

UNIVERSITATEA BABEȘ-BOLYAI CLUJ-NAPOCA
FACULTATEA DE FIZICĂ
SPECIALIZAREA FIZICĂ MEDICALĂ

LUCRARE DE LICENȚĂ
STUDIUL DEZINTEGRĂRII BINARE A ^{252}Cf BAZAT PE LANȚURI MARKOV

Coordonator științific
Lector dr. Horia Pașca

ABSOLVENT
Evelyn Schuller

2024

Abstract

Fisiunea este un proces nuclear studiat de mai bine de un deceniu, însă rămâne încă însoțit de numeroase provocări. Din perspectiva dezintegrării binare, acest proces poate fi tratat folosind modelul statistic al punctului de sciziune, care abordează nucleele rezultante sub forma sistemului dinuclear. Acest model descrie cu precizie distribuția de masă, distribuția de sarcină, energia cinetică totală și emisia de neutroni, adică cele patru variabile semnificative. Cu toate acestea, problema critică a acestui model static constă în dezintegrarea sistemului în stările caracterizate de deformări foarte mari.

O soluție pentru această problemă majoră este oferită de modelul statistic bazat pe lanțuri Markov finite. Lucrarea va aborda această soluție și va analiza diferențele dintre cele două modele statistice menționate. În acest sens, primul capitol, "Modelul nuclear", va descrie detaliat sistemul dinuclear și pașii utilizați în tratarea variabilelor modelului.

Capitolul 2 se va concentra pe două părți: analiza modelului DNS și a modelului Markov. Bazându-se pe modurile specifice de asamblare a probabilităților furnizate de fiecare model, vor fi determinate distribuțiile de masă și de sarcină ale nucleului ^{252}Cf .

Ultimul capitol va sublinia diferențele majore dintre modele, evidențiind, în plus, aplicațiile clare ale modelului Markov. Problema inițială pare a fi fost soluționată cu succes, bazându-se pe comparația distribuțiilor de masă și de sarcină.

Cuprins

Introducere	4
Capitolul 1. Modelul nuclear.....	5
1.1 Abordarea teoretică a procesului de fisiune spontană	5
1.2 Sistemul dinuclear de nuclee. Geometria sistemului	6
1.3 Energia potențială a sistemului	8
1.3.1 Potențialul de interacție	8
1.3.2. Driving potential.....	13
1.3.3 Energia de suprafață	15
1.3.4 Energia Coulomb și energia de simetrie.....	17
1.3.5 Corecțiile de pături	17
1.5 Suprafețele de energie potențială (SEP).....	20
1.6 Energiile de excitare.....	20
Capitolul 2. Modele statistice	24
2.1 Modelul DNS	24
2.2 Procesul stocastic al fisiunii pe baza lanțului Markov	26
Capitolul 3. Diferențe între cele două modele statistice.....	30
3.1 Abordarea Markov în cazul evoluției sistemului în deformări și în masă.....	30
3.2 Rezultate și discuții	35
3.3 Concluzii finale	37
Bibliografie	38

Introducere

Tratarea teoretică a fisiunii spontane este importantă nu doar pentru scopuri experimentale, ci și pentru înțelegerea procesului de fisiune în sine. Fisiunea spontană este declanșată în nucleele grele datorită numărului mare de nucleoni, fapt care îndepărtează aceste nuclee de linia de stabilitate.

Orice nucleu în starea fundamentală este caracterizat de vibrații de suprafață și de un eventual moment cinetic care redă rotația acestuia. Cum momentul cinetic inițial este nul în cazul fisiunii spontane, vibrația nucleelor grele joacă rolul principal în declanșarea fisiunii. Această energie deținută este folosită pentru a tunela prin potențialul sistemului care urmează a fi format. Acest potențial este tratat în lucrarea de față sub numele de driving potential, fiind diferența dintre energia potențială a sistemului bazat pe modelul dinuclear și energia nucleului inițial.

Modelul dinuclear este un model static care implică configurația temporară a două nuclee a căror poli sunt despărțiți de o distanță foarte mică. Aceste nuclee interacționează prin forțe electrostatice și nucleare, care influențează în mod opus deformările fragmentelor. Parametrii cei mai importanți în descrierea sistemului sunt numerele de masă, numerele atomice, parametrii de deformare și distanța dintre ele.

Energia potențială a sistemului este dată de suma dintre energiile fiecărui fragment, compuse din energia coulomb, de suprafață, de simetrie și de corecția de pături, și potențialul de interacție dintre cele două nuclee. Potențialul de interacție la rândul lui este exprimat prin suma dintre potențialul coulomb și cel nuclear.

Odată cu determinarea energiei potențiale se poate afla energia de excitare a sistemului, variabilă esențială în determinarea parametrilor de deformare. Pentru aflarea deformărilor se întocmește o suprafață de energie potențială (SEP), indicând evoluția energiei sistemului în deformări, din care este identificat minimumul de energie, așadar parametrii de deformare optimi cu care fiecare configurație operează.

Pe baza modelului statistic DNS, se pot calcula cu ușurință distribuțiile de sarcină și de masă ale fisiunii spontane unui nucleu dat. Această lucrare impresionează ^{252}Cf sub rolul de nucleul compus.

Cu toate acestea, este important de menționat insuficiențele acestui model, cum ar fi: în SEP-uri se observă puncte de minim la deformări foarte mari, în cazul configurațiilor simetrice bariera de cvasifisiune este ne semnificativă, iar dacă vorbim de actinide este necesară impunerea unei limitări în deformări, care este aleasă oarecum arbitrar.

Un proces Markov este tratat, în schimb, ca pe un proces statistic semi-dinamic, care urmărește soluționarea problemei deformărilor mari într-un sistem DNS prin reprezentarea stărilor posibile ale unei configurații într-o matrice Markov.

Așadar, lucrarea de față dorește a evidenția diferențele dintre rezultatele celor două metode statistice, în cazul distribuțiilor de sarcină și de masă a ^{252}Cf .

Capitolul 1. Modelul nuclear

1.1 Abordarea teoretică a procesului de fisiune spontană

Analiza experimentală a reacțiilor de fisiune s-a dovedit a fi complexă și dificilă, astfel că s-a recurs la explicarea acestora folosind diverse modele teoretice. În prima parte a lucrării reacția va fi tratată cu ajutorul modelului sistemului dinuclear (DNS).

Acesta presupune următoarea ipoteză: un sistem dinuclear temporar stabil, a cărui componente sunt două nuclee rezultante, este format după disiparea totală a energiei cinetice de coliziune a proiectilului. În comparație cu modelul „punctului de sa” (saddle point), modelul DNS este un model static ce se concentrează asupra punctului de sciziune [1].

Spre deosebire de reacțiile induse, cum ar fi excitarea electromagnetică sau bombardarea nucleului țintă, când vine vorba de fisiunea spontană energia de excitare a nucleului inițial este nulă. De asemenea, momentul cinetic inițial este nul. Astfel, abordarea fisiunii din punct de vedere teoretic este satisfăcută într-un mod mai simplu.

Pe parcursul lucrării, ne vom referi la nucleul greu (indicele H) ca fiind nucleul cu număr atomic superior, iar la nucleul ușor (indicele L) în mod contrar.

1.2 Sistemul dinuclear de nucleee. Geometria sistemului

În anul 1937, Niels Bohr a propus ideea că dezintegrarea unui sistem nuclear de nucleu compus la echilibru poate fi tratată în mod independent de procesul său de formare. Această teorie (principiul de independență) a plecat de la reacțiile în care un proiectil țintește un nucleu, formând o stare intermediară - nucleu compus, deținând o energie distribuită uniform tuturor gradelor de libertate (echilibru termodinamic) și un timp de viață foarte scurt. Însă în lucrarea de față, modul de formare este asociat fisiunii spontane a nucleului.

Această teorie, pe lângă principiul de separabilitate care simplifică studiul sistemelor fizice prin presupunerea că diferitele părți ale unui sistem pot fi tratate independent una de cealaltă, are aplicații importante în descrierea probabilităților de formare a unor configurații în reacțiile de energii joase (fisiune), dar și în înțelegerea secțiunilor eficace de reacție și a structurii nucleare după modul de formare și dezintegrare [2].

Astfel, sistemul dinuclear se referă la configurația dintre două nucleee aflate în contact la o distanță foarte scurtă. Acest tip de sistem contribuie atât la analiza reacțiilor de fisiune nucleară cât și în descrierea fuziunii a două nucleee grele, respectiv abordarea unui sistem de nucleee ușoare [3].

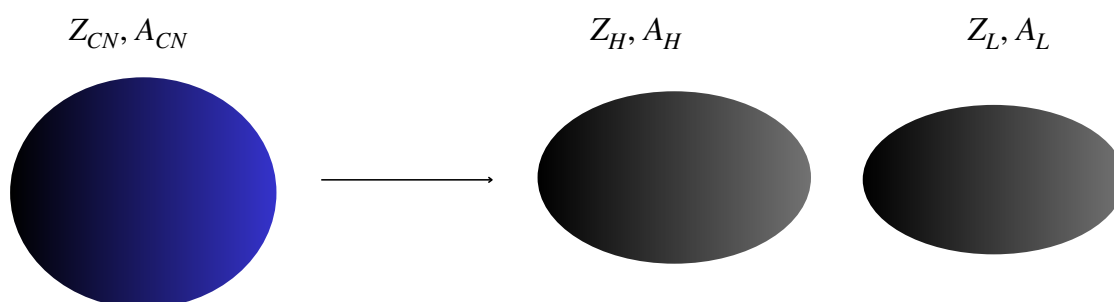


Fig.1 Schematizare a modelului DNS, în urma căreia nucleul compus (C.N.) este fisionat în două nucleee fiice

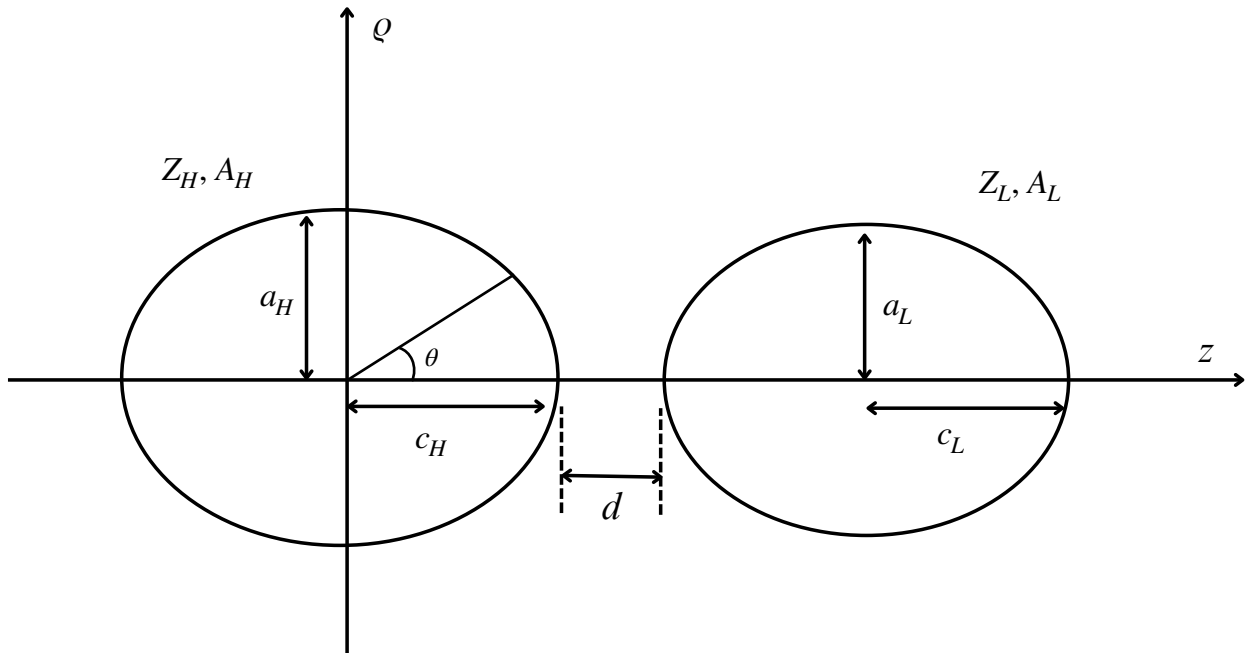


Fig.2 Reprezentare schematică a sistemului de coordonate utilizat

O caracteristică importantă în definierea unui sistem dinuclear constă în sublinierea gradelor de libertate colective. În acest sens, ne referim la distanța d dintre polii nucleelor și proprietățile nucleare cantitative A , Z și N .

