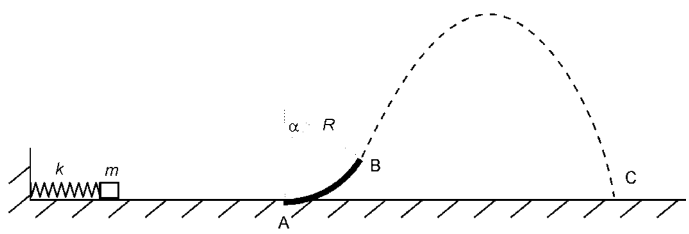
EXAMEN MECANICĂ – PARȚIAL: 07.12.2012

P1. Un punct material de masă m = 1 kg execută o mişcare, în planul *x*O*y*, descrisă de: $\vec{v} = (-3t + 3, 2)$ m/s. Ştiind că la t = 0 s, mobilul trece prin punctul de coordonate (0, 2) m:

1. Calculați $\vec{r}(t)$ şi $\vec{a}(t)$.
2. Descrieți mişcările pe axe.
3. Reprezentați grafic $v(t)$ şi $y(t)$.
4. Care dintre dependențele $x(t)$ sau $y(t)$ are un maxim? Pentru ce valoare a lui t?
5. Care este momentul cinetic al mobilului la t = 0 s?
6. Care este proiecția lui $\vec{v}$ pe direcția lui $\vec{a}$ la t = 0 s?

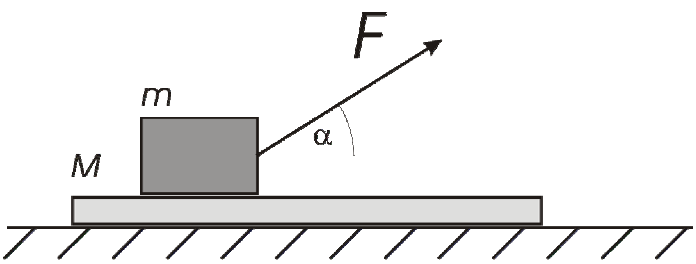
P2. Un punct material de masă m ce comprimă cu x_0 un resort ideal de constantă k (vezi figura) este lăsat liber. După desprinderea de resort mobilul se mişcă pe suprafața orizontală, pe porțiunea AB a unui arc de cerc de rază R, iar apoi cade pe suprafața orizontală în punctul C.
Considerând că mişcarea se efectuează fără frecare să se calculeze:

1. Care este viteza mobilului în punctele A, B şi C?
2. Care este înălțimea maximă la care urcă mobilul după desprinderea de punctul B?
3. Unde cade mobilul pe suprafața orizontală (distanța AC)?
4. Care este dependența de unghi a reacțiunii normale, accelerației normale şi tangențiale pe porțiunea AB.



Date: m, k, α, R, x_0 (deformarea inițială a resortului).

P3. Un corp de masă m se află pe o scândură de masă M plasată pe o suprafață orizontală pe care se poate deplasa fără frecare. Corpul m este tras cu o forță F, care face unghiul α cu orizontala, ca în figură. Coeficientul de frecare dintre corp ul m şi scândura M este μ.
Dacă m **nu alunecă** pe M (cele două corpuri se mişcă împreună), să se calculeze: **a)** accelerația corpurilor; **b)** Forța de interacțiune dintre m şi M şi unghiul făcut de aceasta cu orizontala.



Dacă m **alunecă** pe M, să se calculeze: **c)** care trebuie să fie valoarea forței F pentru ca $a_m = 2a_M$.

P4. Un mobil se mişcă pe o traiectorie circulară după legea $s = ct^3$ unde $c = 0.1$ cm/s^3. Să se afle accelerația tangențială a_t în momentul când viteza este v = 0.3 m/s.

3,2p

(P1) $\bar{v} = (-3t+3, 2)$ m/s

(1) $\boxed{\bar{a} = \frac{d\bar{v}}{dt} = (-3, 0)}$ (0.4)

