra polarizált állapotoknak. Ennek érdekében vizsgáljuk meg az E'_x és E'_y komponensek értékeit, két különböző időpillanatban. Ezek legyenek egymástól $T/4$ időpillanatra. Legyen $t = 0$ és $T/4$. Ekkor $E'_x = 0$ és $E'_y = \pm b$ illetve $E'_x = a$ és $E'_y = 0$.

Tehát a + előjel esetén a térerősség vektora az óramutató járásával megegyező irányba fordult el, míg – előjel esetében vele ellentétesen. A továbbiakban a ψ és χ meghatározásának érdekében fejezzük ki az E_x és E_y komponenseket az E'_x és E'_y összetevők függvényében, felhasználva a fordított irányú forgatást leíró összefüggéseket.

$$E_x = E'_x \cos(\psi) - E'_y \sin(\psi) \quad (19)$$

$$E_y = E'_y \cos(\psi) + E'_x \sin(\psi) \quad (20)$$

Felhasználva hogy $E_x = E_{0x} \sin(\omega t + \varphi_{0x})$ meg $E_y = E_{0y} \sin(\omega t + \varphi_{0y})$ és a (17) meg (18) egyenletet megkapjuk, hogy

$$E_{0x} \sin(\omega t + \varphi_{0x}) = a \sin(\omega t) \cos(\psi) \mp b \cos(\omega t) \sin(\psi) \quad (21)$$

és

$$E_{0y} \sin(\omega t + \varphi_{0y}) = a \sin(\omega t) \sin(\psi) \pm b \cos(\omega t) \cos(\psi) \quad (22)$$

a (21) és (22) a $t = 0$ esetén

$$E_{0x} \sin(0 + \varphi_{0x}) = E_{0x} \sin(\varphi_{0x}) = \mp b \sin(\psi) \quad (23)$$

$$E_{0y} \sin(0 + \varphi_{0y}) = E_{0y} \sin(\varphi_{0y}) = \pm b \cos(\psi) \quad (24)$$

a (21) és (22) a $t = T/4$ esetén

$$E_{0x} \sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi_{0x}\right) = E_{0x} \cos(\varphi_{0x}) = a \cos(\psi) \quad (25)$$

$$E_{0y} \sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi_{0y}\right) = E_{0y} \cos(\varphi_{0y}) = a \sin(\psi) \quad (26)$$

Négyzetre emelve, majd összeadva a (23) és (25) egyenletet megkapjuk, hogy

$$E_{0x}^2 (\sin^2(\varphi_{0x}) + \cos^2(\varphi_{0x})) = E_{0x}^2 = a^2 \cos^2(\psi) + b^2 \sin^2(\psi) \quad (27)$$

a (24) és (26) egyenlettel hasonlóan eljárva

$$E_{0y}^2 (\sin^2(\varphi_{0y}) + \cos^2(\varphi_{0y})) = E_{0y}^2 = a^2 \sin^2(\psi) + b^2 \cos^2(\psi) \quad (28)$$

a fenti kettőt összeadva

$$E_{0x}^2 + E_{0y}^2 = a^2 + b^2 \quad (29)$$

Ha a (27)-t szorozzuk meg $\sin^2(\psi)$ el és (28)-t $\cos^2(\psi)$ al , kivonásuk eredménye

$$E_{0x}^2 \sin^2(\psi) - E_{0y}^2 \cos^2(\psi) = -b^2 (\cos^2(\psi) \cos^2(\psi) + \sin^2(\psi) \sin^2(\psi)) = -b^2 \cos^2(2\psi) \quad (30)$$

Ha pedig a (27)-t szorozzuk meg $\cos^2(\psi)$ el és (28)-t $\sin^2(\psi)$ al , kivonásuk eredménye már

$$E_{0x}^2 \cos^2(\psi) - E_{0y}^2 \sin^2(\psi) = a^2 \cos^2(2\psi) \quad (31)$$

Összeadva a (30) és (31) egyenletet megkapjuk, hogy a $a^2 - b^2$ különbséget

$$a^2 - b^2 = \frac{E_{0x}^2 - E_{0y}^2}{\cos(2\psi)} \quad (32)$$

A nagytengelynek az Ox iránnyal bezárt ψ szögének meghatározásához írjuk át az $E_{0x} E_{0y} \cos(\delta)$ szorzatot.

$$E_{0x} E_{0y} \cos(\delta) = E_{0x} E_{0y} \cos(\varphi_{0y} - \varphi_{0x}) = E_{0x} E_{0y} (\cos(\varphi_{0y}) \cos(\varphi_{0x}) + \sin(\varphi_{0y}) \sin(\varphi_{0x})) \quad (33)$$

felhasználva az (23), (24), (25) és (26) egyenleteket

$$E_{0x}E_{0y} \cos(\delta) = (a^2 - b^2) \cos(\psi) \sin(\psi) = \frac{1}{2}(a^2 - b^2) \sin(2\psi) \quad (34)$$

behelyettesítve a $a^2 - b^2$ et a (32) egyenletből

$$E_{0x}E_{0y} \cos(\delta) = \frac{1}{2} \frac{E_{0x}^2 - E_{0y}^2}{\cos(2\psi)} \sin(2\psi) \quad (35)$$

kifejezve a $\tan(2\psi)$ -t

$$\tan(2\psi) = 2 \frac{E_{0x}E_{0y} \cos(\delta)}{E_{0x}^2 - E_{0y}^2} \quad (36)$$

Későbbi alkalmazások érdekében előnyös bevezetni a

$$\tan(\theta) = \frac{E_{0y}}{E_{0x}} \quad (37)$$

összefüggéssel értelmezett $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ segédszöget. Ekkor a (36) egyenlőség átírható

$$\tan(2\psi) = 2 \frac{\tan(\theta)}{1 - \tan^2} \cos(\delta) = \tan(2\theta) \cos(\delta) \quad (38)$$

felírva a $E_{0x}E_{0y} \sin(\delta)$ szorzatot

$$E_{0x}E_{0y} \sin(\delta) = E_{0x}E_{0y} \sin(\varphi_{0y} - \varphi_{0x}) \quad (39)$$

a trigonometria összefüggést meg a (23), (24), (25) és (26) képletet felírva megkapjuk, hogy

$$E_{0x}E_{0y} \sin(\delta) = \pm ab \quad (40)$$

ez elosztva a (29) egyenlettel kapjuk

$$\frac{E_{0x}E_{0y} \sin(\delta)}{E_{0x}^2 + E_{0y}^2} = \frac{\pm ab}{a^2 + b^2} \quad (41)$$

Bevezetve a $\chi - \frac{\pi}{2} \leq \chi \leq \frac{\pi}{2}$ másik segédszöget, melynek tangense pont a polarizációs ellipszis kis és nagy tengelyének aránya

$$\tan(\chi) = \pm \frac{b}{a} \quad (42)$$

Az előjelek az ellipszis két irányba történő körbejárásának felelnek meg. Felhasználva a kétszeres szög tangensének kifejezését, azonnal következik, hogy

$$\sin(2\chi) = \sin(2\theta) \sin(\delta) \quad (43)$$

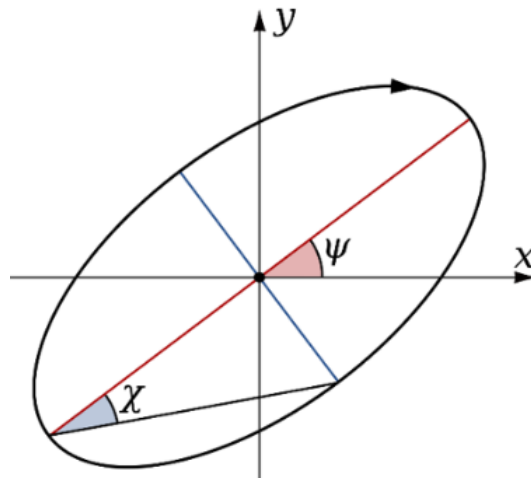
Könnyen belátható, hogy a ψ , χ és θ szögek egyértelműen meghatározzák a polarizációs ellipszis helyzetét, tehát ez a szöghármas ugyanúgy jellemzi a hullám polarizációs állapotát, mint E_{0x} , E_{0y} és δ .

Az elliptikusan polarizált fény két speciális esetének lehet tekinteni mikor $\chi = 45^\circ$ illetve mikor $\chi = 0^\circ$ az első a körkörösen polarizált, a második a lineárisan polarizált fény esete. Ezen polarizációs állapotok láthatóak a szemléltető 6. ábrán.

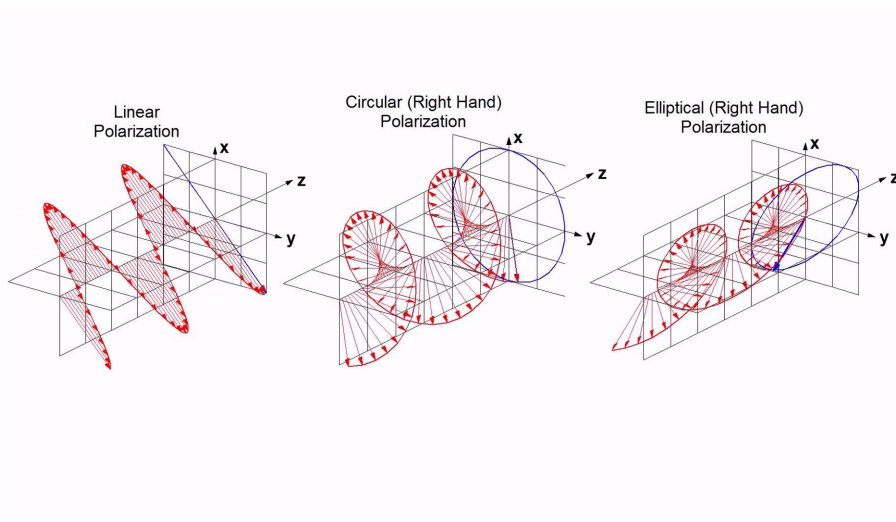
Egy tetszőlegesen elliptikusan polarizált fénysugár felírható mint

$$\vec{E}(t) = E_0 e^{i\omega t} [\varepsilon_x \cos(\theta) e^{i\phi} + \varepsilon_y \sin(\theta)] \quad (44)$$

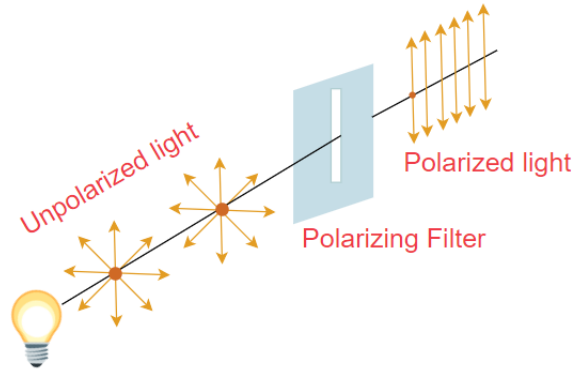
ahol θ és ϕ két paraméter ami jellemzi a polarizációs állapotot.



5. ábra: A polarizációs ellipszist és ennek Ψ és χ paramétereit illusztráló kép Forrás <https://www.hajim.rochester.edu/senior-design-day/cai-thesis/>



6. ábra: A lineáris, körkörös és elliptikusan polarizációs állapotban levő fényt illusztráló kép Forrás <https://i.pinimg.com/originals/a3/c7/5f/a3c75f5e363c8e759f3f268ceb782a54.jpg>



7. ábra: A polarizációs szűrő működését szemléltető ábra Forrás <https://media.geeksforgeeks.org/wp-content/uploads/20230525165154/Polarized-Light.PNG>

2.2 Malus törvény

Egy tetszőleges polarizációs állapotban levő, Oz tengely mentén terjedő fénysugár elektromos térerősség vektorának a nagysága a következőképpen adható meg, ha a fénysugarat egy síkhullámnak tekintjük.

$$\vec{E}_{in}(\vec{r}, t) = \hat{\epsilon}_x E^x(z, t) + \hat{\epsilon}_y E^y(z, t) \quad (45)$$

Ahol a $\hat{\epsilon}_x$ és $\hat{\epsilon}_y$ egymásra és az Oz tengelyre merőleges egységvektorok.