În cele ce urmează mai departe, vom aborda nucleele formate ca fiind niște elipsoizi deformați (Fig.2), caracterizați printr-o semiaxă majoră c_i și semiaxă minoră a_i , unde $i = \{L, H\}$ denotă indicele referitor la nucleul greu sau ușor. Datorită minimizării energiei sistemului, configurația rezultantă o să fie caracterizată de un singur unghi - cel polar care va avea valoarea $\theta = 0$, cel azimutal fiind ignorat datorită simetriei axiale a sistemului. Așadar, sistemul de coordonate considerat o să se refere la coordonatele ortogonale z (aflată în plan radial) și ρ , înglobând semiaxa principală, respectiv cea secundară. Axa comună dintre cele două elipsoide este dată de axa Oz , care trece prin centrul de masă al fiecărui nucleu.

Fiecare nucleu este etichetat cu un anumit număr de masă A_i , număr atomic Z_i și un parametru de deformare β_i . Distanța dintre polii elipsoidelor este desemnată cu d . Parametrul de deformare este ales în conformitate cu geometria aleasă, definit ca

raportul semiaxelor $\beta_i = \frac{c_i}{a_i}$. Considerând conservarea volumului, semiaxele sunt exprimate în felul următor:

$$\begin{aligned} c_i &= r_0 A_i^{1/3} \beta_i^{2/3} \\ a_i &= r_0 A_i^{1/3} \beta_i^{-1/3} \end{aligned} \quad (1)$$

1.3 Energia potențială a sistemului

Energia sistemului pe baza modelului dinuclear se poate evalua ca și energia potențială a fiecărui fragment din modelul picăturii de lichid (LDM) U_i^{LDM} , energia microscopică datorată efectelor de pături δU_i^{shell} și interacțiunea coulombiană și nucleară dintre extremitățile (polii) fragmentelor. Astfel, se ajunge la relația:

$$\begin{aligned} U_{DNS}(\{A_i, Z_i, E_i^*\}, R) &= \sum_{i=L,H} \{U_i^{LDM}(A_i, Z_i, \beta_i, R) + \delta U_i^{shell}(A_i, Z_i, E_i^*, R)\} + \\ &+ V_{int}(\{A_i, Z_i, \beta_i\}, R) \end{aligned} \quad (2),$$

unde $U^{LDM} = U^S + U^C + U^{sym}$ (3), iar U^S denotă energia de suprafață, U^C este energia coulomb și, nu în ultimul rând, U^{sym} reprezintă energia de simetrie a nucleului respectiv.

1.3.1 Potențialul de interacție

Din considerațiile precedente ale DNS, putem caracteriza interacțiunea dintre nucleonii de suprafață a celor două fragmente rezultante ca fiind de două tipuri. Primul se referă la interacțiunea de tip coulombian, de lungă acțiune, luând naștere din respingerea electrostatică a protonilor. Pe lângă aceasta, trebuie considerat și potențialul nuclear dintre nucleoni. Forța nucleară ce leagă nucleonii prezintă

următoarele caracteristici: este o forță de scurtă acțiune, puternic atractivă și dependentă de densitatea nucleară.

Astfel, forța nucleară acționează atractiv asupra suprafețelor polilor, iar forța coulombiană de-a lungul întregului volum al nucleelor, determinând respingerea lor. Aceste caracteristici sunt exprimate prin potențialul de interacție al sistemului, referindu-se la suma dintre potențialul electrostatic și cel nuclear.

$$V_{int}(\{A_i, Z_i, \beta_i\}, R) = V^C(\{A_i, Z_i, \beta_i\}, R) + V^N(\{A_i, Z_i, \beta_i\}, R) \quad (4)$$

Potențialul nuclear este tratat prin formalismul funcționalei de densitate de dublă convoluție. Interacțiunea nucleu-nucleu

$$V_N = \int \rho_H(\mathbf{r}_H) \rho_L(\mathbf{R} - \mathbf{r}_L) F(\mathbf{r}_H - \mathbf{r}_L) d\mathbf{r}_H d\mathbf{r}_L \quad (5)$$

este descrisă fenomenologic de forțele nucleonice de tip Skyrme [4]:

$$F(\mathbf{r}_H - \mathbf{r}_L) = C_0 \left[F_{in} \frac{\rho(\mathbf{r}_H)}{\rho_0} + F_{ex} \left(1 - \frac{\rho(\mathbf{r}_H)}{\rho_0} \right) \right] \delta(\mathbf{r}_H - \mathbf{r}_L) \quad (6)$$

unde

$$F_{in,ex} = \xi_{in,ex} + \xi'_{in,ex} \frac{A_L - 2Z_L}{A_L} \frac{A_H - 2Z_H}{A_H} \quad (7)$$

$$\text{și } \rho(\mathbf{r}_H) = \rho_H(\mathbf{r}_H) + \rho_L(\mathbf{R} - \mathbf{r}_L). \quad (8)$$

Constantele $\xi_{in} = 0.09$, $\xi_{ex} = -2.59$, $\xi'_{in} = 0.42$, $\xi'_{ex} = 0.54$ și $C_0 = 300 \text{ MeV fm}^3$ sunt preluate din Ref. [4]. Distribuția de densitatea nucleonică are forma unei funcții Fermi [5]

$$\rho(\mathbf{r}, \theta) = \frac{\rho_0}{1 + e^{\frac{\mathbf{r} - \mathbf{R}(\theta)}{a}}} \quad (9)$$

unde \mathbf{r} reprezintă vectorul de poziție a punctului considerat față de centrul sistemului de coordonate, $\mathbf{R}(\theta)$ denotă raza nucleului considerată sub un unghi θ față de axa de simetrie a nucleului deformat, ρ_0 este densitatea nucleonică de saturație, iar a este

parametrul de difuzivitate. În cazul nucleelor sferice $R = r_0 A^{1/3}$, cu r_0 fiind raza unui nucleon.

În lucrarea de față, s-au adoptat următoarele valori: $\rho_0 = 0.17 \text{ fm}^{-3}$, $r_0 = 1.15 \text{ fm}$, cu câteva excepții în cazul nucleelor ușoare unde $r_0 = 1.1 \text{ fm}$ pentru $A < 8.5$ și $r_0 = 1 \text{ fm}$ pentru $A < 4.5$.

Cât despre parametrul de difuzivitate, fiind foarte sensibil la deformări, s-a implementat forma următoare pentru rezultate cât mai satisfăcătoare [6]:

$$a = 0.545 + \frac{0.06}{1 + e^{[2.62 - (\beta_L + \beta_H)]/0.2606}}. \quad (10)$$

Potențialul coulombian este de asemenea puternic dependent de deformări, fiind aproximat ca fiind energia a doi sferoizi încărcăți electric [7]:

$$E_{Coul,int} = e^2 \frac{Z_L Z_H}{l} [s(e_L, \theta) + s(e_H, \theta) - 1 + S(e_L, e_H, \theta)] \quad (11)$$

unde e_i reprezintă excentricitatea fragmentului i (unde $i = L, H$), fiind descrisă ca:

$$e_i^2 = \begin{cases} \frac{c_i^2 - a_i^2}{l^2}, & \text{prolat} \\ \frac{a_i^2 - c_i^2}{l^2}, & \text{oblat} \end{cases} \quad (12)$$

iar

$$s(e_i, \theta) = 3 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{P_{2n}(\cos \theta)}{(2n+1)(2n+3)} e_i^{2n} \quad (13, 14)$$

$$S(e_L, e_H, \theta) = 9 \sum_{j,k=1}^{\infty} \frac{(2j+2k)! P_{2j+2k}(\cos \theta)}{(2j+1)(2j+3)(2k+1)(2k+3)(2j)!(2k)!} e_L^{2j} e_H^{2k}$$

reprezintă contribuțiile la energia electrostatică totală a fiecărui fragment deformat în parte, respectiv a produselor ambelor nuclee. Considerând elipsoidele colinare ($\theta = 0$) regăsim un caz simplificat în care polinoamele Legendre $P_l(\cos \theta) = 1$.

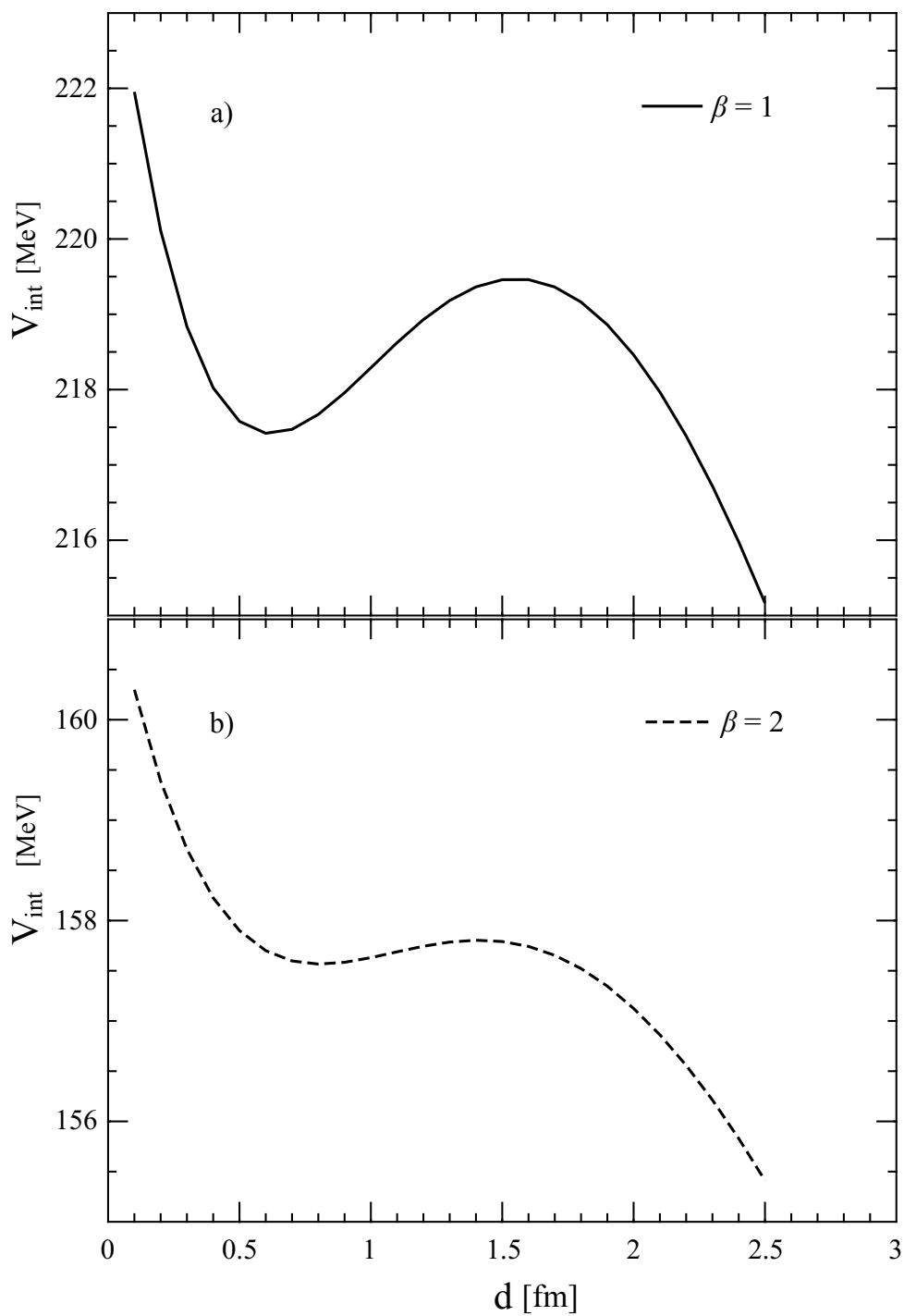


Fig.3 Potențialul de interacțiune a celor două fragmente ca funcție de distanța dintre suprafețelor nucleelor de ${}_{46}^{118}\text{Pd}$ cu parametri de deformare $\beta_L = \beta_H = 1$ (a)), respectiv $\beta_L = \beta_H = 2$ (b)).

