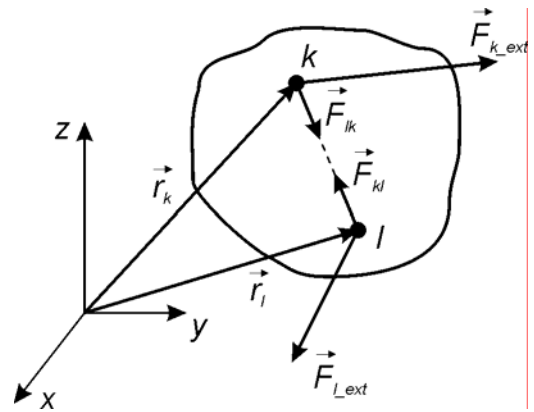


5. DINAMICA SISTEMULUI MECANIC.

Numim SISTEM MECANIC orice ansamblu de puncte materiale între care există forțe de interacțiune și care interacționează cu exteriorul. El trebuie să fie bine delimitat, pentru a putea identifica interacțiunile cu corpurile exterioare. Exemple de sisteme mecanice (orice corp sau ansamblu de corpuri, sistemul solar, ...).

Dacă între părțile sistemului (diferitele puncte materiale) există forțe de interacțiune, acestea se numesc forțe interne. Forțele interne apar perechi: forța cu care o particulă k acționează asupra unei particule l , $\vec{F}_{kl}$, este egală și de sens contrar cu forța cu care particula l acționează asupra particulei k , $\vec{F}_{lk}$ (principiul III al mecanicii): $\vec{F}_{kl} = -\vec{F}_{lk}$. Această egalitate este valabilă pentru orice k și l , adică pentru interacțiunea dintre orice două părți ale sistemului mecanic considerat.



Impulsul sistemului.

Dacă notăm cu $\vec{p}_k$ impulsul particulei k , vom avea, din legea a doua a lui Newton:

$$\frac{d\vec{p}_k}{dt} = \vec{F}_{k_ext} + \vec{F}_{k_int} \quad \text{și} \quad \text{însușind pe toate particulele vom avea:}$$

$$\frac{d\sum_k \vec{p}_k}{dt} = \sum_k \vec{F}_{k_ext} + \sum_k \vec{F}_{k_int} = \sum_k \vec{F}_{k_ext} = \vec{F}_{ext} \text{ deoarece } \sum_k \vec{F}_{k_int} = 0, \text{ pentru că forțele}$$

interne se anulează două câte două. Dacă notăm cu $\vec{p}$ impulsul sistemului,

$$\vec{p} = \sum_k \vec{p}_k, \text{ atunci vom putea scrie:}$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}_{ext} \text{ (seamănă cu ecuația scrisă pentru punctul material). Viteza de variație a}$$

impulsului total, $\frac{d\vec{p}}{dt}$, este egală cu rezultanta forțelor externe care acționează asupra sistemului de puncte materiale.

Momentul rezultat al forțelor interne.

Având în vedere că forțele interne acționează perechi, calculăm momentul rezultat al unei perechi și apoi însumăm pe toate perechile pentru a obține momentul rezultat al forțelor interne (de fapt obținem dublul momentului rezultat pentru că la însumare avem și perechea kl și perechea lk). Să calculăm momentul rezultat pentru perechea $\vec{F}_{kl}$ și $\vec{F}_{lk}$ din figura de mai sus. $\vec{r}_k \times \vec{F}_{lk} + \vec{r}_l \times \vec{F}_{kl} = (\vec{r}_k - \vec{r}_l) \times \vec{F}_{lk} = 0$.

Rezultanta forțelor interne și momentul rezultat al forțelor interne față de orice pol sunt nule.

Lucrul mecanic al forțelor interne.

Având în vedere că forțele interne acționează perechi, calculăm lucrul mecanic al unei perechi și apoi însumăm pe toate perechile pentru a obține lucrul mecanic rezultat al forțelor interne (de fapt obținem dublul lucrului mecanic pentru că la însumare avem și perechea kl și perechea lk). Pentru perechea kl lucrul mecanic efectuat de forțele $\vec{F}_{lk}$ și $\vec{F}_{kl}$ va fi: $\vec{F}_{lk} \cdot d\vec{r}_k + \vec{F}_{kl} \cdot d\vec{r}_l = \vec{F}_{lk} \cdot (d\vec{r}_k - d\vec{r}_l) = \vec{F}_{lk} \cdot d\vec{r}_{lk}$.

Pentru întreg sistemul de particule: $dW = \frac{1}{2} \sum_{l,k} \vec{F}_{lk} \cdot d\vec{r}_{lk}$. Dacă sistemul de particule

este un rigid (distanțele dintre părți nu se modifică în timp) atunci $d\vec{r}_{lk} = 0$ iar lucrul mecanic al forțelor interne este nul.

Momentul cinetic total.

Pentru particula k , momentul cinetic $\vec{L}_k = \vec{r}_k \times \vec{p}_k$. Însumând pe toate particulele, obținem: $\vec{J} = \sum_k \vec{L}_k = \sum_k \vec{r}_k \times \vec{p}_k$, unde cu $\vec{J}$ am notat momentul cinetic total.

Derivând în raport cu timpul, vom obține:

$$\frac{d\vec{J}}{dt} = \frac{d \sum_k \vec{r}_k \times \vec{p}_k}{dt} = \sum_k \vec{r}_k \times \dot{\vec{p}}_k = \sum_k \vec{r}_k \times \vec{F}_{k_ext} + \sum_k \vec{r}_k \times \vec{F}_{k_int} = \sum_k \vec{r}_k \times \vec{F}_{k_ext} \quad \text{pentru că}$$

momentul rezultat al forțelor interne se anulează. Avem deci:

$$\frac{d\vec{J}}{dt} = \vec{M}_{F_{ext}}.$$

Viteza de variație a momentului cinetic total în raport cu un pol, $\frac{d\vec{J}}{dt}$, este egală cu momentul resultant al forțelor externe în raport cu același pol.

Teorema energiei cinetice totale.

Pentru particula k , variația energiei cinetice este egală cu lucrul mecanic al forțelor care acționează asupra ei:

$$dE_{c,k} = d\left(\frac{mv_k^2}{2}\right) = \vec{F}_{k_{ext}} \cdot d\vec{r}_k + \vec{F}_{k_{int}} \cdot d\vec{r}_k = dW_{k_{Fext}} + dW_{k_{Fint}} \text{ iar } dE_c = dW_{Fext} + dW_{Fint}$$

Variația energiei cinetice totale este egală cu suma dintre lucrul mecanic al forțelor interne și lucrul mecanic al forțelor externe. Pentru un solid rigid, numai forțele externe produc/consumă lucru mecanic.