Ha a fénynyaláb útjába egy $\hat{\epsilon}_y$ polariációs tengelyű szűrőt helyezünk, akkor az csak az elektromos tér $\hat{\epsilon}_y$ irányú komponensét fogja átengedni. Ekkor a térerősség

$$\vec{E}_0(\vec{r}, t) = \hat{\epsilon}_y E^y(z, t) \quad (46)$$

Az így kapott fénysugár lineárisan polarizált és a fény elektromos komponense az Oz (a haladás tengelye) és $\hat{\epsilon}_y$ polarizációs tengely által definiált síkban fog rezegni.

Ha ezt követően a lineárisan polarizált fénysugár egy második polarizációs szűrőn halad át, ezt analizátornak nevezzük, melynek polarizációs tengelye $\hat{\epsilon}_a$, az elektromos térerőssége a következőképpen fog kinézni.

$$\vec{E}_1(\vec{r}, t) = \hat{\epsilon}_a [\hat{\epsilon}_y \cdot \hat{\epsilon}_a E^y(z, t)] = E^y(\vec{r}, t) \cdot \cos(\alpha) \hat{\epsilon}_a \quad (47)$$

ahol α a polarizátor és az analizátor polariációs tengelyei közötti szög. Mivel kísérletileg a fény intenzitását mérjük($I \sim |\vec{E}|^2$), az analizátorból kijövő fény intenzitását a következő törvény írja le

$$I_1 = I_0 \cos^2(\alpha) \quad (48)$$

Ez a Malus törvény

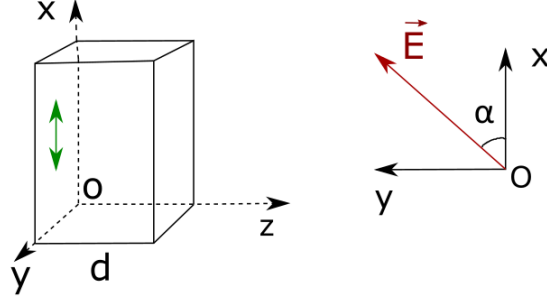
2.3 Hullámlemezek

Az optikai hullámlemezek kettős törő (anizotrop) kristályokból vannak készítve olyan módon, hogy a kristály optikai tengelye párhuzamos a lemez egyik felületével(a 8. ábrán az Ox tengely).

Tegyünk fel egy lineárisan polarizált fénynyaláb, melynek elektromos térerőssége \vec{E}^{in} áthalad a lemezünkön. Ezt a vektort két egymásra merőleges komponensre bontjuk.

$$\vec{E}_x^{in}(t, z = 0) = E_0 e^{-i\omega t} \cos(\theta) \quad (49)$$

$$\vec{E}_y^{in}(t, z = 0) = E_0 e^{-i\omega t} \sin(\theta) \quad (50)$$



8. ábra: A hullámlemez és ennek optikai tengelyét(zöldel) szemléltető ábra . Jobbra a bejövő térerősséget láthatjuk mely α szöget zár be az optikai tengelyel

A terjedési sebesség és ebből adódóan a törésmutató, erre a két komponensre más egy anizotrop kristályban. Az E_x esetén melyet extraordináriusnak nevezünk (ez az optikai tengellyel párhuzamosan rezeg) az n_e törésmutató irányfüggő (a terjedési irány és az optikai tengely között bezárt szög határozza meg), míg a E_y ordinárius komponens esetén az n_o re nem áll fenn ilyen összefüggés, ez nem függ a terjedési iránytól.

Egy d vastagságú lemezen áthaladva az extraordinárius és ordinárius komponenseknek más optikai útjuk lesz.

$$L_x = L_e = n_e d \quad (51)$$

$$L_y = L_o = n_o d \quad (52)$$

Így megadható a d vastagságú lemezből kijövő két elektromos komponens mint

$$\vec{E}_x^{out}(t, z = d) = E_0 e^{-i\omega t} e^{-i\frac{2\pi L_e}{\lambda}} \cos(\theta) \quad (53)$$

$$\vec{E}_x^{out}(t, z = d) = E_0 e^{-i\omega t} e^{-i\frac{2\pi L_o}{\lambda}} e^{-i\frac{2\pi(L_e - L_o)}{\lambda}} \cos(\theta) \quad (54)$$

$$\vec{E}_y^{out}(t, z = d) = E_0 e^{-i\omega t} e^{-i\frac{2\pi L_o}{\lambda}} \sin(\theta) \quad (55)$$

A fentiekből látszik, hogy az E_x extraordinárius és E_y ordinárius komponensek között fellépő fáziskülönbség

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi(L_e - L_o)}{\lambda} = \frac{2\pi d(n_e - n_o)}{\lambda} \quad (56)$$

Az anizotróp anyagok esetén, azt a tengelyt melynek törésmutatója kisebb gyorstengelynek, míg a rá merőleges tengelyt lassú tengelynek nevezzük.

2.4 $\frac{\lambda}{2}$ lemez

Ha a behozott fáziskülönbség $\Delta\varphi = (2k + 1)\pi$ a kijövő térerősségkomponensek felírhatók mint

$$\vec{E}_x^{out}(t, z = d) = -E_0 e^{-i\omega t} e^{-i\frac{2\pi L_e}{\lambda}} \cos(\theta) = -E_0 e^{-i\omega t} e^{-i\frac{2\pi L_e}{\lambda}} \cos(-\theta) \quad (57)$$

$$\vec{E}_y^{out}(t, z = d) = E_0 e^{-i\omega t} e^{-i\frac{2\pi L_o}{\lambda}} \sin(\theta) = -E_0 e^{-i\omega t} e^{-i\frac{2\pi L_e}{\lambda}} \sin(-\theta) \quad (58)$$

Ha az (49) és (50) egyenleteket összehasonlítjuk a (57) és (58) egyenletekkel, észrevesszük, hogy a kijövő fénynyaláb

ugyancsak lineárisan polarizált viszont a polarizációs tengelye 2θ elfordult, ahol θ az eredeti polarizációs tengely és a gyorstengely közti szög.

2.5 Az anizotróp anyag által behozott ϕ fáziseltolás és polarizációs állapotot jellemző θ szög meghatározása

Egy tetszőlegesen eliptikusan polarizált fénysugár felírható mint

$$\vec{E}(t) = E_0 e^{i\omega t} [\varepsilon_x \cos(\theta) e^{i\phi} + \varepsilon_y \sin(\theta)] \quad (59)$$

ahol θ és ϕ két paraméter ami jellemzi a polarizációs állapotot.

A tér egyik pontjában az $\vec{E}(t)$ az xOy síkban forog az időfüggvényeként. A térerősségvektor végpontja egy ellipszist jár be, melyet polarizációs ellipszisként nevezünk. A polarizációs ellipszist és paramétereit illusztráló képek a 2. illetve 5. ábrán láthatók.

Amikor egy ilyen fénysugár útjába egy ε_g polarizációs tengelyű polarizátort helyeznek, a kimenő fénysugár lineárisan polarizálva lesz a ε_g tengely mentén és ennek a térerősségének nagysága megadható mint

$$E'(\alpha, t) = E_0 e^{i\omega t} [\cos(\theta) \cos(\alpha) e^{i\phi} + \sin(\theta) \sin(\alpha)] \quad (60)$$

ahol α az Ox tengely és a polarizációs szűrő polarizációs tengelye között bezárt szög
A polarizációt követően a fény intenzitása megadható mint

$$I(\alpha) \sim E' E'^* \quad (61)$$

$$E' E'^* = E_0^2 [\cos^2(\theta) \cos^2(\alpha) + \sin^2(\theta) \sin^2(\alpha) + \cos(\phi) \sin(\theta) \cos(\theta) \sin(2\alpha)] \quad (62)$$

3 Kísérlethez szükséges eszközök

- He-Ne lézer, 520 nm és 622 nm lézer dióda
- Glan-Thompson polarizátorok (1 polarizátor és egy 1 analizátor)
- Fotodióda mint a lézer teljesítményét mérő szenzor és laptop
- Optikai pad
- Anizotróp anyag és az azt megtartó állvány

4 Kísérlet menete

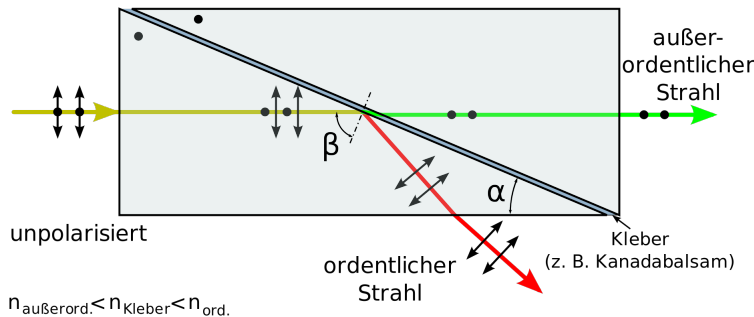
4.1 A Glan-Thompson polarizátorok működése

A Glan-Thompson polarizátor az azonos nevű prizma alapszik.

Ez szétválasztja a fényt két egymásra merőleges lineárisan polarizált komponensre: az extraordináriusra és az ordináriusra. Az ordinárius komponens a prizma optikai tengelyére merőlegesen rezeg, míg az extraordinárius az optikai tengellyel párhuzamosan rezeg. A prizma egy egytengelyű kettős törő kristályból áll, általában izlandi kalcitból, amelyet egy vékony kanadai balzsamréteg vagy ennek szintetikus helyettesítője oszt ketté. A kristálynak különböző törőképessége van az ordinárius és extraordinárius komponensekre. A kanadai balzsamnak ezzel szemben azonos törőképessége van mindkét komponensre és ez a két törőképesség értéke közt található.

$$n_e < n_b < n_o \quad (63)$$

ahol n_e a kristályba haladó extraordinárius, n_o az ordinárius komponensre jellemző törőképességét és n_b a balzsam törőképességét jelöli .



9. ábra: Az ábra a Glan-Thompson prizmának a működését szemlélteti. Pirossal az ordinárius, zölddel az extraordiárius komponens van jelölve. Forrás <https://de.wikipedia.org/wiki/Glan-Thompson-Prisma>

A kristály és a balsam felület határán az extraordiárius komponens egy optikailag sűrűbb közegbe megy át a balsamba lépve, így ennek nagyrésze áthalad a felületen. Ezzel szemben az ordinárius komponens optikailag kevésbé sűrű közegbe megy át és a prizma szögének kialakítása miatt teljes visszaverődés lép fel.

A Snelius -Descartes törvényből, a teljes visszaverődés esetén

$$n_o \sin(\beta_c) = n_b \sin(90) \quad (64)$$

$$\sin(\beta_c) = \frac{n_b}{n_o} \quad (65)$$

ahonnan látszik, hogy a prizma szögére igaz kell legyen $\beta > \beta_c$ hogy a teljes visszaverődés fellépjen az ordinárius komponens esetén. A polarizátor kialakítása közben az ordinárius komponens a védőfalba vezetik és így csak az extraordiárius komponens lép ki a polarizátorból.

4.2 Malus törvény ellenőrzése

Az optikai padra helyeztük a következő sorrendben a He-Ne lézert, a polarizátort, az analizátort és a fotodiódát.

A polarizátor illetve analizátorba levő Glan-Thompson prizma rendelkezésünkre álltak, de szükséges volt egy olyan eszköz megépítése, mellyel a prizmat egy jól meghatározott szög alatt forgatni lehet. A forgóeszközt egy szögmérővel láttuk el, hogy mérhető adataink legyenek. A csapágszerű rész 3 különálló részből áll, melyet egy rúddal ellátott palástba helyezünk. Így a polarizátort és analizátort az optikai padra lehet helyezni.