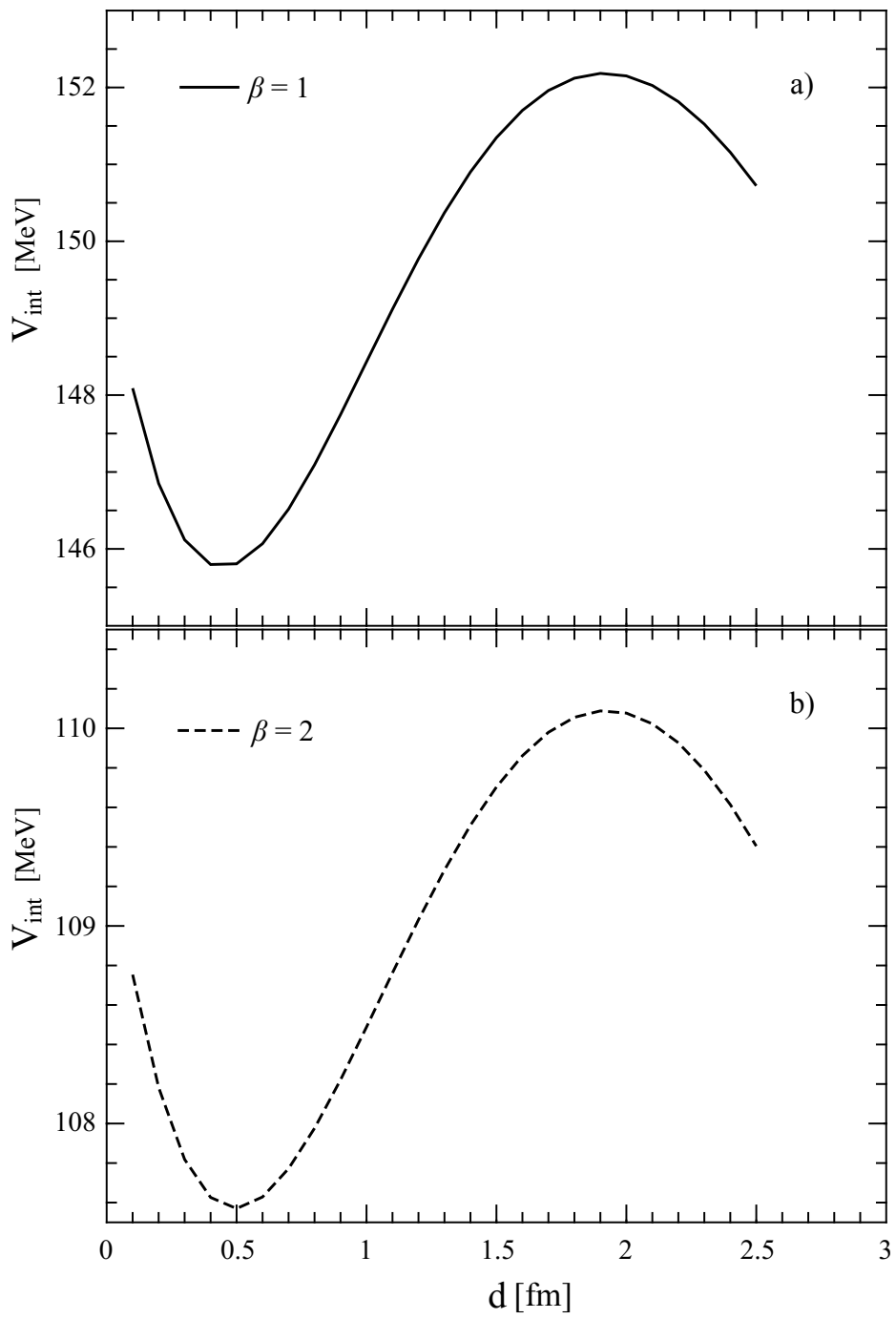


Fig.4 Asemenea Fig. 1, doar pentru cazul sistemului $^{48}_{20}\text{Ca} + ^{188}_{72}\text{Hf}$

Putem analiza comportamentul potențialului de interacțiune pe baza expresiilor menționate. În Fig.3 am dorit să evidențiez dependența potențialului de interacțiune de distanța d în cazul fragmentării simetrice a nucleului ^{236}U . Se observă o mică deplasare a minimumului spre distanțe d mai mari, și a maximumului spre distanțe mai mici. Diferența dintre aceste două puncte cruciale mai are denumirea de barieră de cvasi-fisiune, care previne evoluția sistemului în această coordonată. Bariera de cvasi-fisiune în acest caz scade odată cu creșterea deformărilor.

În figura alăturată (Fig.4) observăm fragmentarea asimetrică a nucleului ^{236}U . Are loc de asemenea deplasarea punctelor de extrem (în acest exemplu punctul de maxim este deranjat în mod nesemnificativ). Bariera de cvasi-fisiune scade de la 6.5 MeV la 2.4 MeV odată cu deformarea nucleelor menționate.

Așadar, pe baza dependențelor din Fig.3 și Fig.4, se argumentează ca prim fapt că potențialul de interacțiune depinde puternic de deformări, așa cum de altfel am presupus în considerațiile teoretice. Pe de altă parte, din asimilarea graficelor celor tipuri de fragmentări, extragem o distanță minimă $R_{min} = 0.5 \pm 0.15 \text{ fm}$ respectiv o distanță maximă $R_{max} = 1.5 - 2 \text{ fm}$ între care fragmentele interacționează. În plus, bariera de cvasi-fisiune variază cu asimetria și deformările sistemului - are valori mai mici pentru simetrii înalte și deformări mari, respectiv lărgime mai mare pentru sisteme asimetrice și cu deformări mici. De asemenea, aceasta permite sistemului un timp suficient de mare pentru atingerea echilibrului statistic.

1.3.2. Driving potential

În calculele ce urmează se stabilește variabila de poziție ca fiind $R = 0.5 \text{ fm}$, considerând punctul minim ca fiind de interes. Energia totală a sistemului (*driving potential*, fiind diferența dintre $U_{DNS}(\{A_i, Z_i, E_i^*\}, R)$ din (2) și energia nucleului inițial) o putem scrie ca suma dintre energiile de repaus ale fragmentelor și energia de interacție, unde $Q = \left(\sum M_f - \sum M_i \right) c^2$:

$$U = -Q + V_{int} \quad (15)$$

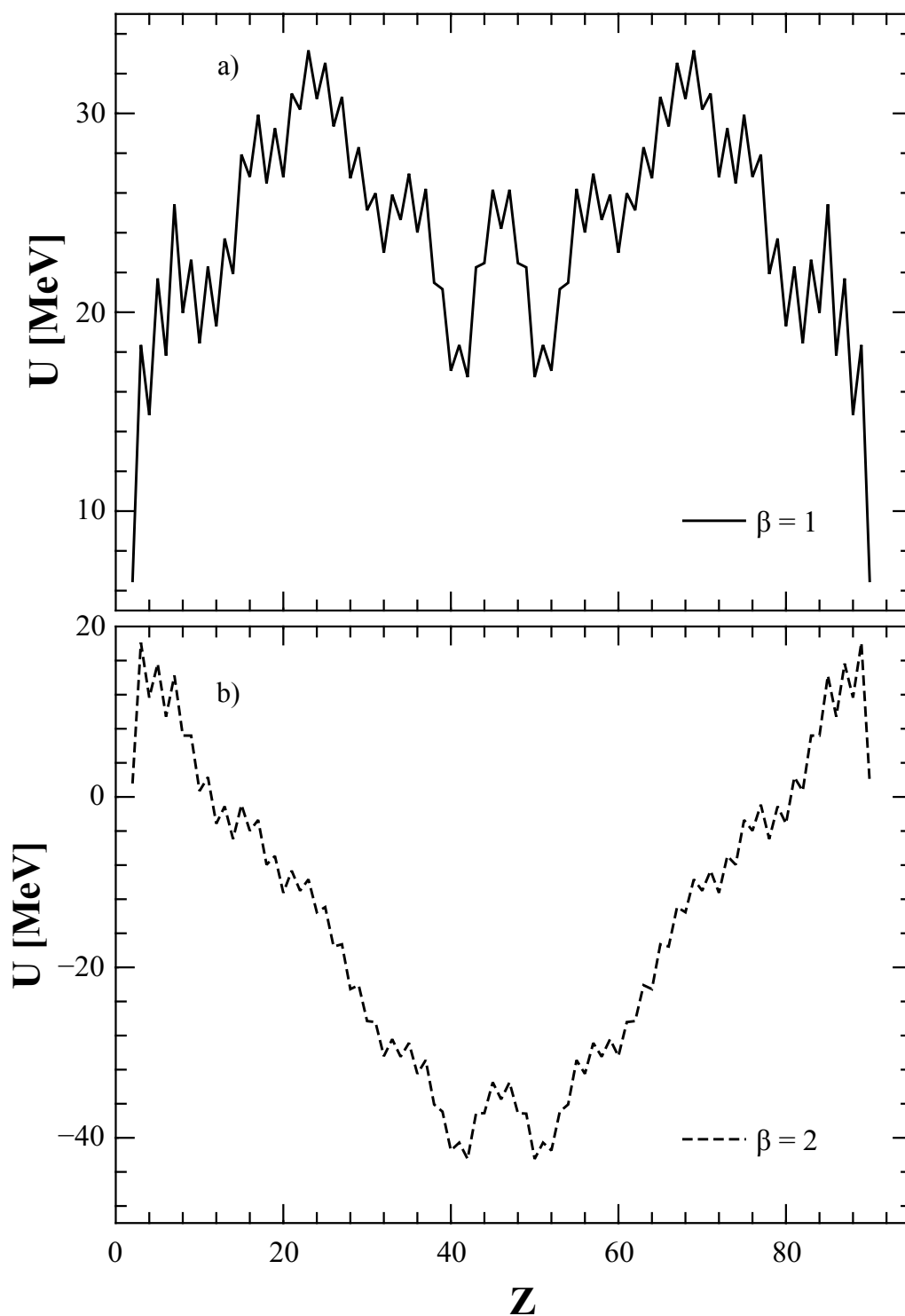


Fig.5 Dependența potențialului sistemului dinuclear de numărul atomic Z potrivit fisiunii spontane al nucleului ^{236}U . În a) potențialul a fost calculat pentru configurații de nuclee de deformări egale $\beta_L = \beta_H = 1$, iar în b) pentru $\beta_L = \beta_H = 2$. Energia a fost raportată la energia de referință, adică a nucleului inițial.

Cunoscând expresia căldurii de reacție $Q = \sum B_f - \sum B_i$, obținem din relația precedentă expresia finală a potențialului sistemului ca funcție de distanța R .

$$U(\{Z_i, A_i, \beta_i\}, R) = \sum_{i=L,H} B_i - B_{CN} + V_{int}(\{A_i, Z_i, \beta_i\}, R) \quad (16)$$

unde B_i reprezintă energia de legătură a unui nucleu dat din modelul picăturii de lichid.

Amprenta efectului par-impair este remarcată în Fig.5 prin prezența discontinuităților potențialului. Este bine cunoscut că nucleele par-pare, respectiv par-impair au energia de legătură mai mare decât cele impar-impair, fapt reflectat din formula semi-empirică a maselor, ceea ce le face mai instabile. Problema este direct legată de structura în pături a nucleelor impar-impair. Putem aprecia de asemenea și probabilitatea ridicată a apariției particulei alfa (nucleul ${}^4_2\text{He}$), așadar a dezintegrării α , din energia minimă pe care o prezintă în timpul fisiunii. Cu cât sistemul evoluează în coordonata Z , fisiunea nucleului compus întâmpină mai multe bariere de potențial prin care poate tunela, respectiv escalada în cazul în care nucleul inițial primește o energie de excitare suficientă. Din această analiză energetică simplă, se poate deduce că dezintegrarea alfa are probabilitatea cea mai mare de apariție, deoarece prezintă un minim energetic, ceea ce explică faptul că ${}^{236}\text{U}$ este un emițător alfa. Mai mult, fragmentările în care Z_L variază între 20 și 72 sunt permise din punct de vedere energetic, deși tranziția de la un mononucleu la un sistem binar este însoțită de o escaladare sau tunelare prin bariera prezentă în coordonata de sarcină/masă.

1.3.3 Energia de suprafață

Din modelul picăturii de lichid, energia de suprafață este proporțională cu suprafața nucleară:

$$U^S = \sigma_i S_i \quad (17)$$

unde S_i denotă aria suprafeței nucleului i , iar σ_i coeficientul de tensiune superficială.

Deoarece nucleeele sunt puternic deformate, având mai degrabă o formă elipsoidală, introducem în acest model un parametru care indică gradul de deformare a nucleului format față de forma sa sferică. Astfel, desemnăm acest parametru dimensional B_s ca fiind raportul dintre aria unui sferoid și a unui sferă de același volum:

$$B_s = \frac{S_i}{S_i^0} \quad (18)$$

Considerând nucleeele axial simetrice, relația de mai sus se rescrie ca:

$$B_s = \frac{1}{2}\eta^{2/3} \left(1 + \frac{\arcsin(\epsilon)}{\eta\epsilon} \right) \quad (19)$$

pentru care $\eta = \frac{a}{c}$ este inversul parametrului de deformare β , iar $\epsilon = (1 - \eta^2)^{\frac{1}{2}}$ este excentricitatea [8].