$x(t) = \int v_x\, dt + x_0 = -\frac{3t^2}{2} + 3t + \underset{x_0}{0}$

$\boxed{x(t) = -\frac{3t^2}{2} + 3t}$ verificare: $\frac{dx}{dt} = -3t+3$ ✓

$\boxed{y(t) = 2t+2}$ — " — $\frac{dy}{dt} = 2$

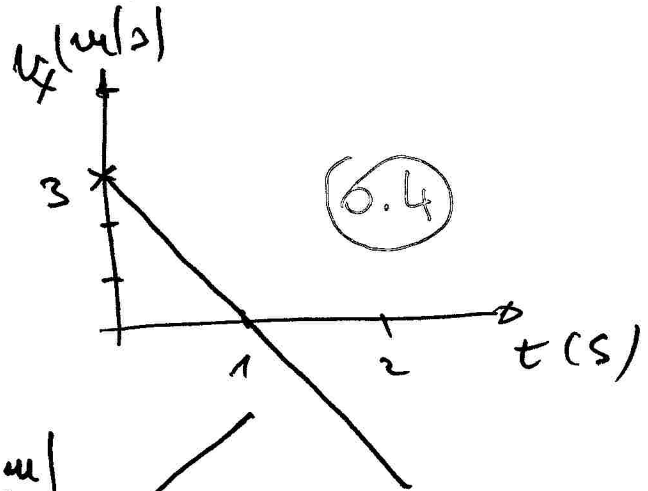
$\boxed{\bar{r}(t) = \left(-\frac{3t^2}{2} + 3t, 2t+2\right)}$ (0.4)

(2) /Ox mişcare cu acceleraţie constantă (0.4)
/Oy — " — viteză constantă.

(3) $v_x(t) = -3t+3$

$t=0 \Rightarrow v_x = 3$

$t=1 \Rightarrow v_x = 0$

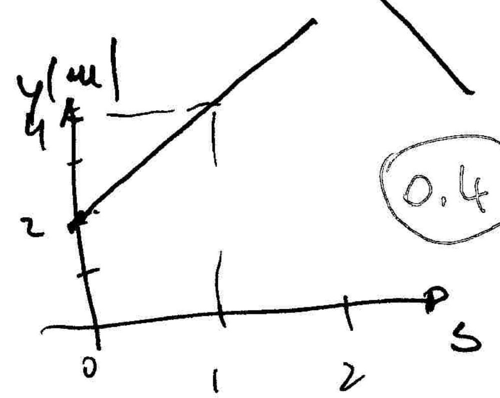


(0.4)

$y(t) = 2t+2$

$t=0 \Rightarrow y=2$

$t=1 \Rightarrow y=4$



(0.4)

-2-

(4) $x(t)$ sau $y(t)$ au maxim dacă derivata în raport cu timpul este zero.

$$\boxed{\frac{dx}{dt} = v_x = -3t+3} \Rightarrow$$ egală cu zero pentru $t=1$

$$\frac{dy}{dt} = v_y = 2$$ $\Rightarrow$ nu e niciodată egală cu zero.

0.4

x are maxim, pentru $t=1$.

(5) la $t=0$ $\bar{r} = (0, 2)$

$\bar{v} = (3, 2)$.

$$\bar{L} = \bar{r} \times \bar{p} = m\begin{pmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ 0 & 2 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow -6m = -6\ kg\frac{m^2}{s}$$

0.4

$\bar{L}$ e pe direcția Oz $\bar{L} = -6\bar{k}\ kg\frac{m^2}{s}$.

(6) $\bar{a} = (-3, 0)$ = vector de-a lungul lui Ox.

$\Rightarrow$ proiecția lui $\bar{v}$ pe direcția lui $\bar{a}$ este proiecția lui $\bar{v}$ pe axa Ox = $\underline{v_x}$

P2 3.2p

1. conservare energie pt resortul comprimat:

$$\frac{kx_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v$$

mișcare fără frecare $\Rightarrow \boxed{v_A = v}$ 0.4

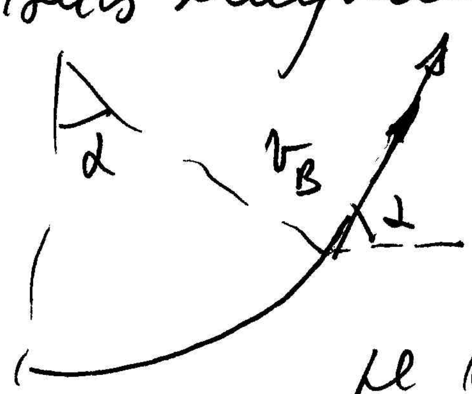
A-B $\Rightarrow$ conservare energie $\Rightarrow$

$$\frac{mv_A^2}{2} = \frac{mv_B^2}{2} + mgR(1-\cos\alpha) \Rightarrow \boxed{v_B}$$ 0.4

A-C $\Rightarrow$ conservare energie $\Rightarrow$

$$\frac{mv_A^2}{2} = \frac{mv_C^2}{2} \Rightarrow v_A = \boxed{v_C}$$ 0.4

2. În punctul B corpul se desprinde sub unghiul α $\Rightarrow \begin{cases} v_{0x} = v_B \cdot \cos\alpha \\ v_{0y} = v_B \cdot \sin\alpha. \end{cases}$



condiția de maxim pe Oy $\Rightarrow$ ~~...~~ $\frac{dy}{dt} = 0 \Rightarrow v_y = 0$ în acel loc

$\Rightarrow$ are doar viteză / Ox, egală cu $v_B \cos\alpha$.