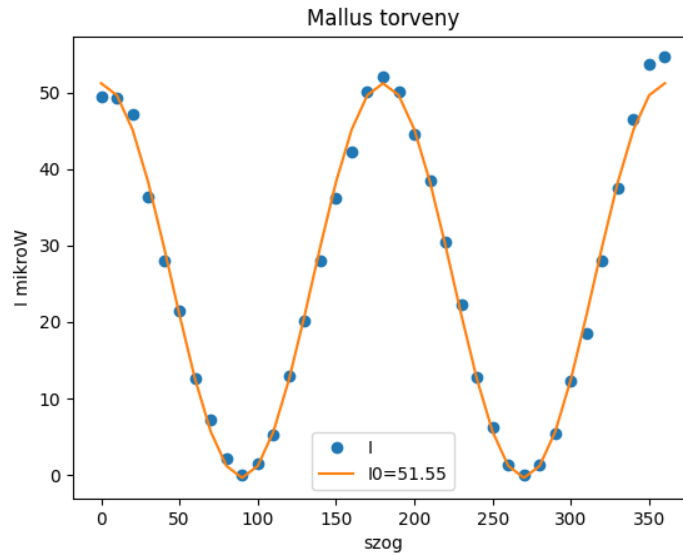
Fontos megemlíteni, hogy a polarizátor és analizátor végülis azonos felépítésű, technikai szempontból nincs köztük különbség, csak a kísérletbe ellátott szerepük más. A polarizátor nem forog, míg az analizátort forgatjuk. A két eszköz 3 D nyomtató segítségével készült, tervrajzai a függelékben találhatóak.

A lézernyalábot úgy állítjuk be, hogy az átmenjen a polarizátoron és analizátoron, majd a szenzor érzékeny felületére essen.

Megvárjuk míg a lézer bemelegszik, hogy stabil fénynyalábot biztosítson, ez általában 30 percet tartó folyamat egy He-Ne lézer esetén. Az analizátort 90° al elforgatva a fény intenzitása minimumra csökken. A mérést sötétbe végezzük, hogy a külső fény ne zavarja a mérést.

Az analizátort 10 fokként forgatjuk és mindegyik szög esetén lejegyezzük a kapott intenzitás értékét és annak standard deviációját. Így 36 intenzitás értéket kapunk, melyet a szög függvényében ábrázolunk. A mérést háromszor megismételjük.

A kapott értékekre illesztünk egy $I(\alpha) = I_0 \cdot \cos(\alpha)^2$ függvényt. A függvény amplitudóját számítógépes program segítségével kapjuk meg. A mérési adatok és az illesztett függvény a következő grafikonon láthatók.



10. ábra: Kékkel a mért intenzitás értékek vannak feltüntetve, a görbe egy $I(\alpha) = I_0 \cdot \cos(\alpha)^2$ függvény. Az $I_0 = 51.55 \mu\text{W}$ a grafikonon is fel van tüntetve.

5 Az anizotróp anyag által behozott ϕ fáziseltolás és a közeg optikai tengelyének meghatározása

5.1 A plexilap vizsgálata

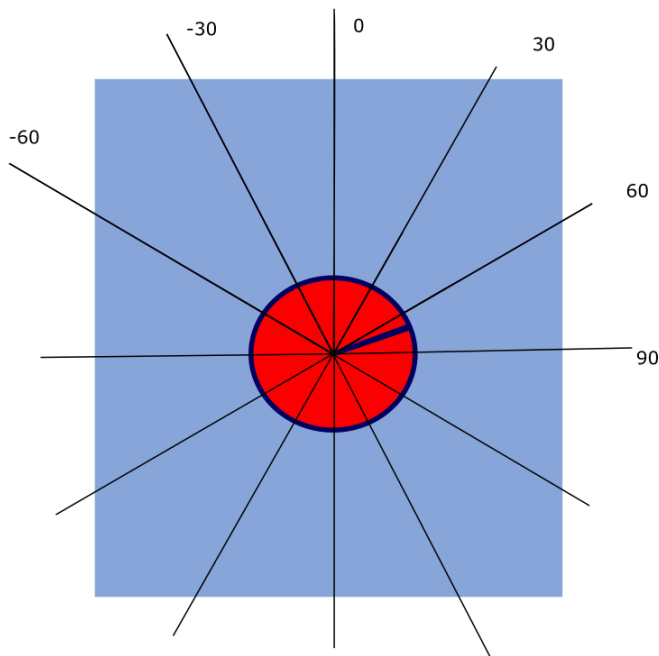
Az optikai padra helyeztük a következő sorrendben a lézert, a polarizátort, az anizotróp mintát, az analizátort és a fotodiódát. A lézernyalábot úgy állítjuk be, hogy az átmenjen a polarizátoron és analizátoron, majd a szenzor érzékeny felületére essen.



11. ábra: A kísérleti berendezés

A mintára, a mi esetünkbe a plexilapra, rárajzolunk filctollal és egy szögmérő segítségével egymással 30 fokot bezáró egyeneseket. Majd ezeket megszámozzuk, a 0 tengely, ami a függőleges állásnak felel meg, majd az ezzel

30, 60, 90, -30, -60 fokokat bezáró tengelyeket megjelöljük. Így a plexilap és a polarizátor egy jól meghatározott szöget zárhat be.

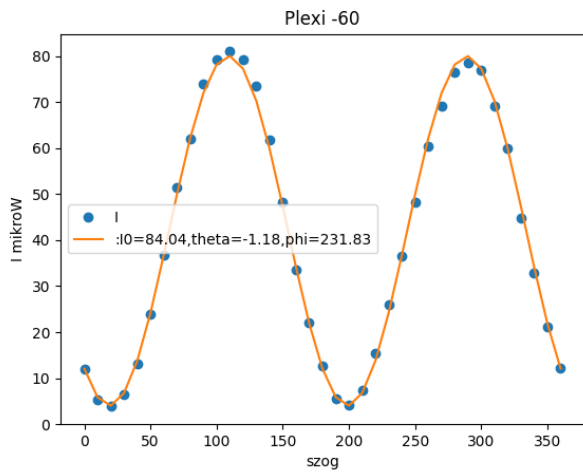


12. ábra: A plexin berajzolt tengelyeket szemléltető ábra. Vastag kék vonallal az optikai tengelyt rajzoltuk be

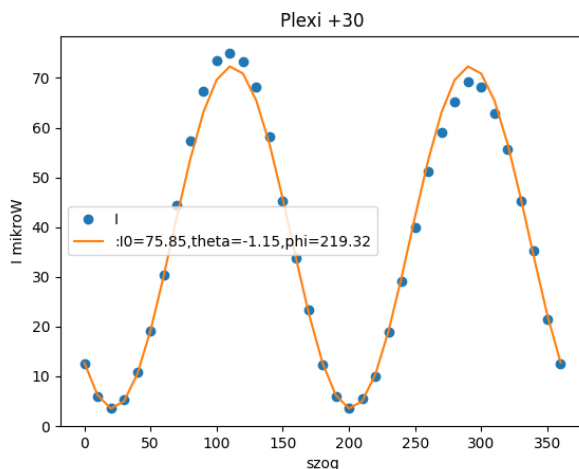
A plexit egy állvány segítségével felfüggesszük és beállítjuk egy jól meghatározott szögbe a függőlegeshez képest pl 0 fok.

Erre az esetre az analizátort 10 fokonként forgatjuk és az előző méréssel azonos módon járunk el, rögzítjük a fotodiódára eső fénynyaláb teljesítményét.

A 36 értéket grafikonon ábrázoljuk, majd ráillesztjük a (62) függvényt. Az illetet függvény paramétereit a grafikonokra feltüntettük.



13. ábra: -60 fok esetén a Plexin mért adatok és a fittelés, illetve ennek θ és ϕ paramétere



14. ábra: +30 fok esetén a Plexin mért adatok és a fittelés, illetve ennek θ és ϕ paramétere

A θ és ϕ paramétereiből a következő összefüggéseket felhasználva megkapjuk a ψ és χ polarizációs ellipszis paramétereit.

$$\operatorname{tg}(2\psi) = \operatorname{tg}(2\theta)\cos\phi \quad (66)$$

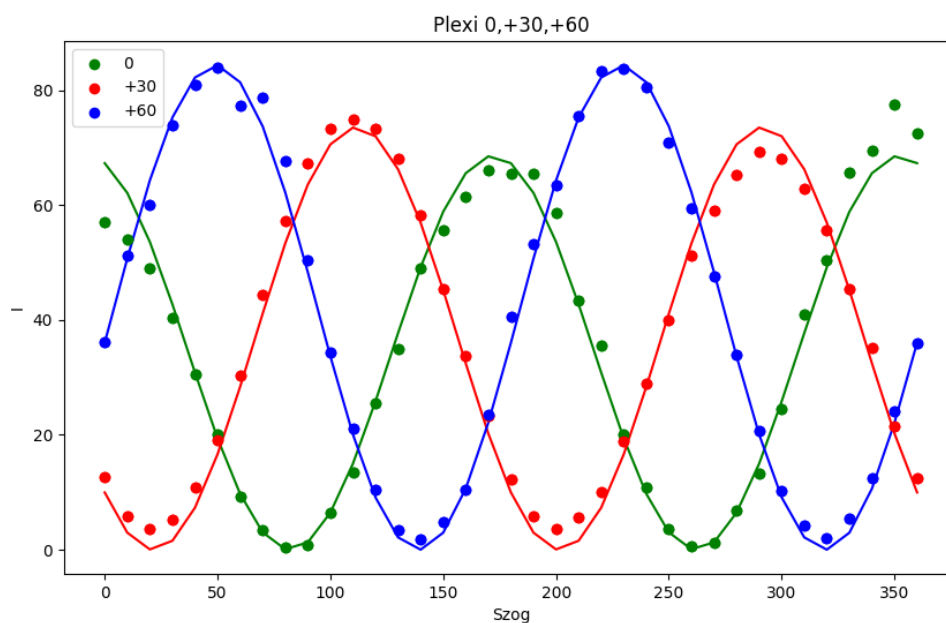
$$\sin(2\chi) = \operatorname{tg}(2\theta)\sin\phi \quad (67)$$

A kapott eredményeket az alábbi táblázatba gyűjtöttük

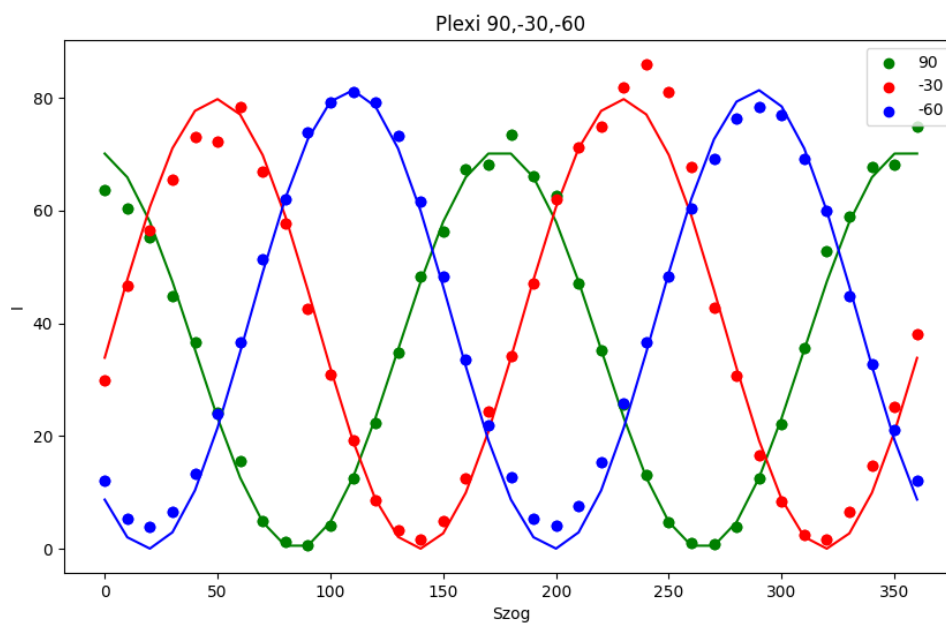
szög	zöld (520 nm)		vörös(635 nm)		zöld (520 nm)		vörös (635 nm)	
	2ψ	2χ	2ψ	2χ	θ	Φ	θ	Φ
	°	°	°	°	rad	rad	rad	rad
0	-11.47	0	-16.07	0	-0.1	-219.94	-0.14	0
30	42.61	-14.59	42.89	24.58	-1.96	104.04	-1.15	219.32
60	-77.48	16.23	-81.06	-16.88	0.89	339.59	0.86	370.41
90	-19.49	0	-10.31	0	-0.17	0	-0.09	0
-30	8.19	-2.78	-81.45	0	88.04	332.68	0.86	0
-60	41.82	16.61	36.69	36.65	-1.96	857.23	-1.18	231.83

1. táblázat: Az illesztésből kapott θ és ϕ értékek illetve az ezekből számolt 2ψ és 2χ ellipszist jellemző paraméterek értékei különböző pozíciókra és különböző hullámhosszú fényre. Ahogy láthatjuk a jelentős változásokat a plexilap forgatása okozza

A 16. és 17. ábrán látható görbéket vizsgálva észrevettünk egy szimmetriát a 0 és a 90 fokok, a -30 és 60 fokok meg a +30 és -60 grafikonja között. Azt is észre lehet venni, hogy a függvény alakja nem változik, csak egy eltolás lép fel. Figyeljük meg a maximumok és minimumok helyét a grafikonon.