Următorul pas în determinarea energiei de suprafață este aflarea parametrului de tensiune superficială. Pentru valori constante ale lui σ se observă apariția mai multor minime secundare care sunt nerealiste cu contribuții semnificative în tratarea altor variabile cum ar fi energia total cinetică. Pentru rezolvarea acestei probleme, s-a ajuns la o formă eficientă dependentă de deformare [9]:

$$\sigma_i(\beta_i) = \sigma_{0,i}(1 + k_i(\beta_i - \beta_i^{g.s.})^2) \quad (20)$$

cu

$$\sigma_{0,i} = 0.9517[1 - 1.7826((N_i - Z_i)/A_i)^2] \quad (21)$$

pentru care $\beta_i^{g.s.}$ prezintă parametrul de deformare în starea fundamentală, găsite în Ref. [10]. Totodată, coeficientul tensiunii superficiale este luat în considerare ca [11]:

$$k_i = \frac{0.06}{1 + \exp[-0.063(C_{vib}(Z_i, N_i) - 67)]}, \quad (22)$$

unde C_{vib} [MeV] este rigiditatea nucleului cu dependență de structura vibrațională/ rotațională a nucleului [11]:

$$C_{vib}(Z_i, N_i) = \frac{\hbar\omega_{vib}^i(3Z_i e R_{0,i}^2 / (4\pi))^2}{2B(E2)_{vib}^i} \quad (23)$$

pentru care $R_{0i} = 1.2249A_i^{1/3}$ fm și $B(E2)_{vib}^i$ este intensitatea tranziției momentului de cuadrupol electric redus din starea fundamentală pe nivelul 2^+ (în unități de e^2b^2). Autorul propune o categorizare a acestei mărimi, pornind de la ideea că nivelul 2^+ nu se găsește în stare vibrațională în toate nucleele. Așadar, presupunem că stările 2^+ din Ref. [9] sunt vibraționale dacă $B(E2)^i < 0.55 e^2b^2$, iar în caz contrar stările 2^+ sunt considerate rotaționale. Pe ramura rotațională, energia de vibrație este scrisă sub forma $\hbar\omega_{vib} = E_{2+}^i B(E2)^i / 0.55$, E_{2+}^i fiind energia primei stări 2^+ . [11]

1.3.4 Energia Coulomb și energia de simetrie

O sferă de rază $R_{0,i}$ uniform încărcată electric este descrisă de energia sa Coulomb:

$$U^C = \frac{3}{5} \frac{e^2 Z_i^2}{4\pi\epsilon_0 r_0 A_i^{1/3}} \quad (24)$$

Asemenea energiei de suprafață, se adaugă o corecție la energia unei sfere, printr-un parametru adimensional B_C de forma [12]:

$$B_C = \frac{\beta^{1/3}}{\sqrt{\beta^2 - 1}} \ln(\beta + \sqrt{\beta^2 - 1}) \quad (25)$$

Energia de simetrie are o formă mai compactă, identică modelului picăturii de lichid [12]:

$$U^{sym} = 27.612 \frac{(A_i - 2Z_i)^2}{A_i} \quad (26)$$

1.3.5 Corecțiile de pături

Abordarea urmată până acum a modelului picăturii de lichid afirmă că nucleonii sunt uniform distribuiți în nucleu. Acest model descrie doar variabilele macroscopice, nefiind luate în considerare și aspectele microscopice tratate cuantic. Aceste tipuri de modele macroscopice au ca țintă reducerea interacțiunilor nucleonice reziduale, cum ar fi interacțiuni cuadrupol-cadrupol și de împerechere. Însă, după descoperirea

modelului în pături în urma a mai multor observații și urmărirea importanței lui, este crucial de adăugat și efectul păturilor asupra unui nucleu. Efectul de pături este tratat în această lucrare pe baza metodei lui Strutinsky ca potențialul unui oscilator armonic cu două centre de masă, care sunt considerate deviații mici de la distribuția uniformă. Variațiile corecțiilor de pături sunt descrise ca diferența dintre energia calculată pe baza modelului în pături și cea pe baza unei funcții de distribuție de nivele de densitate continuă.

$$\delta U^{shell} = U - \tilde{U}. \quad (27)$$

Energia calculată din tratamentele cuantice se exprimă ca suma energiilor tuturor nucleonilor văzuți ca particule nelegate

$$U = \sum_{\nu} E_{\nu}, \quad (28)$$

,iar energia corespunzătoare distribuției uniforme a nucleonilor este descrisă ca:

$$\tilde{U} = 2 \int_{-\infty}^{\tilde{\lambda}} E \tilde{g}(E) dE, \quad (29)$$

unde $\tilde{g}(E)$ denotă funcția de distribuție uniformă, iar $\tilde{\lambda}$ potențialul chimic, calculat pe baza numărului total de nucleoni

$$N = \int_{-\infty}^{\tilde{\lambda}} \tilde{g}(E) dE. \quad (30)$$

Mărimile care sunt desemnate cu un tilda deasupra se referă la cantitățile corespondente distribuției uniforme.

Așadar, energia totală a sistemului poate fi scrisă ca suma dintre energia LDM, \tilde{W} , interacțiunile reziduale și corecțiile de pături:

$$W = \tilde{W} + \sum_{p,n} (\delta U + P) \quad (31)$$

unde suma este indexată peste toți neutronii și protonii. Toți termenii din relația (31) sunt dependenți de deformări. Printre interacțiunile reziduale considerabile se numără energia nucleară de împerechere, a cărei dependență este puternic legată de densitatea de stări. [13]

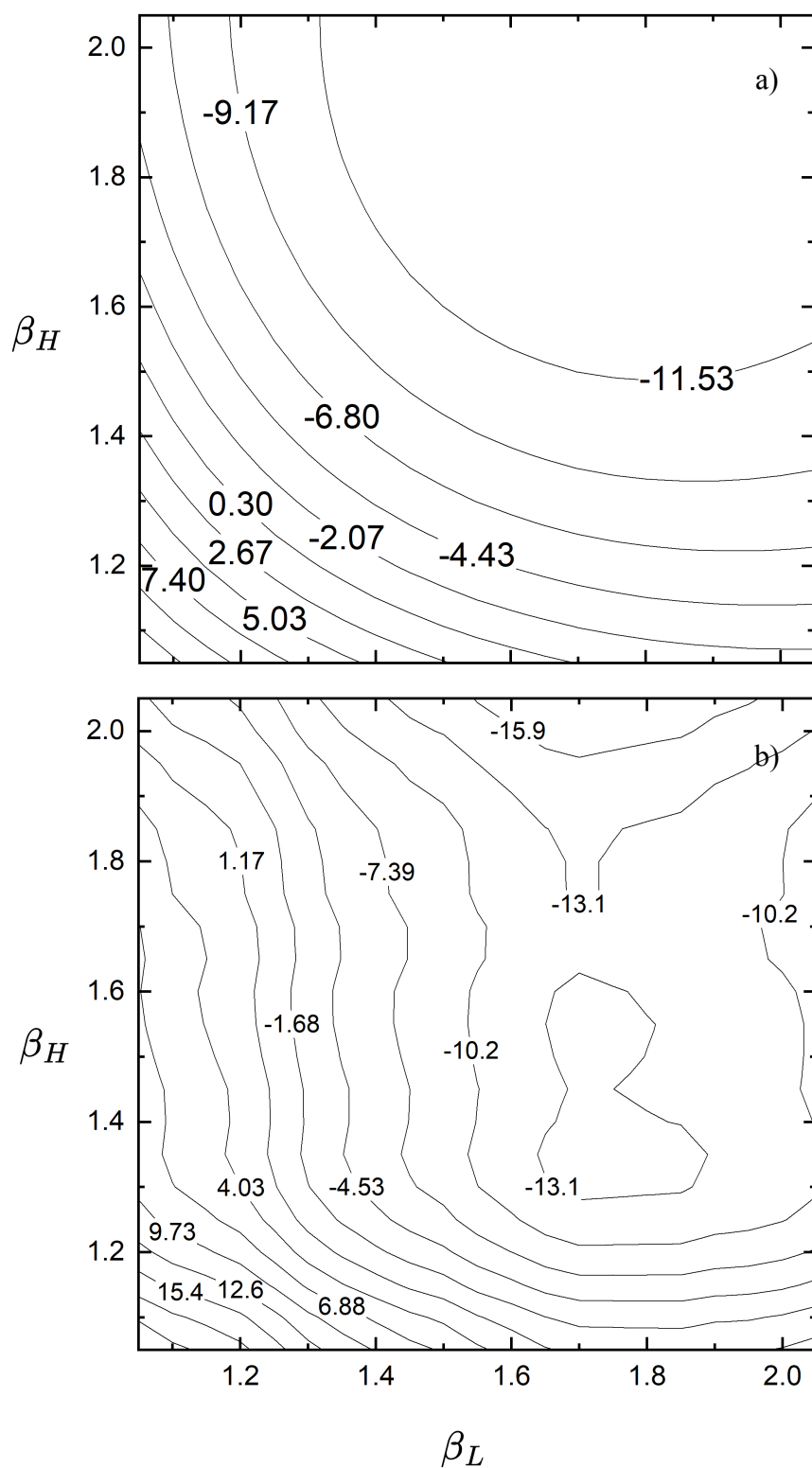


Fig.6 Suprafețele de energie potențială pentru configurația $^{106}_{42}Mb + ^{146}_{56}Ba$ în cazurile în care corecțiile de pături au fost ignorate (a)) și au fost luate în considerare (b)). Energia totală a fost raportată la energia nucleului inițial (^{252}Cf) în stare fundamentală.

În conformitate cu Strutinsky, funcția de distribuție uniformă este dependentă de distanța dintre nivelele energetice. Este de notat faptul că minimumul diferenței δU^{shell} , care este direct corelat cu minimumul densității de nivele energetice, are o deosebită importanță în determinarea deformărilor la echilibru și a stabilității geometriei nucleare în nucleele apropiate de numerele magice. [13]

1.5 Suprafețele de energie potențială (SEP)

Evoluția sistemului binar poate fi de asemenea observată în funcție de valorile posibile ale parametrilor de deformare ale nucleelor fiice. În acest sens, fiecare stare a procesului este descrisă de un set de deformări, sistemul tinzând spre configurația cu energia U_{DNS} minimă care reprezintă probabilitatea cu deformările cele mai accesibile în momentul sciziunii. Energia totală a sistemului este calculată în concordanță cu relația (2).

Se observă din Fig.6 că suprafețele de energie potențială în care efectele păturilor au fost neglijate prezintă un minim larg. În ce privește sistemul de față, energiile componente se află într-o competiție strânsă întrucât energia de suprafață tinde să crească odată cu creșterea deformărilor, în timp ce energia de interacțiune se opune acestei comportări. Odată cu adăugarea corecțiilor de pături, liniile izoenergetice nu mai au tiparul cercurilor concentrice. Mai mult, apariția unor minime secundare poate fi ușor remarcată, fiind un fapt inevitabil ce trebuie tratat cu atenție.

1.6 Energiile de excitare

Așa cum a fost menționat în introducere, în cazul fisiunii spontane energia de excitare a nucleului inițial este nulă. În momentul fisionării, nucleul este supus mai multor procese, iar astfel nucleonii sunt excitați de pe starea fundamentală și sunt transferați pentru a ajunge la o configurație stabilă energetic. Această energie de excitare a DNS se poate calcula ca fiind suma dintre energia de excitare inițială a

nucleului compus și diferența dintre energia nucleului compus în starea fundamentală și energia sistemului dinuclear dependent de deformări.

$$E^*({A_i, Z_i, \beta_i}, R_m) = E_0^* + [U_{CN}(A, Z, \beta^{g.s.}), R_m) - U_{DNS}({A_i, Z_i, \beta_i, E_i^*}, R_m)] \quad (32)$$

Întrucât în relația (32) indică dependența energiei de excitare a sistemului de altă energie de excitare, determinarea E^* presupune un proces ciclic, pentru care se iterează până la convergență. În urma calculelor, s-a găsit convergența pentru două iterații.

Cu ajutorul formulei semi-empirice a maselor energia totală este exprimată în funcție de energiile de repaus și energia de legătură a nucleonilor componenți:

$$U = Mc^2 - B = \left(Zm_p + Nm_N - \frac{B}{c^2} \right) c^2 \quad (33)$$

unde energia de legătură din LDM se scrie sub forma

$$B = a_V A - U^{LDM} - \delta U^{shell} \quad (34)$$

Energia sistemului dinuclear este descrisă de relația (2).

Astfel, obținem următoarea expresie pentru energia de excitare a sistemului:

$$E^*({Z_i, A_i, \beta_i}, R_m) = U_{CN}^{LDM} + \delta U_{CN} - \sum_i \left\{ U_i^C + U_i^S + U_i^{sym} + \delta U^{shell} \right\} - V_{int} \quad (35)$$

Parametrii de deformare ai sistemului binar $^{106}_{42}Mo + ^{146}_{56}Ba$ sunt identificați din fig Fig.6 (jos) corespunzător minimului suprafeței energiei potențiale: $\beta_L = 1.7$ și $\beta_H = 1.55$. În urma unui calcul rapid, s-a găsit o energiei de excitare atribuite acestei configurații în cazul fisiunii spontane a nucleului ^{252}Cf de $E^* = 13.12 MeV$.