$\Rightarrow$ cons energie:

0.4

$$m\frac{v_A^2}{2} = mgH + \frac{m(v_B\cos\alpha)^2}{2} \Rightarrow H$$

(3) cade pe suprafața orizontală când y (măsurat de la orizontală) $= 0$.

$a = (0, -g) \Rightarrow$

$y(t) = y_0 + v_{0y}t + a_y\frac{t^2}{2}$ adică

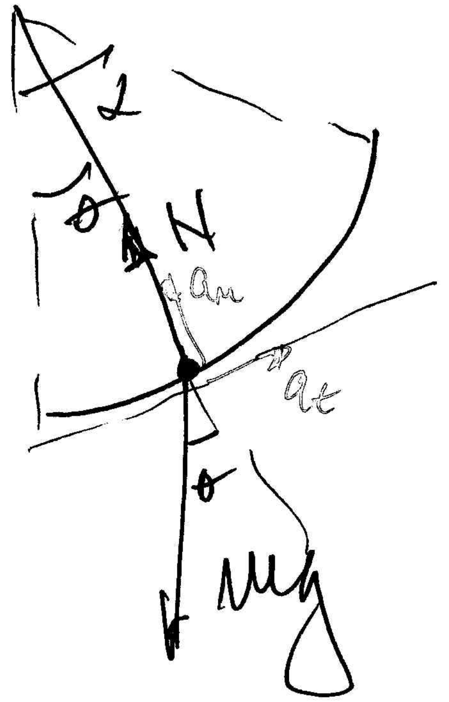
$y(t) = R(1-\cos\alpha) + v_B\sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} = 0$

$\Rightarrow \boxed{t}$

0.4

distanța $D = R\sin\alpha + v_{0x}\cdot t$

(4)



Pe porțiunea AB:

0.4

$$N - mg\cos\theta = m\,a_n$$

$$-mg\sin\theta = m\,\boxed{a_t} \qquad \frac{v^2}{R}$$

0.4

0.4

$$a_n = \frac{v^2}{R}$$ la unghiul θ iar intera~~ta~~

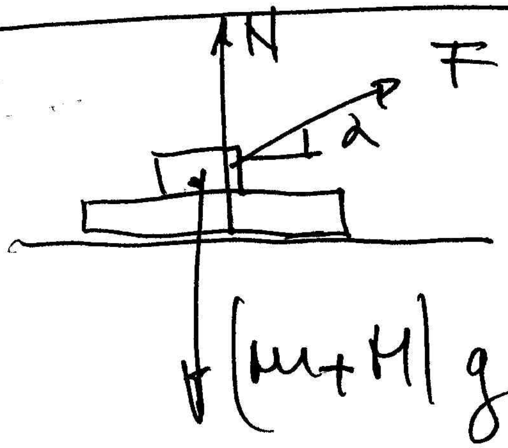
obținem din conservare de energie

$$\frac{m v_1^2}{2} = mgR(1-\cos\theta) + \frac{m v^2}{2} \Rightarrow v$$

$$\Rightarrow a_n \Rightarrow N$$

(P3)

(a)

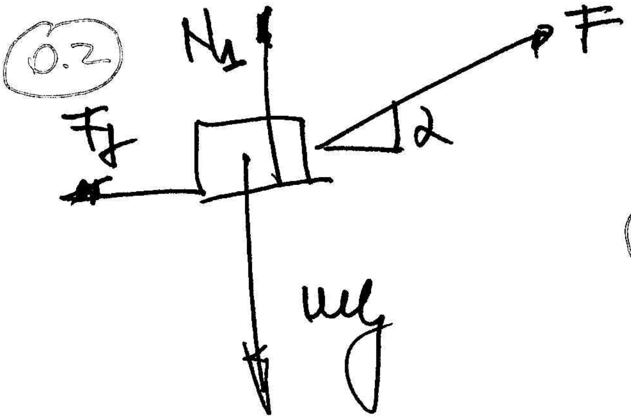


$$F\cdot\cos\alpha = (M+m)\,\boxed{a}$$

cele două corpuri se mișcă împreună.