15. ábra: A mérési adatok a vörös lézer esetén a 0 30 és 60 pozícióra



16. ábra: A mérési adatok a vörös lézer esetén a 90 -30 és -60 pozícióra

0 és -90 esetén az első maximum 0 fokban található és a minimum a 90 be. Itt visszakaptuk a Malus törvényt. +30 és -60 esetén az első maximum a 120 környékén található és a minimum 30 nál. A +60 és -30 esetén pedig

a maximum 60 és a min 140 található. Az eltolást azzal magyaráztuk, hogy úgy viselkedik a plexi mint egy $\frac{\lambda}{2}$ lemez mely tükrözi az optikai tengelyre a térerősségvektort. Ennek a hipotézisnek az ellenőrzése érdekében az adatokra most egy $I(\alpha) = I_0 * \cos^2(\alpha - \alpha_0)$ függvényt illesztettünk feltételezve azt, hogy a plexilapból kilépő fény lineárisan polarizált az α_0 irányban.

o	0	30	-30	60	-60	90
α_0	-5.72	111.78	50.44	51.02	111.24	-9.74

2. táblázat: A $I(\alpha) = I_0 * \cos^2(\alpha - \alpha_0)$ függvény illesztéséből kapott α_0 értékek

Ha a plexilap egy $\frac{\lambda}{2}$ lemez, akkor a 0 fok esetén, a tükrözés meg a polarizált fény és plexi optikai tengelye között levő szögek összege -5,74, vagyis az optikai tengelyünk kb -2,87 foknál található a 0 tengelyhez képest és a maximumunk eltolása kb -6 fok. Ez egy elfogadható eredmény és nem mond ellen a kísérleti megfigyelésnek (a grafikonok).

Legutolsó sorban összehasonlítottuk a kísérletileg kapott ψ és χ értékeket, melyek elég jó egyezést mutattak egy ψ és χ értéket kivéve.

A ψ és χ paramétereket a nyers kísérleti eredményből is meghatároztuk. A ψ nem más mint a maximum eltolásának mértéke α_0 és a χ megadható mint

$$tg\chi = \sqrt{\frac{I_{min}}{I_{max}}} \quad (68)$$

Ahogy látjuk eredményeink a -30 fokos eseten kívül jól egyeznek, a kísérleti rész egyetlen hátránya, hogy csak a χ abszolút értékét tudjuk meghatározni vele.

szög	lmin	lmax	χ	2χ	2χ plot
0	0.155	116.8	2.09	4.18	0
30	1.707	107.5	7.24	14.48	-14.59
60	1.75	107.2	7.34	14.68	16.23
90	0.024	99.9	0.89	1.78	0
-30	2.47	114.7	8.34	16.68	-2.78
-60	1.83	108	7.48	14.96	16.61

3. táblázat: A kísérletileg mért χ és 2χ illetve a fittelésből számolt 2χ érték mely 2χ plotal van jelölve

szög	$2\psi_e$	$2\psi_e$ atirva	ψ_e	α_0
°	°	°	°	°
0	-11.47	-11.47	-5.735	-5.72
30	42.61	-137.4	-68.7	-68
60	-77.48	102.52	51.26	51.02
90	-19.49	-19.49	-9.745	-9.74
-30	-81.45	98.55	49.275	50.44
-60	41.82	221.82	110.91	111.24

4. táblázat: A fittelésből kapott 2ψ és ψ illetve a α_0 értékeinek összehasonlítása

Ha a 0 és 90 fok esetét figyeljük láthatjuk, hogy úgy az elméleti mint a kísérletileg kapott χ értéke közel 0, szóval ezekben az esetekben a polarizációs ellipszis nagyon lapos, emiatt kvázi lineárisan polarizáltak tekinthető a plexin áthaladt fényaláb. Még a legnagyobb χ szögek esetén se haladja meg a 10 fokot, szóval a plexilap által behozott ellipszis elég lapos.

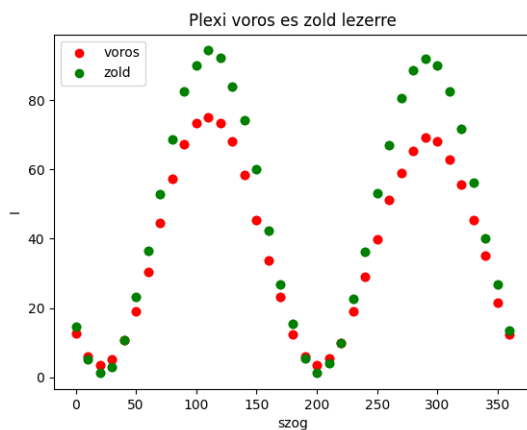
A mérésünk pontosságának növelése érdekében egy speciális forgóállványt készítettünk, melybe a probát helyezve pontosabban tudjuk vizsgálni a polarizátor tengelyével bezárt szöget, ugyanis az állványos megoldásnál egy $\pm 5 - 6$ fokos hiba is elképzelhető. Az 3 D nyomtatóval készített forgó állvány a lenti képen és a technikai adatai a függelékben láthatók.



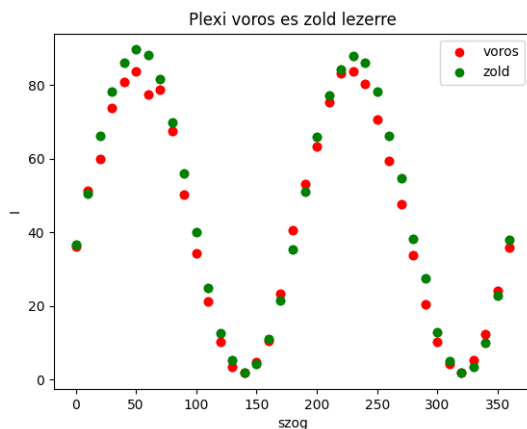
17. ábra: Az általunk készített forgóállvány

Az eddig leírt méréseket újra elvégeztük ezzel az állvánnyal és különböző fényforrásokat is használtunk(622 nm és 520 nm lézer) hogy lássuk van-e egy kimutatható hullámhossz függés.

A méréseket újrajávegezve nem észleltünk egy jelentős különbséget a forgóállvány alkalmazása után. Ezt követően a hullámhosszfüggés vizsgálatára fordítottuk figyelmünket. A zöld illetve a vörös lézer használatakor kapott adatokat egy adott pozícióra egyszerre ábrázoltuk a következő grafikonokon. Ahogy látszik a maximumok és minimumok pozíciója megegyezik, de a maximális intenzitások értéke nem, viszont mivel különböző lézerekről van szó, megeshet ez az észrevétel nem releváns. A vörös lézeren látható az a tendencia, hogy a min max arány nagyobb mint a zöld lézer esetén. Mivel $tg\chi = \sqrt{\frac{I_{min}}{I_{max}}}$ látható, hogy a zöld lézer az anizotróp közegen áthaladva, jobban megtartja a lineáris polarizációs állapotát, míg a piros lézernél jelentősebb az elliptikus polarizáció felé való eltolódás.



18. ábra: 30 fok esetén a vörös és zöld lézer grafikonja egymásra rakva



19. ábra: 60 fok esetén a vörös és zöld lézer grafikonja egymásra rakva

Ezeket az észrevételeket számszerűsítettük és a következő táblázatba gyűjtöttük össze

	vörös		zöld		$\Delta\chi$
	tg χ	x	tg χ	x	
		fok		fok	
0	0.077	4.403	0.068	3.885	0.518
30	0.218	12.300	0.112	6.397	5.903
60	0.148	8.424	0.143	8.156	0.269
90	0.095	5.423	0.015	0.843	4.581
-60	0.135	7.698	0.133	7.574	0.123
-30	0.218	12.284	0.149	8.475	3.810

5. táblázat: A kapott adatokból kiszámoltuk a két hullámhosszra a $tg\chi$ és χ értékeit, hogy lássuk ha és hol relevánsak az eltérések

Ahogy látjuk a vörös lézer esetén az ellipticitás mindig nagyobb. Ugyanakkor figyelembe kell vegyünk a mérési hibát, melyet 5 fok körülnek becsülünk és emiatt jelentős színdiszperziót nem tudtunk kimutatni. Eddigi megfigyeléseink alapján az egymástól 90 fokra levő pozíciókat ekivalensnek tekintettük. Emiatt pl a 0 és 90 fokról azt feltételezzük, hogy ugyanazt a χ kéne behozza az anyagon való áthaladást követően. Legnagyobb eltérés két ekivalensnek tekintett pozíció között a zöld 0 és 90 fok között lép fel, mely közel 3 fok, de még ez is a feltételezett 5 fokos hibahatáron belül található.

A fentiekben leírt adatelemzés csak egy minőségi leírást tudott biztosítani és csak amiatt biztosított elég jó adatokat, mert a mintánk közel $\frac{\lambda}{2}$ lemezként viselkedett. A továbbiakban vizsgált anyagok már nem mutatták ezt a viselkedést emiatt egy új adatelemzési módszert dolgoztunk ki, mely megbízhatóbb és konkrét adatokat tudott biztosítani a két komponens között (az ordinárius és extraordinárius) fellépő fáziseltolásról $\Delta\varphi$ és az anizotróp anyag optikai tengelyének elhelyezkedéséről.

5.2 Az új eljárás

A kísérleti eredmények leírására a következő modellt feltételeztük

A bejövő lineárisan polarizált fény a laboratóriumi rendszer y tengelyében rezeg. A PP minta optikai tengelyének helyzetét nem ismerjük, ezt Ox' jelöljük. Általános esetben az optikai tengelyhez rögzített $X'OY'$ koordinárendszer nem esik egyben a laboratóriumi rendszerrel XOY ezért tételezzük fel, hogy e két koordinárendszer egymáshoz viszonyítva egy tetszőleges α szöggel van elforgatva. A beérkező fény és az anyag optikai tengelye közti szög legyen β .

Ha a beérkező fény az y tengelyben rezeg akkor az XOY ban

$$E_x = 0 \quad (69)$$

és

$$E_y = E_0 \quad (70)$$

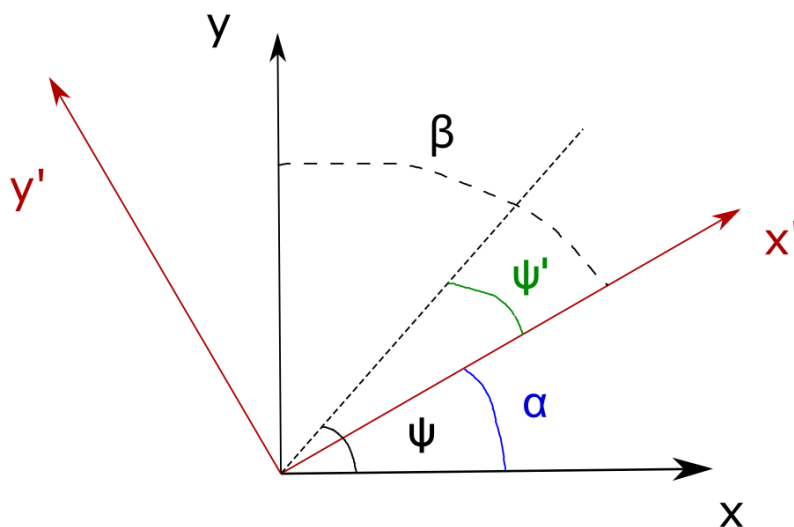
a $X'OY'$ ben ugyanez

$$E_{x'}^{be} = E_0 \cos(\beta) \quad (71)$$

és

$$E_{y'}^{be} = E_0 \sin(\beta) \quad (72)$$

Tudjuk, hogy az anizotrópiát az ordinárius és extraordinárius komponensek között fellépő $\Delta\varphi$ optikai útkülönbség adja.