Așa cum am menționat inițial, energia de excitare este distribuită fiecărui fragment în funcție de numărului de masă individual [14]:

$$E_i^* = E^* \frac{A_i}{A_{CN}} \quad (36)$$

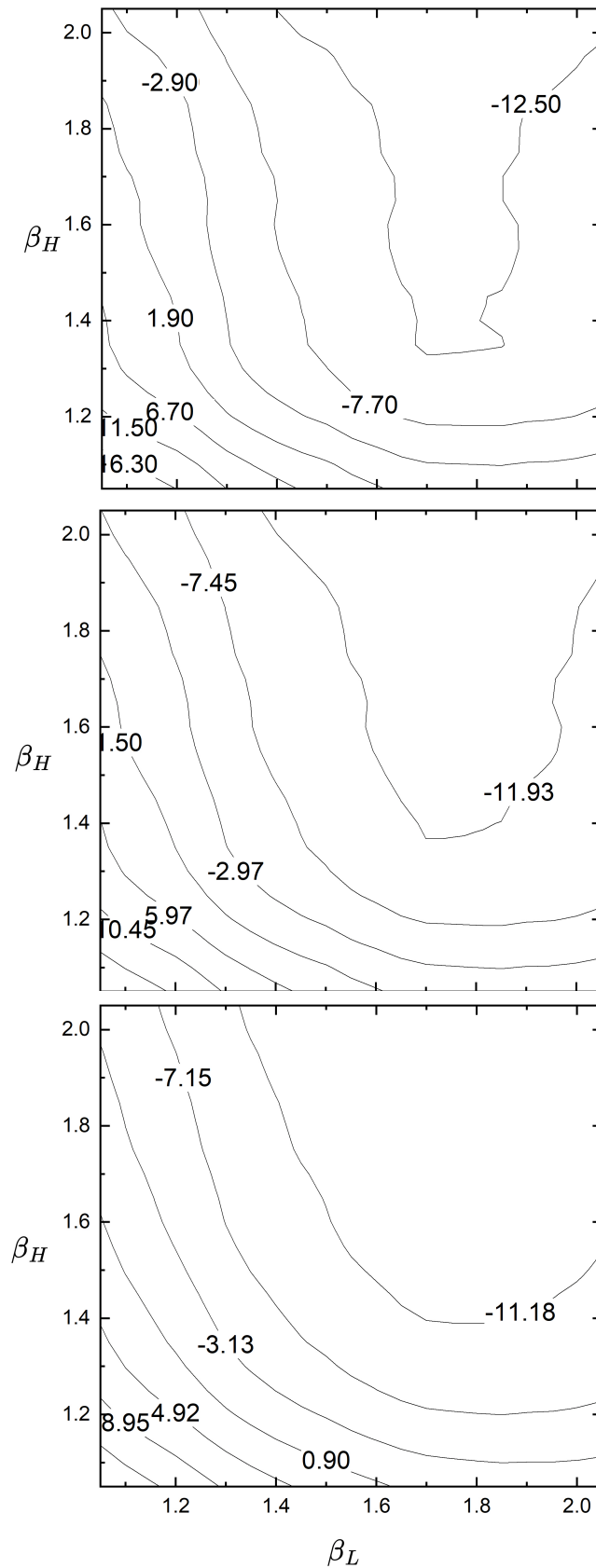


Fig.7 Energia potențială pentru configurația de fisiune $^{252}\text{Cf} \rightarrow ^{106}_{42}\text{Mb} + ^{146}_{56}\text{Ba}$ ca funcție de parametrii de deformare β_L și β_H pentru energiile de excitație ale fragmentelor de $E^* = 13$ MeV (sus), $E^* = 25$ MeV (mijloc) și $E^* = 50$ MeV (jos).

În cazul prezenței unor astfel de energii, păturile nucleare sunt perturbate, așadar energia dată de corecțiile de pături trebuie să fie amortizată după expresia fenomenologică [15]:

$$\delta U_i^{shell}(Z_i, A_i, \beta_i, E_i^*) = \delta U_i^{shell}(Z_i, A_i, \beta_i, E_i^* = 0) \exp[-E_i^*/E_D] \quad (37)$$

cu $E_D = 18.5$ MeV energie (parametru) de amortizare și cu E_i^* energia de excitare a fragmentului i . Relația precedentă prezice că odată cu creșterea energiei de excitare a fragmentelor efectele de pături sunt diminuate, iar sistemul se va comporta ca un sistem macroscopic descris semi-empiric de modelul picăturii de lichid.

În Fig.7 putem confirma implicațiile ecuației (37), care subliniază diminuarea corecțiilor de pături cu creșterea energiei fragmentelor, prin diferențele între SEP-ul din partea superioară cu $E^* = 13$ MeV și partea inferioară unde $E^* = 50$ MeV. Această modificare se remarcă prin minimizarea discontinuităților conturilor izoenergetice. Din punct de vedere fizic, sistemul tinde să treacă de la un sistem microscopic, cuantic la un sistem macroscopic, tratat clasic.

Cunoscând energia de excitare a sistemului se poate determina temperatura globală a sistemului binar:

$$T = \sqrt{\frac{E^*}{a}}, \quad (38)$$

unde $a = \frac{A_{CN}}{12}$ MeV⁻¹ reprezintă parametrul densității de nivele. Energia E^* este extrasă din minimul suprafeței energiei potențiale corespunzătoare configurației dinucleare respective [14]. Valoarea parametrului de densitate de nivele se află în concordanță cu valoarea folosită de A.G. Soloviev în studiile sașe privind reacțiile cu ioni grei. [15]

Capitolul 2. Modele statistice

2.1 Modelul DNS

Pe baza Fig.8, putem asimila două probabilități caracteristice sistemului: probabilitatea de formare care are loc din punct de vedere energetic prin imediata rupere a fragmentelor din „configurația de șa” și probabilitatea de dezintegrare a sistemului pentru care fragmentele se individualizează prin escaladarea barierei de cvasi-fisiune și sistemul binar este dizolvat.

Probabilitatea de formare a unei configurații are o dependență exponențială de energia totală a sistemului, multiplicată cu un factor de normare [16].

$$w(\{Z_i, A_i, \beta_i\}, E^*) = N_0 e^{-\frac{U(\{Z_i, A_i, \beta_i\}, E^*)}{T}} \quad (39)$$

Adăugând și probabilitatea de dezintegrare a sistemului obținem probabilitatea totală de emisie

$$W(\{Z_i, A_i, \beta_i\}, E^*) = N_0 e^{-\frac{U(\{Z_i, A_i, \beta_i\}, E^*) + B_{qf}}{T}} \quad (40)$$

Integrând peste toate deformațiile posibile și sumând peste toate numerele de putem determina distribuția de sarcină a elementului prezis [16]:

$$Y(Z_i) = \sum_{A_i} \iint w(\{Z_i, A_i, \beta_i\}, E^*) d\beta_L d\beta_H \quad (45)$$

care în urma normalizării devine

$$Y(Z_i) = \frac{\sum_{A_i} \iint w(\{Z_i, A_i, \beta_i\}, E^*) d\beta_L d\beta_H}{\sum_{Z_i, A_i} \iint w(\{Z_i, A_i, \beta_i\}, E^*) d\beta_L d\beta_H} \quad (46)$$

În mod analog, distribuția de masă (normalizată) este descrisă asemănător

$$Y(A_i) = \frac{\sum_{Z_i} \iint w(\{Z_i, A_i, \beta_i\}, E^*) d\beta_L d\beta_H}{\sum_{Z_i, A_i} \iint w(\{Z_i, A_i, \beta_i\}, E^*) d\beta_L d\beta_H} \quad (47)$$

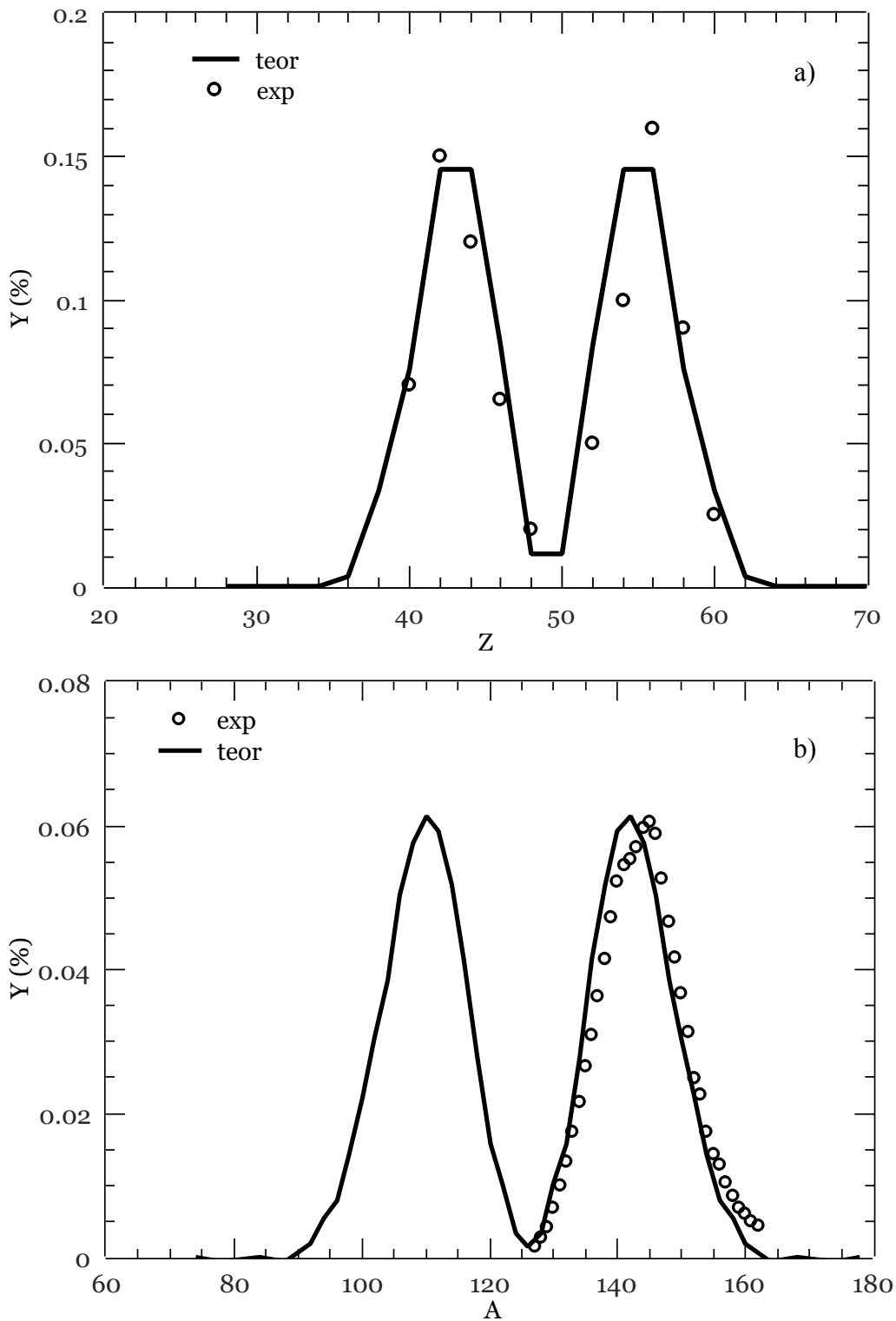


Fig.8 Distribuțiile teoretice de sarcină (a), respectiv de masă (b) rezultate în urma fisiunii spontane a elementului ^{252}Cf pentru energia de excitare $E^* = 0$ MeV marcate cu linie continuă. Simbolurile indică distribuțiile experimentale [17][18].

În Fig.8 sunt comparate distribuțiile de sarcină (Fig.8.a), respectiv de masă (Fig.8.b) obținute teoretic cu datele experimentale. Menționăm că în Fig.8.b distribuția teoretică este distribuția normală, iar datele experimentale reprezintă distribuția secundară (după emisia neutronilor). După cum se poate observa, cele două seturi de date se află în concordanță. Se observă natura asimetrică a celor două distribuții a fisiunii spontane a isotopului ^{252}Cf . Maximele distribuțiilor sunt marcate de punctele pentru care $Z_L = 43$ și $A_L = 110$ care conțin probabilitățile cele mai mari de apariție.

2.2 Procesul stocastic al fisiunii pe baza lanțului Markov

Odată cu derularea procesului în momentul de sciziune, există un schimb semnificativ de nucleoni între cele două extremități ale nucleelor până ce configurația păturilor a fiecărui fragment este stabilă. Acest lucru este explicat în mod echivalent de faptul că energiile cinetice relevante și potențiale care dau naștere acestui transfer au un caracter atât de complex încât putem trăda transferul ca fiind stocastic.