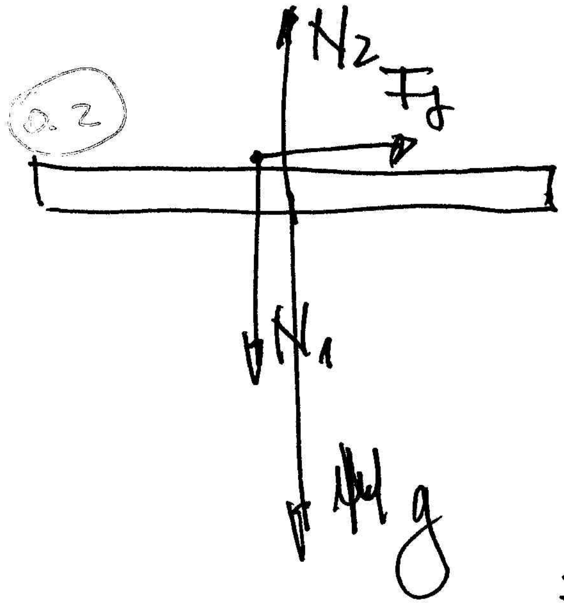
(b) Între m și M ∃ forțele de la contact: F_f și N_1.

Ştim $\boxed{a}$



0.2 $(F\cos\alpha - F_f) = m\cdot a$

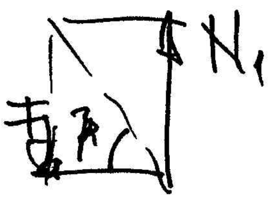
0.2 $N_1 + F\sin\alpha - mg = 0 \Rightarrow N_1$



0.2 $F_f = M\cdot a \Rightarrow F_f$.

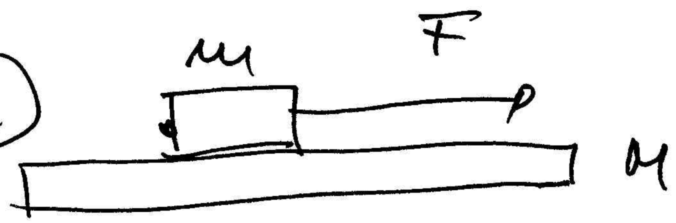
0.2 $N_2 - N_1 - Mg = 0$

Forțele de interacțiune sunt N_1 și F_f. 0.2

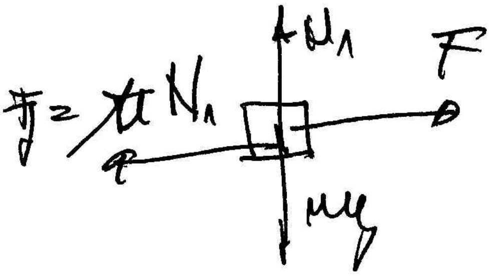


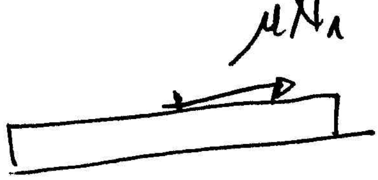
$\operatorname{tg}\beta = N_1/F_f$. 0.2

c



$a_m = 2a_M$.





$$\begin{cases} F - \mu N_1 = m\cdot a_m \\ N_1 = mg \\ \mu N_1 = m\cdot a_M \\ a_m = 2a_M \end{cases}$$

0.4

$\Rightarrow F$

P4 0.6p

dacă $s = ct^3 \Rightarrow$

viteza pe traiectorie este $v = \frac{ds}{dt} = 3ct^2$ (0.3)

↳ mărimea vitezei.

accelerația tangențială = derivata mărimii vitezei în rap. cu timpul $a_t = \frac{dv}{dt} \Rightarrow$

$a_t = 6ct.$ (0.3)

$v = \cancel{0.3\,m/s} = 3ct^2 \Rightarrow t^2 = \frac{v}{3c} \Rightarrow$

$\Rightarrow a_t = 6 \cdot c \cdot \sqrt{\frac{v}{3c}} = 2\sqrt{3cv}$

$\Rightarrow a_t = 2\sqrt{3 \cdot \underset{m/s}{0.1} \cdot \underset{m/s^3}{0.3}} = \boxed{0.6\ m/s^2.}$