20. ábra: Az XOY a laborioriumi rendszert az X'OY' a polarizációs ellipszis vonatkoztatási rendszerét jelöli. Szaggatott vonallal a polarizációs ellipszis nagytengelyét jelöltük

$$\vec{E}^{be} = E_0 \cos(\beta) \vec{\varepsilon}_{x'} + E_0 \sin(\beta) \vec{\varepsilon}_{y'} \quad (73)$$

és

$$\vec{E}^{ki} = E_0 \cos(\beta) \vec{\varepsilon}_{x'} + E_0 \sin(\beta) e^{i\Delta\varphi} \vec{\varepsilon}_{y'} \quad (74)$$

az anizotróp közeg behoz egy ψ' forgatást az optikai tengelyhez (x') viszonyítva.

A dolgozatban fenebb bemutatott módszer segítségével a polarizációs ellipszis paramétereit a XOY ben tudjuk egyből megadni a következő összefüggésekkel

$$\tan(2\psi) = \tan(2\theta) \cos(\phi) \quad (75)$$

$$\sin(2\chi) = \sin(2\theta) \sin(\phi) \quad (76)$$

a fentiek alapján megadható ψ és χ mint

$$\psi = \frac{1}{2} \arctan(\tan(2\theta) \cos(\phi)) \quad (77)$$

$$\chi = \frac{1}{2} \arcsin(\sin(2\theta) \sin(\phi)) \quad (78)$$

ahol a θ és ϕ a (62) egyenlet illesztéséből kapott paraméterek

A rajzból látszik, hogy $\psi = \psi' + \alpha$ és $\beta + \alpha = \frac{\pi}{2}$

ezért

$$\psi = \psi' + \frac{\pi}{2} - \beta \quad (79)$$

és ebből

$$\psi' = \psi - \frac{\pi}{2} + \beta \quad (80)$$

és mivel az ellipszis alakja, ellipticitása nem változik a forgatások által, emiatt

$$\chi' = \chi \quad (81)$$

2 vel beszorozva a két egyenletet

$$2\psi' = 2\psi - \pi + 2\beta \quad (82)$$

$$2\chi' = 2\chi \quad (83)$$

tangensbe illetve szinuszba rakva a két egyenletet

$$\tan(2\psi') = \tan(2\psi - \pi + 2\beta) \quad (84)$$

$$\sin(2\chi') = \sin(2\chi) \quad (85)$$

majd felhasználva az elméletbe említett (38) illetve (43) összefüggést

$$\tan(2\beta) \cos(\Delta\varphi) = \tan(2\psi - \pi + 2\beta) \quad (86)$$

$$\sin(2\beta) \sin(\Delta\varphi) = \sin(2\chi) \quad (87)$$

egy kis átírást követően

$$\tan(2\psi - \pi + 2\beta) = -\tan(\pi - (2\psi + 2\beta)) = \tan(2\psi + 2\beta) \quad (88)$$

$$\tan(2\beta) \cos(\Delta\varphi) = \tan(2\psi + 2\beta) \quad (89)$$

felírva a $\tan(2\beta) = \frac{\sin(2\beta)}{\cos(2\beta)}$ és átvive a $\cos(2\beta)$ tagot a következő alakot kapjuk

$$\sin(2\beta) \cos(\Delta\varphi) = \tan(2\psi + 2\beta) \cos(2\beta) \quad (90)$$

$$\sin(2\beta) \sin(\Delta\varphi) = \sin(2\chi) \quad (91)$$

négyzetre emelve és összeadva a két egyenletet eljutunk

$$\sin^2(2\beta) = \sin^2(2\chi) + \tan^2(2\psi + 2\beta) \cos^2(2\beta) \quad (92)$$

Mindent átvive a baloldalra megkapjuk a végső alakot

$$\sin^2(2\chi) + \tan^2(2\psi + 2\beta) \cos^2(2\beta) - \sin^2(2\beta) = 0 \quad (93)$$

a ψ és χ értékét kísérletileg mértük és numerikusan megoldjuk az egyenletet egy python programmal.

Legyen β_0 a 0 pozícióban levő szög az y és x' között. A minta forgatásával egy γ szöggel a β szög is változni fog a következőképpen $\beta = \beta_0 + \gamma$ Így a β_0 meg fogja adni a minta optikai tengelye és a függőleges közti szöveget (a $\gamma = 0$ a függőleges pozíció)

Ezt az eljárást a plexilapra alkalmazva be tudtuk azonosítani az optikai tengely elhelyezkedését a laboratóriumi rendszerhez viszonyítva illetve ki tudtuk mutatni, hogy a minta egy γ fokkal való forgatásának esetén az optikai tengely is ezzel a γ fokkal fordul el a függőlegeshez képest. A függvénynek két nem egyenértékű megoldása van és úgy tudtuk eldönteni melyek a releváns adatok, ha két forgatás között a β közel 30 fokkal változik. A fizikailag releváns $\Delta\varphi$ optikai útkülönbséget is ki tudtuk mutatni, és ezt 6 fok körüli pontossággal meg is tudtuk határozni. Eredményeink ki tudták mutatni, hogy különböző hullámhosszra más a $\Delta\varphi$ útkülönbség, közel 40 fok a különbség a vörös és a zöld lézere kapott érték, és ugyanazon hullámhossz esetén a $\Delta\varphi$ közel ugyanakkora. Eredményeink a következő két táblázatban láthatók.

	Plexi		vörös							
	θ	ϕ	ψ	χ	χ^1	β	β	$\Delta\varphi$	ψ'	χ'
0	98.31	160.82	-7.87	2.7	4.4	4.39	4.39	217.95	-93.48	-2.7
0	98.31	160.82	-7.87	2.7	4.4	48.93		185.44	-48.94	-2.7
30	335.79	214.03	111.53	12.37	12.3	34.78	34.78	153.46	56.31	12.37
30	335.79	214.03	111.53	12.37	12.3	75.76		118.62	97.29	12.37
60	139.03	342.72	49.21	8.55	8.42	21.14		154.07	-19.64	8.55
60	139.03	342.72	49.21	8.55	8.42	64.83	64.83	157.53	24.05	8.55
90	263.32	317.88	-4.99	-4.46	5.42	47.48		188.95	-47.51	-4.46
90	263.32	317.88	-4.99	-4.46	5.42	94.49	94.49	96.46	-0.51	-4.46
-30	40.8	195.49	49.36	-7.66	7.7	110.92		156.67	70.28	-7.66
-30	40.8	195.49	49.36	-7.66	7.7	154.88	154.88	159.9	114.24	-7.66
-60	337.73	217.34	109.02	12.59	12.28	35.98	125.98	153.42	55	12.59
-60	337.73	217.34	109.02	12.59	12.28	76.37		111.7	95.39	12.59

6. táblázat: A vörös lézer esetén kapott eredmények

Mivel a 0 és 90 pozíciók esetén a fény közel lineárisan polarizált, ezek az adatok nem szolgáltatnak információt az ordinárius és extraordinárius komponensek közti $\Delta\varphi$ útkülönbségről, mert egyik komponens nincs jelen (vagy olyan mintha ott se lenne).

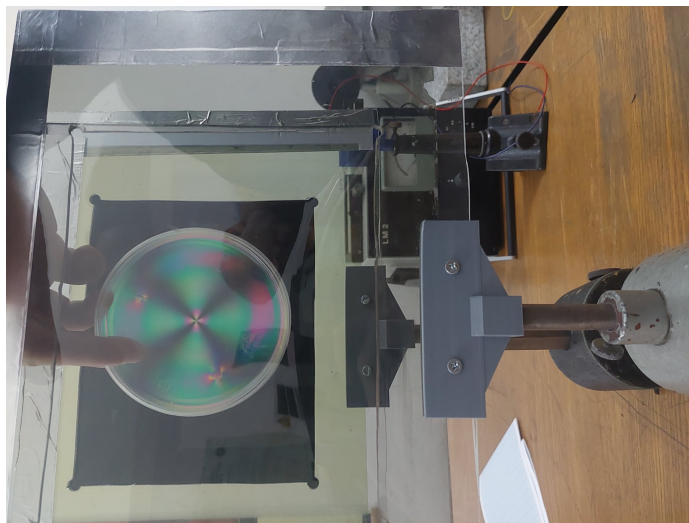
			zöld							
	θ	ϕ	ψ	χ	χ^1	β	β	$\Delta\varphi$	ψ'	χ'
0	84.39	360	-5.61	0	3.88	2.81	2.81	180	-92.81	0
0	84.39	360	-5.61	0	3.88	47.81		180	-47.81	0
30	337.43	159.08	111.59	-7.33	6.4	34.39	34.39	195.75	55.98	-7.33
30	337.43	159.08	111.59	-7.33	6.4	78.01		218.51	99.6	7.33
60	219.1	197.03	51.16	-8.33	8.16	20.18		206.28	-18.66	-8.33
60						63.92	63.92	201.29	25.09	-8.33
90	259.89	349.8	-9.96	-1.75	0.84	5.14	95.14	200.07	-94.83	-1.75
90						49.98		183.56	-49.99	-1.75
-30	219.84	161.18	50.44	9.25	8.47	20.7		151.32	-18.86	9.25
-30						64.15	154.15	156.15	24.59	9.25
-60	202.29	335.93	110.99	-8.32	7.57	34.74	124.74	197.8	55.73	-8.32
-60						77.91		224.35	98.9	-8.32

7. táblázat: A zöld lézer esetén kapott eredmények

Modelünk nagyon jól leírja a plexilapot és alkalmas az optikai tengely beazonosítására a labórrendszerben, ki tudja mutatni ennek elfordulását a minta forgatásával, meghatározhatjuk a polarizációs ellipszis χ és ψ paramétereit, illetve ki tudjuk mutatni és megmérni az optikai útkülönbséget és ennek színdiszperzióját.

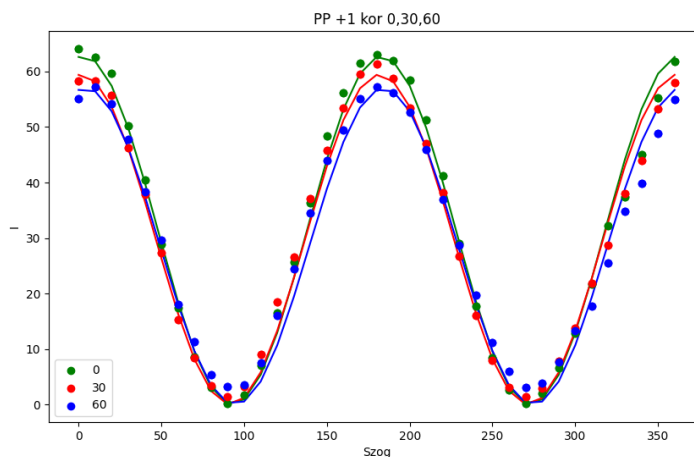
5.3 PP fedő vizsgálata

A PP fedő egy nagyon érdekes négylevelű lóhere szerű mintázatot mutat ha természetes/mesterséges világítás mellett a két szűrő közé helyezük. Ennek az egzotikus mintának a fizikáját próbáltuk megérteni.

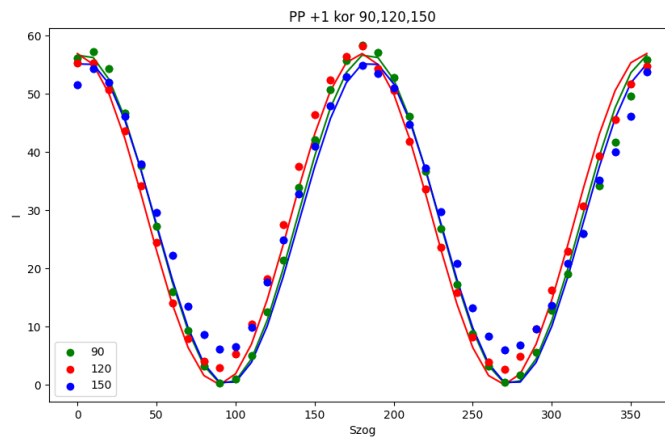


21. ábra: A két szűrő közé helyezett PP fedőben kialakuló minta

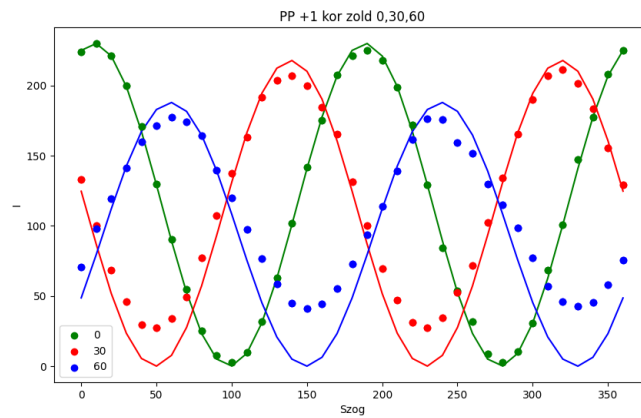
Mivel szín illetve koordinátáfüggést is feltételeztünk a mintánkra, 5 különböző pozíciót jelöltünk meg egymástól 1 cm re. Ezeket a fixpontokon a lézernyaláb át fog menni. A plexilappal analóg módon eljövünk a 36 mérést a mintát a 0 30 60 90 120 és 150 orientációba helyezve az állvány segítségével. A kapott értéket grafikonon ábrázoltuk, hogy jobban átlássuk a különbségeket/hasonlóságokat illetve keressünk egy rendszerességet.