Într-un proces Markov, luând în considerare un set finit de variabile $\{X_0, X_1, \dots, X_n\}$ descrise de un set (finit) de stări $\{s_0, s_1, \dots, s_n\}$ (unde indicele n poate să ia valorile $n=0, 1, \dots$), probabilitatea unei stări oarecare depinde doar de starea precedentă, unde aceste probabilități sunt constante de-a lungul timpului procesului. Această afirmație presupune că o variabilă X_{n+1} depinde doar de X_n și nu de restul variabilelor X_{n-1}, \dots, X_1, X_0 . Această proprietate, denumită și *proprietatea Markov*, se poate scrie matematic sub forma:

$$P(X_{n+1} = s | X_n = s_n, X_{n-1} = s_{n-1}, \dots, X_0 = s_0) = P(X_{n+1} = s | X_n = s_n) \quad (48)$$

Matricea de tranziție care repartizează toate stările din spațiul de stări S de dimensiune N este o matrice pătratică $N \times N$ cu atributul esențial că suma tuturor probabilităților de pe un rând este egală cu 1. Acest fapt se poate extinde și în cazul coloanelor, dar nu este o caracteristică general întâlnită. Probabilitățile componente matricei de tranziție Markov mai poartă numele de *probabilități de tranziție*.

$$\sum_{j=1}^N P_{ij} = \sum_{j=1}^N P(X_{n+1} = j | X_n = i) = 1 \quad (49)$$

Considerând transferul nucleonilor ca un proces Markov, matricea de tranziție poate fi obținută din date experimentale. De asemenea, din asumarea că echilibrul maselor și energiei este obținut înainte de punctul de sciziune, s-a arătat că structura discontinuă de „zig-zag” este asociată transferului de protoni [19].

Din teoria procesului Markov, matricea stocastică $P = (P_{ij})$ are forma

$$P = \begin{bmatrix} P_{00} & P_{01} & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots \\ P_{10} & P_{11} & P_{12} & 0 & \dots & \dots & \dots \\ 0 & P_{21} & P_{22} & P_{23} & \dots & \dots & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \dots & P_{m,m-1} & P_{m,m} & P_{m,m+1} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \quad (50)$$

Aceasta intervine în determinarea distribuției finale de masă prin ridicarea sa la puterea N , unde prin $P_{m,m+1}$ înțelegem probabilitatea ca masa unuia dintre fragmente să crească cu un nucleon la un anumit număr de pas, $P_{m,m-1}$, analog, probabilitatea ca nucleul să cedeze (piardă) un nucleon la un anumit timp, $P_{m,m}$ probabilitatea pentru care configurația să rămână neschimbată (motiv pentru care o putem denumi probabilitate de repaus) și, într-un final, N denotă numărul total de pași care au loc (echivalent cu numărul total de transfere) până la sciziune [19].

Variabila N poate de asemenea să fie corelată cu timpul pentru care sistemul trece din configurația de „sa” în cea de sciziune. Așadar, dacă se consideră intervalul de timp necesar trecerii de la un pas la altul ca fiind de ordinul timpului nucleonic t_0 , atunci timpul total corespunzător unui proces de fisiune este Nt_0 .

Așa cum se poate observa din matricea stocastică, componentele cu $i \neq j, i \pm 1$ sunt zero întrucât vom pune în evidență doar transferurile de un nucleon. Indicele „0” indică masele fragmentelor la simetrie.

Distribuția finală de masă după N transfere este dată de expresia

$$X(A) = (W_0, W_1, \dots, W_m, \dots)P^N \quad (52.1)$$

unde $W_0, W_1, \dots, W_m, \dots$ reprezintă componentele distribuției inițiale de masă. Asumând o distribuție simetrică în punctul de șa [19], expresia anterioară se poate rescrie ca

$$X(A) = (1, 0, \dots, 0)P^N \quad (52.2)$$

iar astfel distribuția finală de masă este dată de prima linie a matricei P^N .

Impunând constrângeri asupra numărului de pași N [19], putem continua cu ideea că distribuția inițială și finală sunt independente. Pentru o distribuție finală (X_0, X_1, \dots, X_n) avem următoarele condiții:

$$\begin{aligned} P_{m,m-1} + P_{m,m} + P_{m,m+1} &= 1 \\ X_m/X_{m+1} &= P_{m+1,m}/P_{m,m+1} \end{aligned} \quad (53, 54)$$

Probabilitatea $P_{m,m}$ poate fi obținută luând în considerare probabilitățile fiecărui fragment pentru un Z și N dat [19]:

$$P_{m,m} = C \left[\left\{ 1/\sigma_Z \int \delta(Z) \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_Z}\right) dZ \right\}^2 + \left\{ 1/\sigma_N \int \delta(N) \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_N}\right) dN \right\}^2 \right] \quad (55)$$

unde C este o constantă de proporționalitate care urmează a fi determinată. Prima integrală reprezintă probabilitatea de „repaus” pentru un Z constant dat în raport cu un A optim determinat pe baza minimizării potențialului sistemului, iar a doua probabilitatea de „repaus” pentru un N constant dat raportat la aceeași condiție. Funcția de distribuție delta δ este adăugată în locul unei distribuții nucleonice concrete. Deviațiile masei atomice $\sigma_Z(\sigma_N)$ se calculează din

$$\begin{aligned} \sigma_Z &= U(Z, A - 1) - 2U(Z, A) + U(Z, A + 1) \\ \sigma_N &= U(Z - 1, A - 1) - 2U(Z, A) + U(Z + 1, A + 1) \end{aligned} \quad (56, 57)$$

Cum considerăm schimbul de un nucleon, pasul cu care evoluează sistemul are valoarea 1.

Odată cu determinarea formei matricei de tranziție, mai rămâne constanta de proporționalitate C de calculat. Aceasta reiese din condiția că probabilitățile medii a fiecărui tip de pas (de a primi/ceda un nucleon) contribuie cu aceeași valoare.

$$\sum_m X_m P_{m,m-1} = \sum_m X_m P_{m,m+1} = \sum_m X_m P_{m,m} = \frac{1}{3 \sum_m P_{m,m}} \quad (58)$$

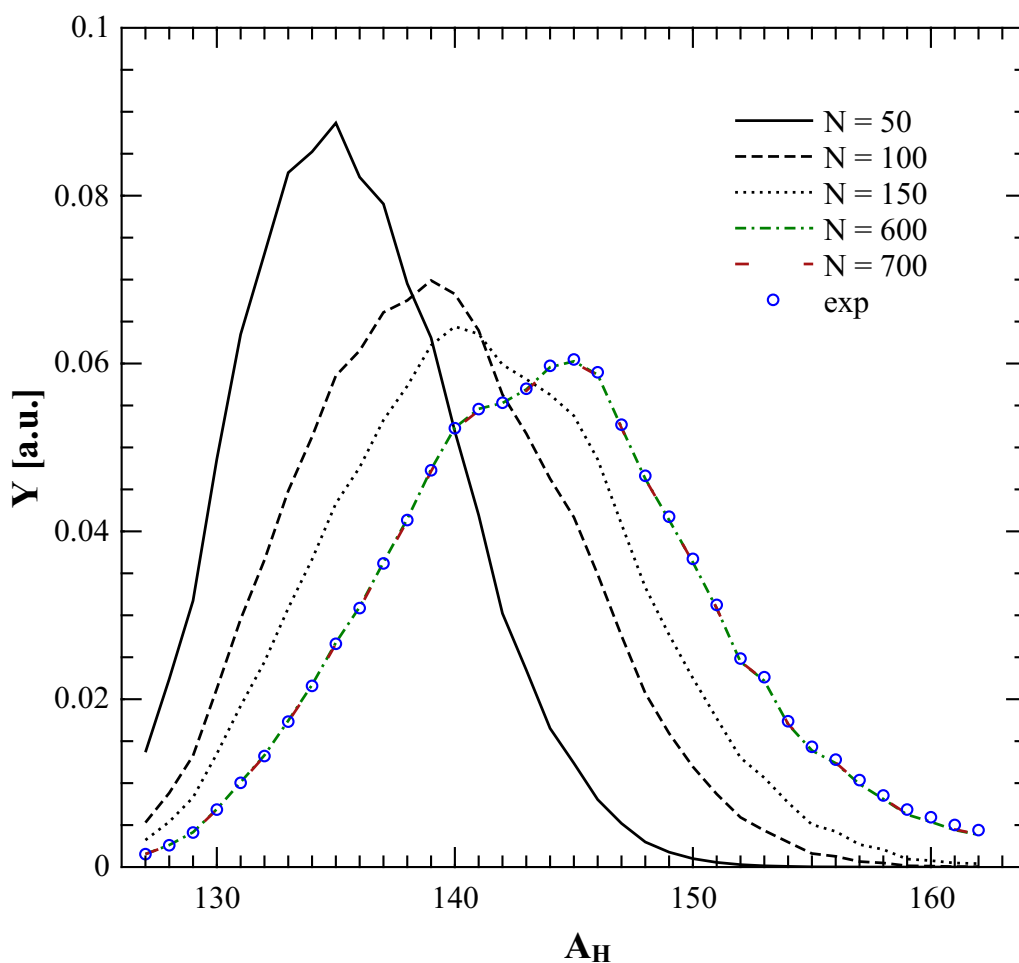


Fig.9 Distribuția finală de masă a fragmentului greu rezultat din fisiunea spontană a ^{252}Cf pentru $N = 50, 100, 150, 600$ pași. Se observă că pentru $N = 600$ de pași distribuția teoretică (linie continuă) se pliază pe cea experimentală (simboluri). Astfel, echilibrul se ajunge după un timp aproximativ de 600 timpi nucleari.

Din Fig.9 implicăm că în măsură ca sistemul să ajungă la un echilibru statistic trebuie să variem numărul de pași al procesului (N) până la convergență. Luând în considerare acest fapt, am ajuns la concluzia că pentru $N = 600$ distribuția teoretică de masă coincide cu cea experimentală, cu adăuga desigur a unor erori. Calculul a fost aplicat fragmentelor grele, întrucât cele ușoare pot fi cu ușurință determinate din conservarea numerelor de masă.

Capitolul 3. Diferențe între cele două modele statistice

3.1 Abordarea Markov în cazul evoluției sistemului în deformări și în masă

În capitolele precedente analiza a fost fixată pe evoluția sistemului în numărul de masă, respectiv sarcină. Însă, de-a lungul procesului de fisiune, nucleele se modifică în ceea ce privesc deformările lor. Deși evoluția în A și Z este mult mai rapidă decât celei în deformări, se dorește o imagine completă a celor două aspecte. Astfel, pe baza suprafețelor de energie potențială realizate, putem construi o matrice Markov unde stările posibile se referă la seturi de deformări.

Înainte de asamblarea matricii este important de stabilit modulul de evoluție, adică pasul. În acest sens, am impus ca stările să varieze cu $\Delta\beta = \pm 0.2$, ori pentru parametrul de deformare al nucleului ușor ori al nucleului greu.

Pentru determinarea stărilor posibile fisiunii s-a impus ca $E^* > 0$. Starea de pornire este starea inițială a nucleelor, adică starea fundamentală. Începând cu starea de pornire pentru fiecare configurație se găsesc restul stărilor posibile care variază cu pasul dorit.

Probabilitățile care sunt asimilate în matricea Markov pot fi de două tipuri: probabilități de formare (39) și probabilitate de dezintegrare, dependentă de bariera de cvasifisiune. Probabilitățile prezentate se pot scrie în funcție de trecerea sistemului dintr-o stare în alta sub formele:

$$w = \exp\left\{-\frac{U_f - U_i}{T}\right\} \quad (59)$$

$$\bar{w} = \exp\left\{-\frac{B_{qf,i}}{T}\right\} \quad (60)$$

unde indicele f se referă la starea finală, iar i la starea inițială. Probabilitatea de dezintegrare \bar{w} se modifică rapid cu variația sistemului în coordonata z (datorită dependenței de distanța dintre poli) și descrie ruperea sistemului dinuclear. Fiecărei stări îi este asociată o nouă stare care înglobează probabilitatea de dezintegrare.