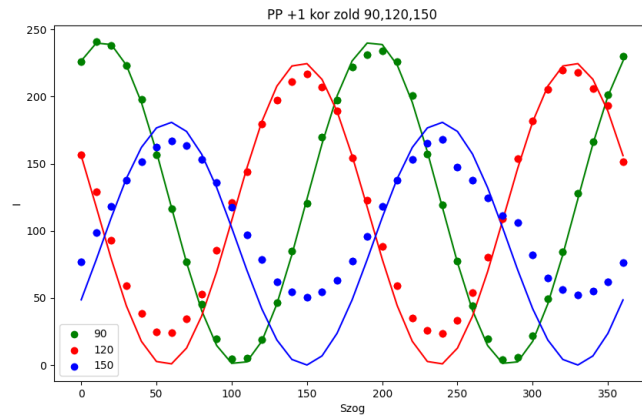
22. ábra: A PP fedő +1 koordinátájára a 0, 30 és 60 pozíciókra kapott intenzitás szögfüggések egymásra rakva vörös lézer esetén



23. ábra: A PP fedő +1 koordinátájára a 90, 120 és 150 pozíciókra kapott intenzitás szögfüggések egymásra rakva vörös lézer esetén

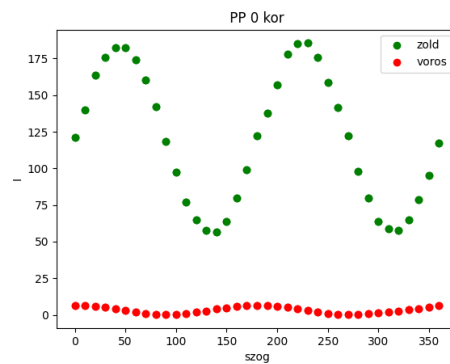
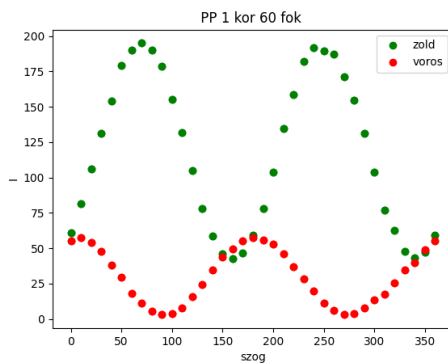


24. ábra: A PP fedő +1 koordinátájára a 0, 30 és 60 pozíciókra kapott intenzitás szögfüggések egymásra rakva zöld lézer esetén



25. ábra: A PP fedő +1 koordinátájára a 90, 120 és 150 pozíciókra kapott intenzitás szögfüggések egymásra rakva zöld lézer esetén

Szindiszperziót itt azonnal észrevettünk és térbeli szimmetriát is.



Ahogy látjuk a vörös lézer esetén egyes pontokban látszólag nem veszünk észre változást az intenzitás szög görbén akkor sem, ha forgjuk a mintát. Ez egy elég furcsa és eddig nem tapasztalt viselkedés volt a mérésünk során. A zöld lézer azonban már mutatja az eddig is tapasztalt orientáció függést. A kísérleti eredmények leírására a plexilapnál használt eljárást használtuk.

A fittelésből kapott θ és ϕ értékekből kiszámolt ψ és χ értékek és a numerikusan megoldott (93) egyenletből kapott β a 7, 8, 9, 10, 11, 12 és 13 táblázatban láthatók.

0 kor	vörös									
	θ	ϕ	ψ	χ	χ_1	β	β	$\Delta\varphi$	ψ'	χ'
0	93.92	0.12	3.92	-0.01	0.96	43.04		180.02	-43.04	-0.01
0						88.04		180.23	1.96	-0.01
30						43.51	43.51	189.55	-43.49	-4.77
30	95.62	58.14	3	-4.77	4.8	84.72		244.6	-2.29	-4.77
60	97.4	64.35	3.26	6.66	6.46	43.39		193.34	-43.35	-6.66
60						81.65	81.65	233.26	-5.09	-6.66
90	96.37	57.67	3.45	-5.37	1.41	43.29		190.77	-43.26	-5.37
90						84.1		245.77	-2.45	-5.37
120	99.57	74.93	2.58	-9.23	7.65	73.51		215.58	-13.91	-9.23
120						43.75	43.75	198.48	-43.68	-9.23
150	98.27	61.73	4	-7.26	6.18	43.03		194.55	-42.97	-7.26
150						81.47	81.47	238.71	-4.53	-7.26

8. táblázat: A kapott ψ, χ értékekből számolt β és $\Delta\varphi$ értékek a 0 koordinátára vörös lézer esetén

0 kor	θ	ϕ	ψ	χ	χ_1	β	β	$\Delta\varphi$	ψ'	χ'
0						96.56		220.71	5.01	4.26
0	94.53	250.13	-1.55	4.26	4.11	45.77		171.48	-45.78	4.26
30	230.39	57.43	-35.25	27.94	28.05	57		115.01	-68.25	27.94
30						28.48	28.48	99.02	-96.78	27.94
60	315.05	57.76	45.09	-28.88	28.94	30.94		253.54	-13.97	-28.88
60						59.02	59.02	253.4	14.11	
90	267.05	180.01	2.95	0	3.63	43.52		180	-43.52	0
90						88.52		180.02	1.48	
120	310.86	236.28	-37.66	27.7	27.72	57.83	57.83	114.06	-69.84	27.7
120						28.66		102.05	-99.01	27.7
150	41.69	237.99	51.18	28.69	28.45	29.62	29.62	258.57	-9.21	-28.69
150						57.64		248.66	18.81	-28.69

9. táblázat: A kapott ψ, χ értékekből számolt β és $\Delta\varphi$ értékek a 0 koordinátára zöld lézer esetén

1 kor	θ	ϕ	ψ	χ	χ_1	β	β	$\Delta\varphi$	ψ'	χ'
0	95.32	56.14	2.99	-4.41	2.78	43.51		188.83	-43.5	-4.41
0						85.25		248.46	-1.76	-4.41
30	80.72	100.62	1.77	9.12	8.78	44.14	44.14	161.76	-44.09	9.12
30						69.21		151.86	-19.02	9.12
60	256.29	107.04	4.32	13.06	12.99	70.11	70.11	136.52	-15.57	13.06
60						42.96		153.8	-42.72	13.06
90	84.43	227.09	3.82	-4.06	3.72	43.1		188.15	-43.08	-4.06
90						85.93		266.4	-0.26	-4.06
120	257.41	88.08	-0.45	12.58	12.12	40.73		154.54	-49.73	12.58
120						45.21	45.21	154.84	-45.24	12.58
150	71	257.59	4.77	-18.48	18.25	42.88		217.08	-42.35	-18.48
150						60.98	60.98	225.14	-24.25	-18.48

10. táblázat: A kapott ψ, χ értékekből számolt β és $\Delta\varphi$ értékek a +1 koordinátára vörös lézer esetén

	θ	ϕ	ψ	χ	χ_1	β	β	$\Delta\varphi$	ψ'	χ'
0						36.44		174.25	-36.4	2.75
0	107.35	350.32	17.16	2.75	6.5	81.21		161.54	8.37	2.75
30	131.88	140.09	-40.94	-19.81	19.73	24.73	24.73	237.07	-106.22	-19.81
30						62.26		230.72	-68.68	-19.81
60	212.31	132.82	62.46	20.75	16.58	56.63	56.63	133.84	29.09	20.75
60						21.47		103.37	-6.07	20.75
90	257.15	171.93	12.74	1.74	4.56	38.64		176.42	-38.63	1.74
90						83.51		164.27	6.25	1.74
120	315.14	223.44	44.81	21.72	16.14	27.07	27.07	121.97	-18.12	21.72
120						63.06		121.66	17.87	21.72
150	157.94	315.26	72.72	14.67	13.98	53.03	53.03	149.34	35.75	14.67
150						14.85		98.55	-2.42	14.67

11. táblázat: A kapott ψ, χ értékből számolt β és $\Delta\varphi$ értékek a +1 koordinátára zöld lézer esetén

2	θ	ϕ	ψ	χ	χ_1	β	β	$\Delta\varphi$	ψ'	χ'	$\Delta\varphi$
0	79.58	77.39	-2.37	10.15	10.23	20.05		147.4	-72.32	10.15	
0						46.15		159.68	-46.23	10.15	
30	240.23	266.09	3.3	-29.65	29.25	43.88	43.88	239.38	-42.81	-29.65	
30						48.4	48.4	240	-38.3	-29.65	
60	72.85	233.66	11	-13.49	13.92	39.82		207.47	-39.18	-13.49	
60						76.25		259.35	-2.75	-13.49	
90	255.35	66.63	-6.27	13.34	12.21	47.96		153.16	-48.31	13.34	
90						106.69		234.73	10.41	13.34	
120	127.39	267.71	-4.17	37.31	36.64	43.51	43.51	105.1	-50.66	37.31	
120						45.87	45.87	105.29	-48.3	37.31	254.71
150	63.1	129.76	20.57	19.17	19.46	36.01		139.3	-33.42	19.17	
150						70.79		93.44	1.36	19.17	266.56

12. táblázat: A kapott ψ, χ értékből számolt β és $\Delta\varphi$ értékek a +2 koordinátára vörös lézer esetén

	θ	ϕ	ψ	χ	χ_1	β	β	$\Delta\varphi$	ψ'	χ'
0	328.41	322.23	61.3	16.57	16.9	18.94		117.1	-9.76	16.57
0						57.96		142.57	29.26	16.57
30	356.71	359.98	86.71	0	4.51	46.65	46.65	180	43.35	0
30						91.65		180.04	88.35	0
60	126.75	0	36.75	0	4.07	26.62		180	-26.62	0
60						71.62	71.62	180	18.38	0
90	208.69	132.99	66.6	19.02	19.31	55.23		138.89	31.83	19.02
90						19.37		100.16	-4.03	19.02
120	14.7	251.65	84.97	-13.88	11.36	47.36	47.36	207.87	42.33	-13.88
120						19.9		226.7	14.87	-13.88
150	47.62	331.62	-42.03	-14.12	14.33	23.02		221.1	-109	-14.12
150						64.38	64.38	217.37	-67.65	-14.12

13. táblázat: A kapott ψ, χ értékből számolt β és $\Delta\varphi$ értékek a +2 koordinátára zöld lézer esetén

-1	θ	ϕ	ψ	χ	χ_1	β	β	$\Delta\varphi$	ψ'	χ'
0	275.37	49.72	3.49	-4.08	4.7	43.26		188.18	-43.24	-4.08
0						85.87		261.15	-0.64	-4.08
30	277.76	81.63	1.16	-7.68	7.09	44.43	44.43	195.36	-44.41	-7.68
30						68.44		202.79	-20.4	-7.68
60	284.72	281.88	3.31	14.38	14.12	64.03	64.03	142.33	-22.65	14.38
60						43.45		151.2	-43.23	14.38
90	83.53	127.54	3.99	5.12	6.53	43.02		169.74	42.99	5.12
90						84.73		103.98	-1.29	5.12
120	280.04	92.19	-0.4	-10.04	10.08	38.9	38.9	200.56	-51.5	-10.04
120						45.19		200.07	-45.21	-10.04
150	253.56	257.87	3.87	-16.03	15.86	43.23		212.12	-42.91	-16.03
150	253.56	257.87				62.73	62.73	220.66	-23.4	-16.03