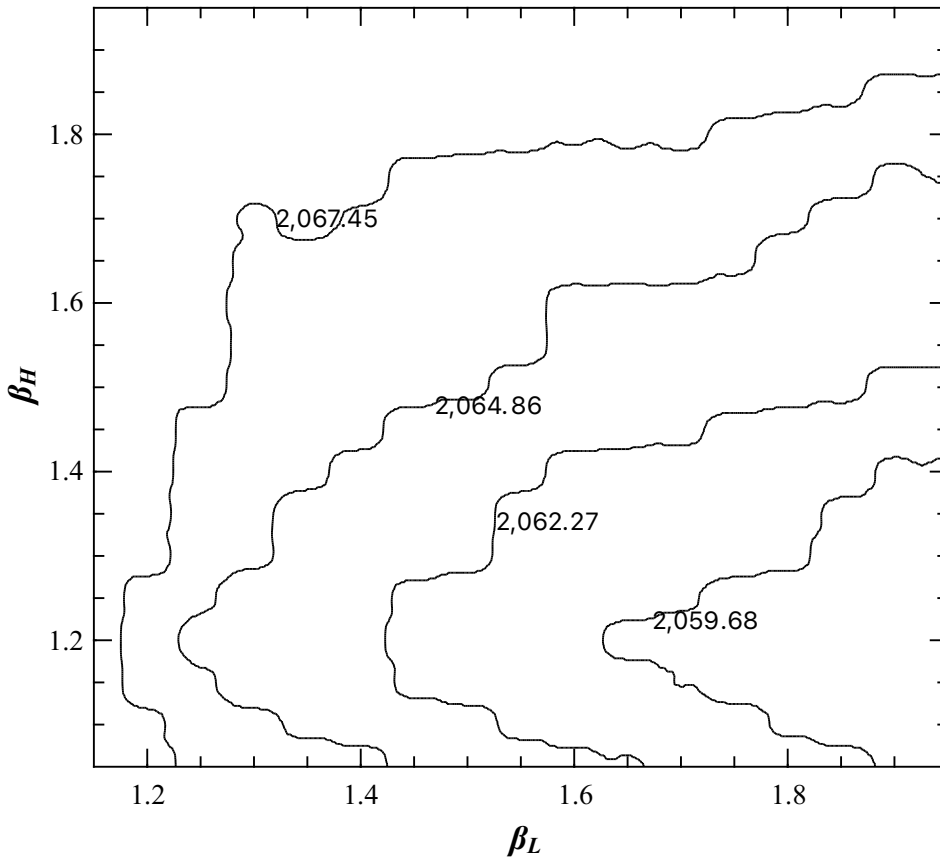


Fig.10 Suprafața de energie potențială pentru configurația ${}_{50}^{130}\text{Sn} + {}_{48}^{122}\text{Cd}$.

În Fig.10 se observă evoluția în probabilități a potențialului sistemului ${}_{50}^{130}\text{Sn} + {}_{48}^{122}\text{Cd}$. Starea fundamentală (permisă fisionării spontane a ${}^{252}\text{Cf}$) se află pentru setul de deformări (1.15; 1.1), unde β_L se referă la parametrul de deformare al nucleului ${}^{122}\text{Cd}$, iar β_H al nucleului de ${}^{130}\text{Sn}$. Minimum de energie se găsește la setul de deformări (1.93; 1.2) cu o valoare a potențialului $U = 2057.1$ MeV.

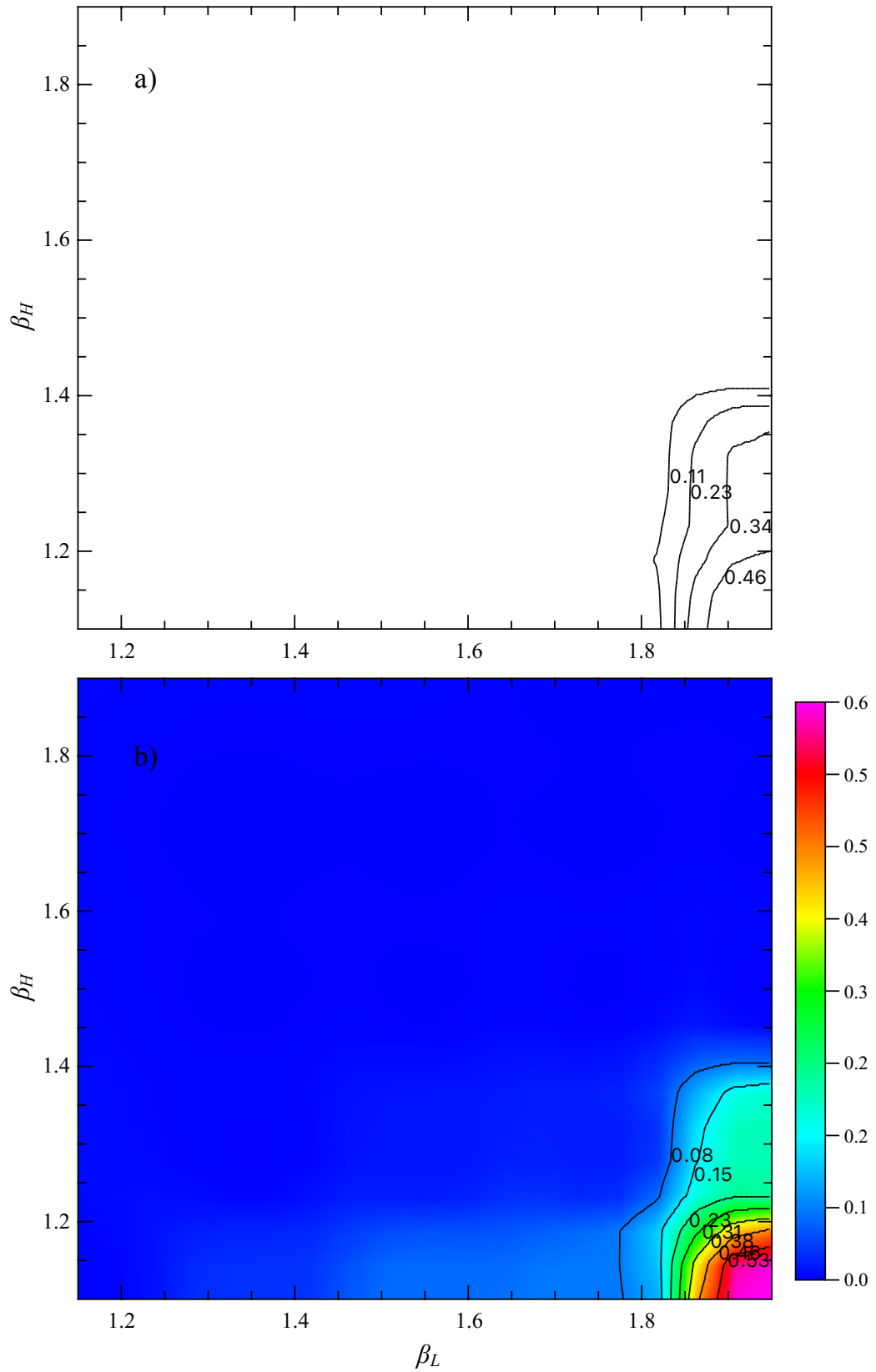


Fig.11 Evoluțiile în deformări ale probabilităților corespunzătoare modelului dinuclear (a) și modelul bazat pe lanțuri Markov (b) ale sistemului $^{130}_{50}\text{Sn} + ^{122}_{48}\text{Cd}$.

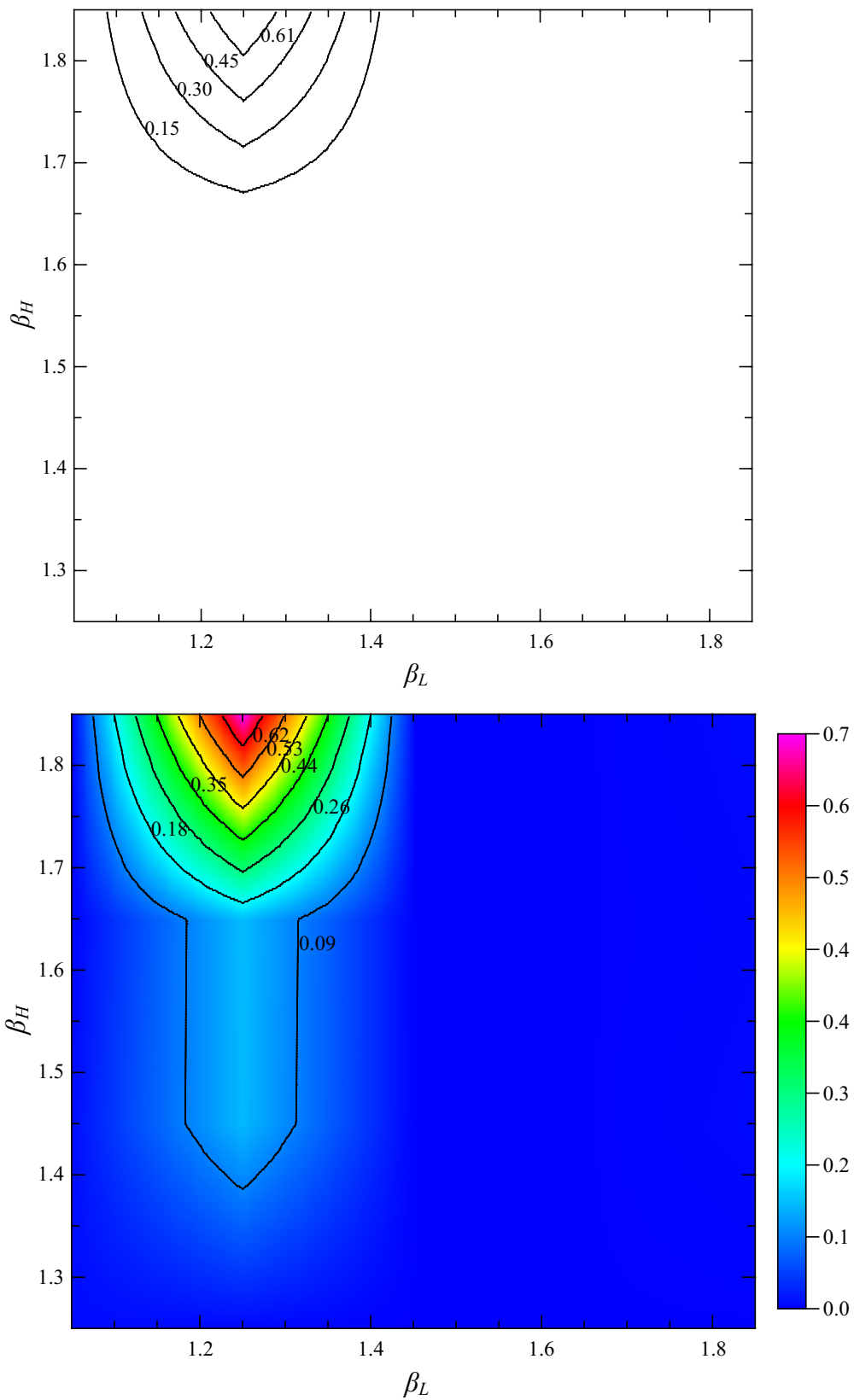


Fig.11 Suprafețele de probabilități corespunzătoare modelului DNS (a) și modelul bazat pe lanțuri Markov (b) ale configurației $^{148}_{58}\text{Ce} + ^{104}_{40}\text{Zr}$.

Cum fiecare sistem din Univers tinde spre energie minimă, ne așteptăm ca probabilitatea cea mai mare de formare a nucleelor de ^{130}Sn , respectiv ^{122}Cd în urma fisionării spontane a ^{252}Cf să fie localizată în jurul minimului găsit din Fig.10. În Fig.11 sunt prezentate probabilitățile extrase din modelul DNS (Fig.11.a) și cele din modelul Markov (Fig.11.b) corespunzătoare stărilor posibile a sistemului. Din ambele grafice este confirmată formarea izotopilor menționați în jurul zonei de minim. Însă, în cazul modelului Markov (Fig.11.a) se mai identifică stări în plus pentru β_L cu valori între 1.775 și 1.825. Aceste stări noi permit sistemului dinuclear să se rupă mai rapid. De asemenea, este interesant de observat că doar nucleul ușor (^{122}Cd) se deformează foarte puternic. Explicația vine din faptul că nucleul de ^{130}Sn este un nucleu magic și apropiat de vecinul său ^{132}Sn care este dublu magic. Această proprietate conferă o stabilitate energetică remarcabilă și o geometrie simetrică, sferică.

În regiunea energiilor de excitare joase, cum ar fi configurația din Fig.10, diferențele dintre cele două modele statistice este relativ neremarcabilă. Însă, odată cu trecerea la configurații cu energii mari, asemănările încetează. Un exemplu clar este dat de Fig.11 unde s-a ales sistemul de nucleee $^{148}_{58}\text{Ce} + ^{104}_{40}\text{Zr}$. În modelul DNS suprafața prezice că sistemul se va dizolva când nucleeele se vor deforma cu valorile parametrilor de deformare de aproximativ $\beta_L = 1.3$ și $\beta_H = 1.67$. În schimb, modelul Markov introduce o nouă stare posibilă pentru care sistemul se poate dezintegra, și anume în jurul setului de deformări (1.3; 1.37).

Tipurile de stări descrise anterior pot fi considerate stări „absorbante” întrucât odată ce sistemul pășește în aceste stări el nu poate trece în altă stare vecină. Așadar putem scrie matricea Markov de deformări în următorul fel:

$$P = \begin{bmatrix} w_{00} & w_{01} & w_{02} & 0 & \dots & \bar{w}_0 & 0 & \dots & \dots \\ w_{10} & w_{11} & w_{12} & w_{13} & \dots & 0 & \bar{w}_1 & 0 & \dots \\ w_{20} & w_{21} & w_{22} & w_{23} & \dots & 0 & 0 & \bar{w}_2 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \ddots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \quad (61)$$

Introducând matricea P în ecuația (52) obținem probabilități de formare nule și cele de dezintegrare nenule, suma lor fiind 1. În asamblarea probabilităților din matricea P , s-a utilizat $T = 1$ MeV pentru toate stările (deformările) posibile. Pe baza acestor probabilități obținute, putem calcula valorile medii ale energiei, barierei de cvasifisiune și temperatura fiecărei configurații folosindu-ne de media statistică.

Pentru scrierea matricii Markov în evoluția în numere de masă procedăm în același mod, unde de data aceasta pasul este $\Delta A = \pm 2$ deoarece considerăm doar nucleele pare. Matricea P o să devină așadar:

$$P = \begin{bmatrix} w_{00} & w_{01} & 0 & 0 & \dots & \bar{w}_0 & 0 & \dots & \dots \\ w_{10} & w_{11} & w_{12} & 0 & \dots & 0 & \bar{w}_1 & 0 & \dots \\ 0 & w_{21} & w_{22} & w_{23} & \dots & 0 & 0 & \bar{w}_2 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \ddots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \quad (62)$$

unde pentru fiecare probabilitate sunt introduse valorile medii menționate anterior.

3.2 Rezultate și discuții

Prin intermediul ecuației Markov, putem obține distribuțiile de sarcină și de masă potrivite fisiunii spontane a nucleului ^{252}Cf (Fig.12). Dacă analizăm distribuția de sarcină, observăm că există un maxim pentru $Z = 56$, când curba Markov coincide cu rezultatele experimentale. În modelul DNS în schimb, maximul este mai puțin precis definit, regăsindu-se mai degrabă un platou între $Z = 54$ și $Z = 56$. Distribuția de masă prezintă la rândul ei un maxim pentru $A = 144$. O discrepanță semnificativă între curba Markov și DNS revine prezenței „cotului” aflat între $A = 140 - 144$. În ambele grafice scăderea bruscă către 0 a distribuțiilor date de modelul Markov se datorează rigidității energiei potențiale utilizate, problemă prezentă în toate modelele teoretice prezente. Distribuția de masă experimentală reprezintă distribuția secundară (după emiterea neutronilor).

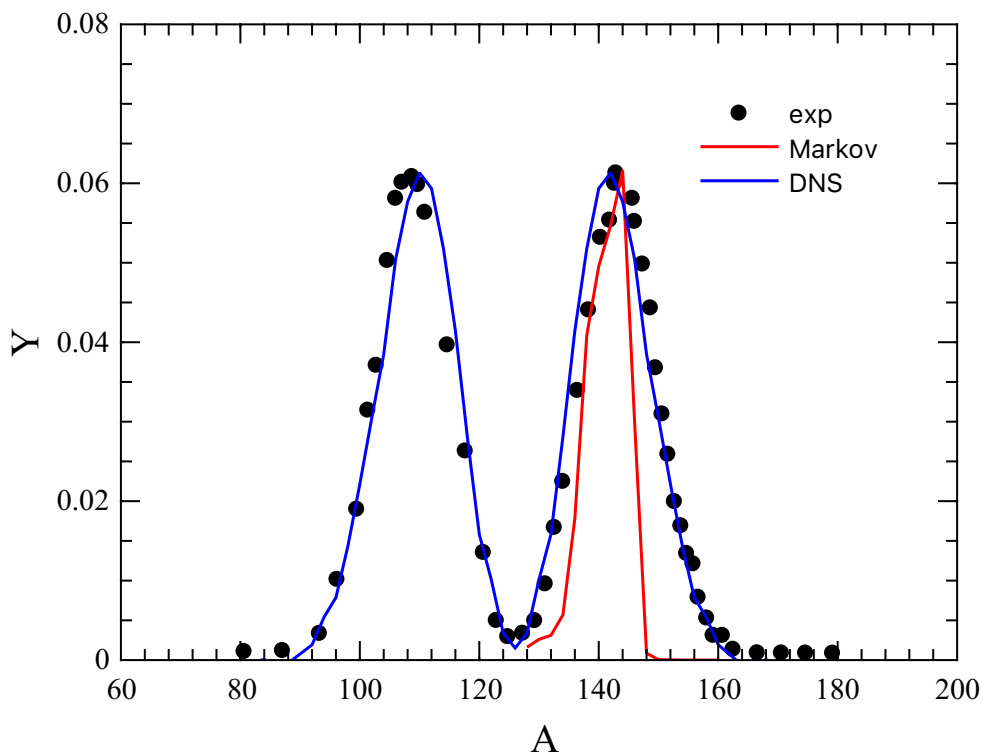
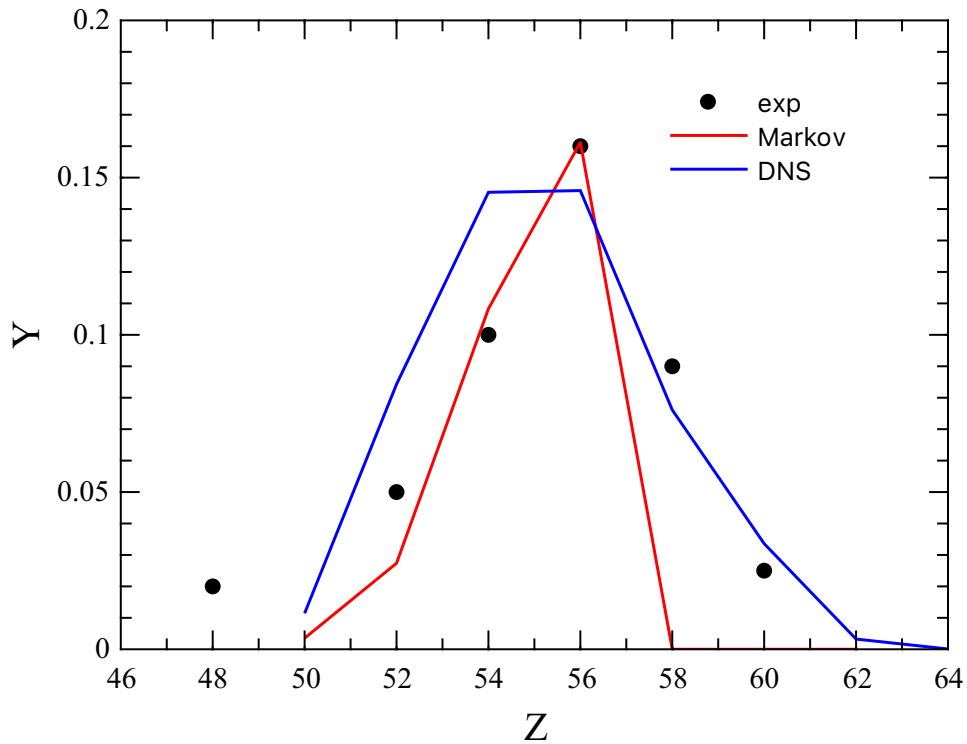


Fig.8 Distribuțiile teoretice de sarcină (a)), respectiv de masă (b)) rezultate în urma fisiunii spontane a elementului ^{252}Cf pentru energia de excitație $E^* = 0$ MeV calculate conform modelului DNS (linie roșie) și modelului Markov (linie albastră). Simbolurile se referă la distribuțiile experimentale [17][18].

3.3 Concluzii finale

Rezultatele obținute demonstrează în mod explicit importanța implementării metodei bazate pe lanțuri Markov în modelul dezintegrării binare, întrucât abordează cu acuratețe deficiența sistemului dinuclear, care tinde să se dezintegreze sub deformări nerealiste. De asemenea, datorită naturii semi-dinamice a modelului, se pot determina timpii nucleari de fisiune pe baza numărului de pași utilizați pentru a ajunge la convergență. O aplicație importantă suplimentară este determinarea mărimilor medii semnificative folosind probabilitățile obținute. Datele teoretice se află în concordanță cu cele experimentale.

Pe lângă aplicațiile enunțate, se evidențiază că modelul utilizat este unul inovator, care nu a mai fost aplicat în niciun articol de actualitate din domeniu.

Bibliografie

- [1] B.D. Wilkins, E.P. Steinberg, R.R. Chasman, Phys. Rev. C 14, 1832 (1976)
- [2] Brett V. Carlson, Jutta E. Escher, and Mahir S. Hussein, Theoretical descriptions of compound-nuclear reactions: open problems & challenges, arXiv:1403.0001 [nucl-th], 4 Mar 2014
- [3] G. G. Adamian, N. V. Antonenko, E. A. Cherepanov, S. P. Ivanova, R. V. Jolos, A. K. Nasirov, and V. V. Volko, Dinuclear system model for dynamics and structure
- [4] A.B. Migdal, Theory of Finite Fermi Systems and Applications to Atomic Nuclei, Nauka, Moscow, 1982; Inter-science, New York, 1967
- [5] I.S. Rogova, G.G. Adamian, N.V. Antonenko, T.M. Shneidman, H. Lenske, Nucleon density distribution in description of nuclear decays, Nuclear Physics A 1002 (2020) 121995
- [6] G. G. Adamian, N. V. Antonenko, R. V. Jolos, S. P. Ivanova, and O. I. Melnikova, Int. J. Mod. Phys. E 5, 191 (1996)
- [7] Rainer W. Hasse, William D. Myers, Geometrical relationships of macroscopic nuclear physics, Springer-Verlag, Heidelberg, 1988
- [8] W. Greiner, J. Y. Park, and W. Scheid, Nuclear Molecules (World Scientific, Singapore, 1995)
- [9] M. Ivascu, D.N. Poenaru, *Energia de deformare si izomeria formei nucleelor*, (Ed.Academiei Republicii Socialiste Romania, Bucuresti 1981)
- [10] S. Raman, C. W. Nestor, JR., and P. Tikkanen, Transition probability from the ground to the first-excited 2+ state of even-even nuclides, Atomic Data and Nuclear Data Tables, Vol. 78, No. 1, May 2001
- [11] A.V. Andreev, G.G. Adamian, N.V. Antonenko, S.P. Ivanova, W. Scheid, Possible explanation of fine structures in mass-energy distribution of fission fragments, The European Physical Journal A 22, 51-61 (2004)
- [12] H. Paşca, A. V. Andreev, G. G. Adamian and N. V. Antonenko, Change of the shape of mass and charge distributions in fission of Cf isotopes with excitation energy, Physical Review C 99, 064611 (2019)

- [13] V.M. Strutinsky, Shell effects in nuclear masses and deformation energies, Nuclear Physics A95, 20 October 1966
- [14] G.G. Adamian, N.V. Antonenko, and W. Scheid, Nucl. Phys. A618, 176 (1997)
- [15] A. V. Ignatyuk, Statistical Properties of Excited Atomic Nuclei (Energoizdat, Moscow, 1983).
- [16] H. Paşca, A.V. Andreev, G.G. Adamian, N.V. Antonenko, Extraction of potential energy in charge asymmetry coordinate from experimental fission data, The European physical journal 2016
- [17] G.M. Ter-Akopian, et al., Phys. Rev. C 55 (1997) 1146
- [18] C. Romano, et al., Phys. Rev. C 81 (2010) 014607
- [19] R. Ramanna, R. Subramanian, Raju N. Aiyer, Nuclear fission as a Markov process, 30 decembrie 1964, NuclearPhysics 67

DECLARAȚIE PE PROPRIE RĂSPUNDERE

Subsemnatul, Schuller Evelyn, declar că Lucrarea de licență pe care o voi prezenta în cadrul examenului de finalizare a studiilor la Facultatea de fizică, din cadrul Universității Babeș-Bolyai, în sesiunea 2024 , sub îndrumarea lect. dr. Horia Pașca, reprezintă o operă personală. Menționez că nu am plagiat o altă lucrare publicată, prezentată public sau un fișier postat pe Internet. Pentru realizarea lucrării am folosit exclusiv bibliografia prezentată și nu am ascuns nici o altă sursă bibliografică sau fișier electronic pe care să le fi folosit la redactarea lucrării.

Prezenta declarație este parte a lucrării și se anexează la aceasta.

Data,
25.06.2024

Nume,
Schuller Evelyn

Semnătură