14. táblázat: A kapott ψ, χ értékéből számolt β és $\Delta\varphi$ értékek a -1 koordinátára vörös lézer esetén

Itt is sikeresen megmutattuk, (egyes pontokra), hogy az optikai tengely 30 fokonként fordul el, mivel ez a mintában rögzítve van. Ez könnyen látható ha a β értékeit egymáshoz viszonyítjuk két egymás követő forgatásnál, a β a hibahatáron belül 30 fokkal nő vagy csökken. Azoknál a pontoknál ahol a β értékek a hibahatáron belül vannak a $\Delta\varphi$ értékére is közeli értékeket kaptunk. Itt is mint a plexi estén a 0 és 90 orientációkat nem vettük figyelembe a $\Delta\varphi$ értékének meghatározásában, mert itt is ezekben a pozíciókban a fény közel lineárisan polarizált. Egyes koordinátákra pontos eredményeket kaptunk pl -1 +1 zöld és -1 vörös, másoknál főleg a vörös lézer esetén nem tudtuk meghatározni melyik a releváns β érték és a $\Delta\varphi$ értékei is túl távol álltak egymástól, hogy következtetést tudjunk levonni. A PP esetén a módszer nem adott olyan jó eredményeket mint a plexinél. Ez főleg annak tudható be, hogy ennél a mintánál jelentős a fény viselkedés koordinátáfüggése és egy a minta forgatása közben a lézernyaláb keveset, de elmozdulhat és így két mérés nem pont ugyanarról a pontról szolgáltat információt. Nagy valószínűséggel ahol a β nem mutatja a $\beta+\gamma$ függést, ott a lézernyaláb jelentősebb mértékben elmozdult a minta forgatása miatt.

Azokban az esetekben mikor az útkülönbség 360 foknak jött ki, az anyagunk végülis nem viselkedik anizotrop közegeként és emiatt voltak az intenzitás szögfüggvények szinte azonosak a minta pozíciójától függetlenül. Minden látszólagos különbséget a mérési hiba hozott be. Így a vörös lézernél tapasztal furcsa viselkedését ezzel meg tudtuk magyarázni.

Ahogy látjuk a plexilapot oly jól leíró modell itt nem mindig produkálja a jó eredményeket melynek fő oka az lehet, hogy mi a mérés közben nem pontosan egy pontot vizsgáltunk hanem a lézer kis elmozdulása a minta forgatásakor egy új pont vizsgálatához vezetett. Mivel nem pont azt a pontot hasonlítottuk össze, emiatt nem egyeznek olyan jól egyes eredményeink. Egy mód ahogy ezen tudnánk a jövőben javítani az, hogy nem a mintát, hanem a polarizátort forgassuk el. Ennek ellenére bebizonyítottuk, hogy eljárásunk ha ilyen jellegű hiba nem csúszik be, alkalmas az optikai tengely meghatározására és a $\Delta\varphi$ mérésére is, habár itt a pontosságunk csökkent mivel a hibahatárunk már 20 fok .

6 Következtetés

Kísérleti eszközünkkel sikeresen igazoltuk kísérletileg a Malus törvényt. A plexilap meg PP fedőre számítógépes program segítségével meghatároztuk a θ és ϕ paramétert és ezekből meghatároztuk a polarizációs ellipszist jellemző ψ és χ paramétereket. Színdiszperziót is ki tudtunk mutatni a plexi és a PP fedő esetén is. Mindkét esetben meghatároztuk az optikai tengely helyzetét a laborrendszerhez viszonyítva és kimutattuk, hogy ez a próbával együtt forog. Mivel a $\frac{\lambda}{2}$ lemez feltevése 6 fokos pontossággal visszadta a kapott eredményeinket, azt a következtetést vontuk le, hogy a plexilap közel úgy viselkedik mint egy $\frac{\lambda}{2}$ lemez, egyetlen eltérést csak az képezi hogy a kijövő fénynyaláb csak közel és nem tökéletesen lineárisan polarizált. A $\Delta\varphi$ optikai útkülönbséget ki tudjuk mutatni, és a Plexi lap estén megbízhatóan tudjuk mérni (kevesebb mint 10 fok hiba). A PP esetén kimutattuk, hogy vörös lézerre egyes pontokban a $\Delta\varphi$ 360 és emiatt látszólag nem mutat anizotrópiát és a zöld lézer esetén lemértük az optikai útkülönbséget közel 20 fokos pontossággal. Meghatároztuk mi okozta a PP

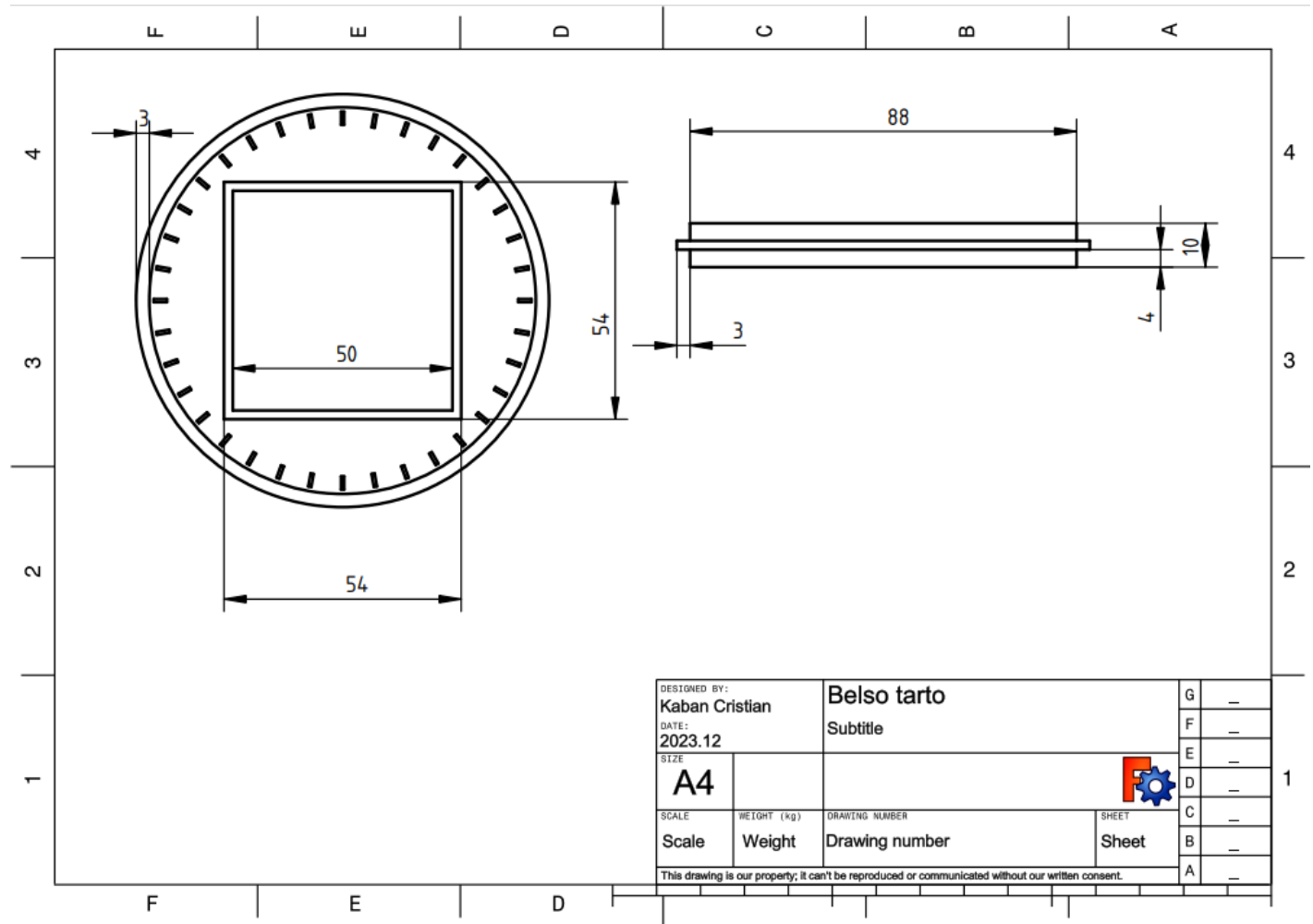
minta esetén az eredményeink pontosságának a csökkenését és azt gondoljuk a polarizátor forgatása a minta forgatása helyet kiküszöbölheti e fellépő hibákat.

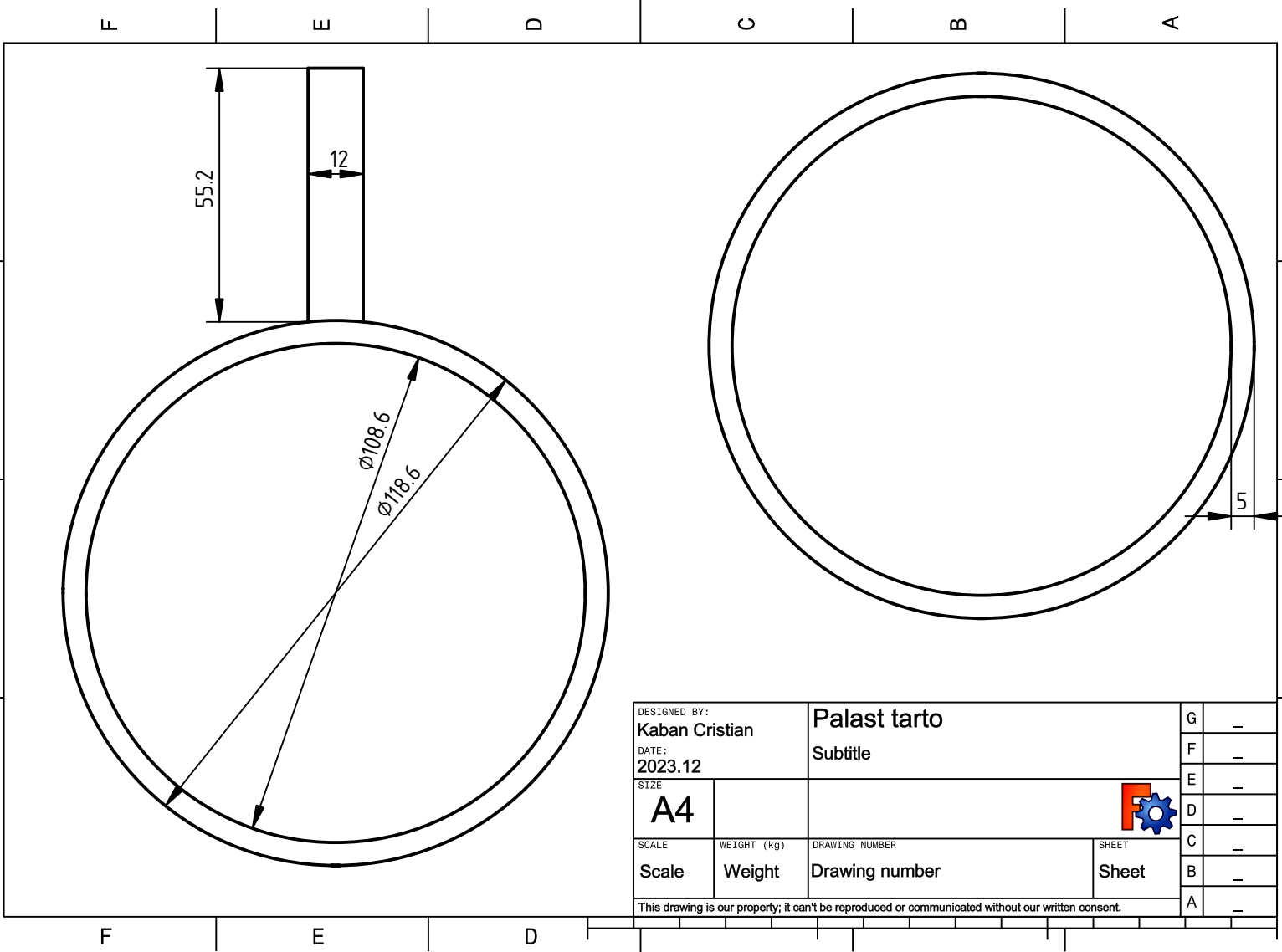
7 Források


- A. Nussbaum, R. A. Phillips, Modern optika, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1982
- M. Born, E. Wolf, Principles of Optics, Pergamon press, Oxford, UK, 1986.
- Christophe Peucheret, Elements of Electromagnetic Theory, Anisotropic Media, and Light Modulation by the Linear Electro-Optic Effect, 2010

A Appendix

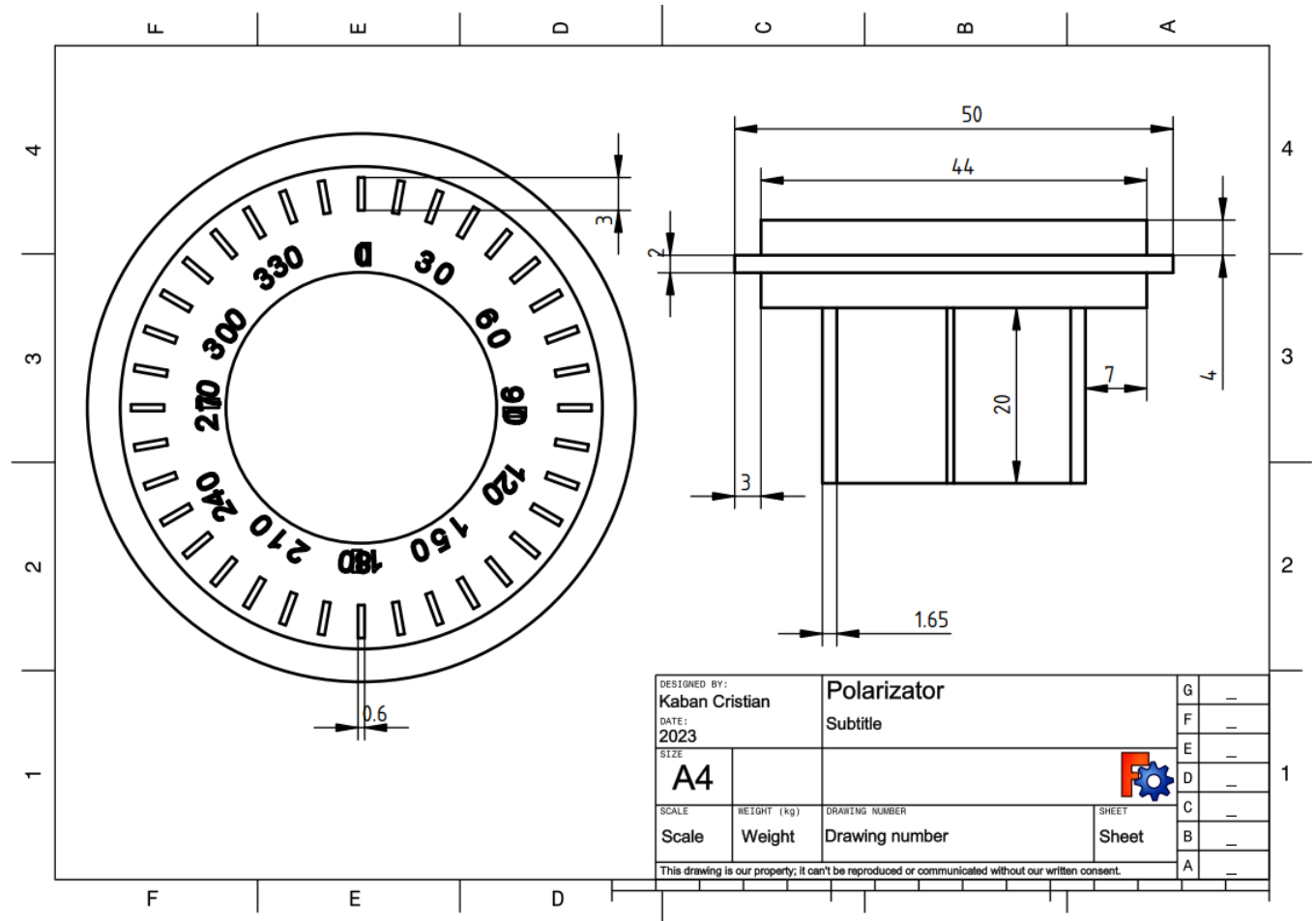
A.1 A mintát tartó forgóplatform

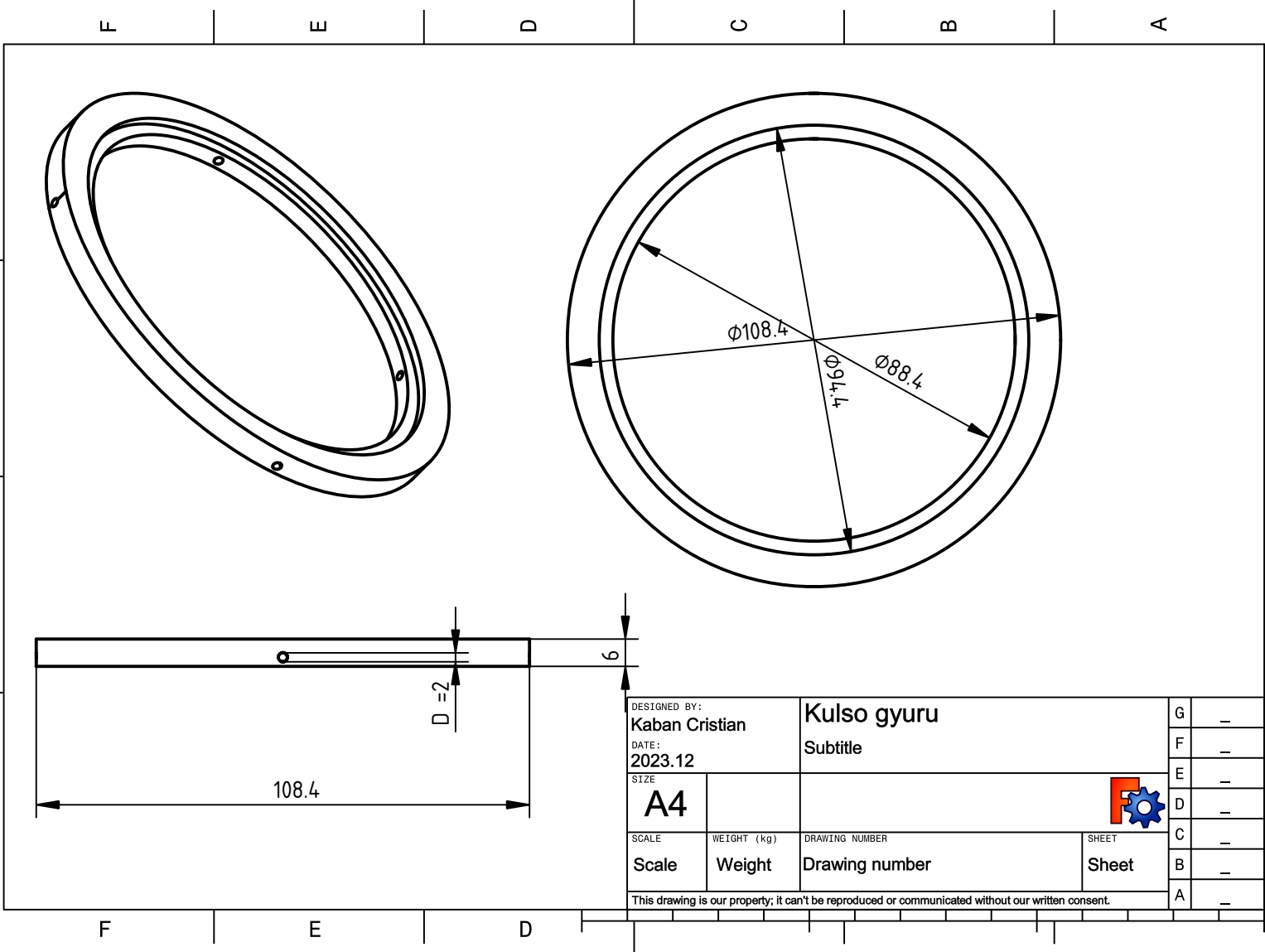


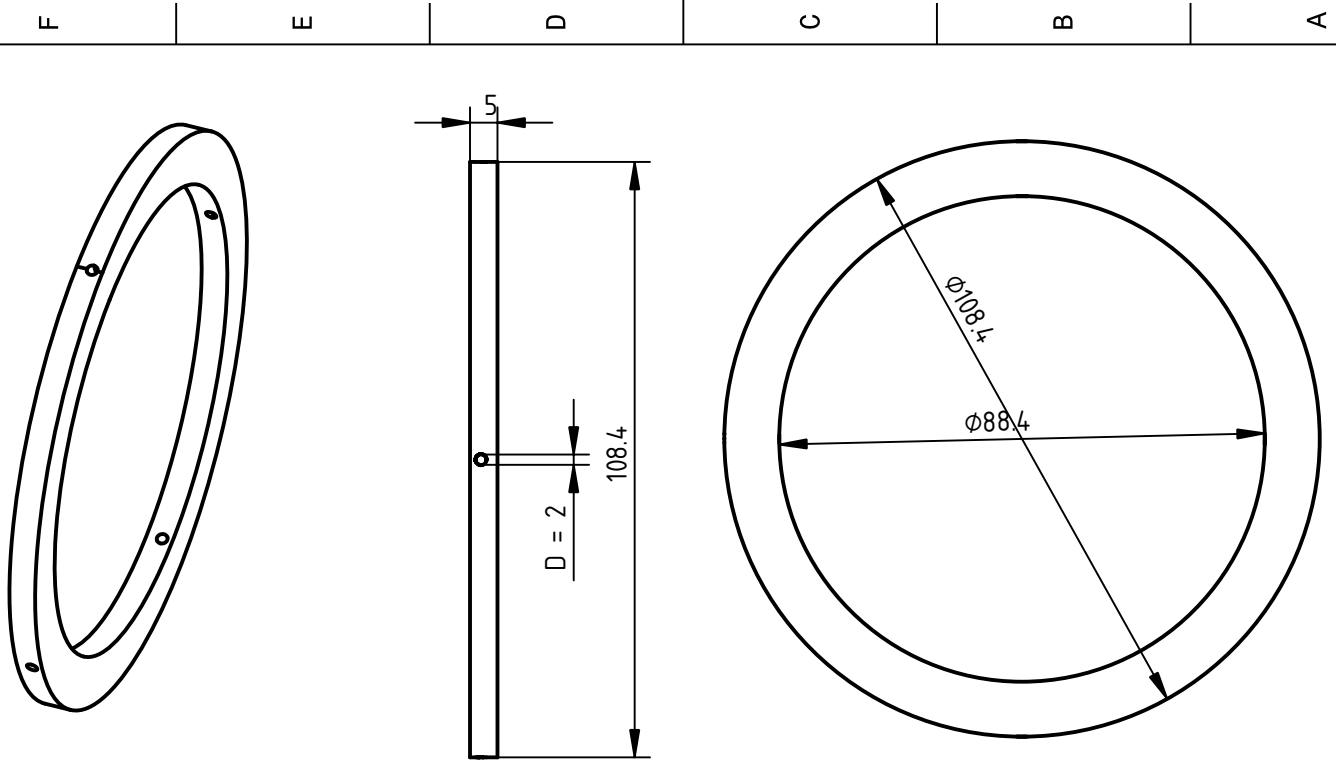


DESIGNED BY: Kaban Cristian		Palast tarto		G	-
DATE: 2023.12		Subtitle		F	-
SIZE A4				E	-
SCALE Scale	WEIGHT (kg) Weight	DRAWING NUMBER Drawing number		SHEET Sheet	D
This drawing is our property; it can't be reproduced or communicated without our written consent.				C	-
				B	-
				A	-

A.2 A polarizatorok







DESIGNED BY: Kaban Cristian		Kulso gyuru2		G	-
DATE: 2023.12		Subtitle		F	-
SIZE A4				E	-
SCALE	WEIGHT (kg)	DRAWING NUMBER	SHEET	D	-
Scale	Weight	Drawing number	Sheet	C	-
This drawing is our property; it can't be reproduced or communicated without our written consent.				B	-
				A	-