

Centrul de masă.

Se observă că ecuațiile pentru mișcarea de translație a sistemelor mecanice se aseamănă cu cele scrise pentru mișcarea punctului material. Pentru un sistem

mecanic: $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$ unde $\vec{p} = \sum_k m_k \vec{v}_k = \sum_k m_k \dot{\vec{r}}_k$ este impulsul sistemului mecanic iar $\vec{F}$

este rezultanta forțelor externe. $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} = \sum_k m_k \ddot{\vec{r}}_k$.

Aceleași ecuații le-am scrie și pentru o particulă de masă $m = \sum_k m_k$, aflată într-un

punct $\vec{r}$, sub acțiunea forței $\vec{F}$: $\vec{F} = m\ddot{\vec{r}}$, **dacă** $\vec{r} = \frac{\sum_k m_k \vec{r}_k}{m}$. Numim **centru de masă**

(CM) acel punct.

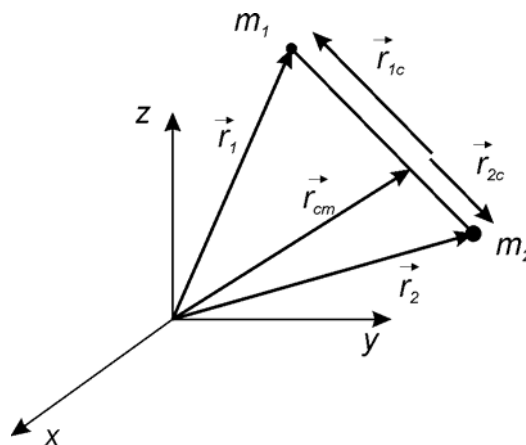
$$\vec{r}_{cm} = \frac{\sum_k m_k \vec{r}_k}{m}.$$

Descompunând pe axe, obținem: $x_{cm} = \frac{\sum_k m_k x_k}{m}$, $y_{cm} = \frac{\sum_k m_k y_k}{m}$, $z_{cm} = \frac{\sum_k m_k z_k}{m}$.

Exemplul 1: Centrul de masă al unui sistem de două corpuri.

$$\vec{r}_{cm} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2}.$$

Se arată ușor că centrul de masă al celor două corpuri se află pe dreapta care unește cele două corpuri, mai aproape de corpul mai greu. Pentru aceasta se calculează $\vec{r}_{1c} = \vec{r}_1 - \vec{r}_{cm}$ și se arată că este pe direcția $\vec{r}_2 - \vec{r}_1$, adică pe dreapta care unește cele două corpuri. Dacă cele două corpuri au mase egale, centrul de masă se află la jumătatea distanței dintre ele.

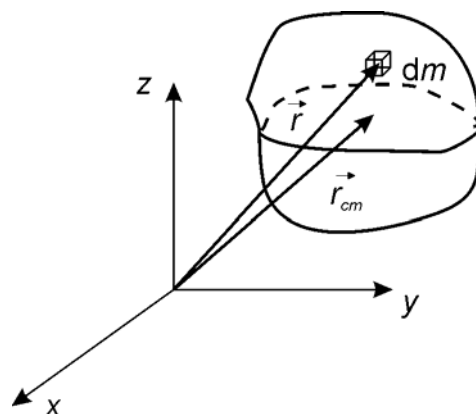


Exemplul 2: Centrul de masă al unui corp omogen, de formă oarecare, de densitate cunoscută. În acest caz alegem un element de volum dV , care va avea masa $dm = \rho dV$.

Dacă dV este mic, suma $\vec{r}_{cm} = \frac{\sum_k m_k \vec{r}_k}{m}$ se

transformă în integrală: $\vec{r}_{cm} = \frac{\int \vec{r} dm}{m} = \frac{\int \vec{r} \rho dV}{m}$

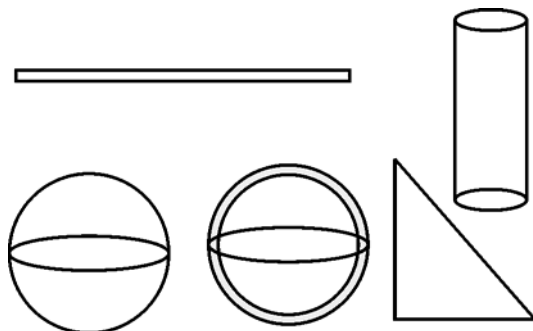
unde integrarea se face pe tot volumul corpului.



Dacă un corp omogen are un plan de simetrie sau o axă de simetrie, centrul de masă se găsește în acel plan sau pe acea axă de simetrie.

Centrul de masă nu este obligatoriu să aparțină unui punct al corpului.

Exemplu:



Vom vedea într-un capitol următor că, experimental, putem găsi centrul de masă al unui corp prin metoda suspendării corpului în diferite puncte.

! Din punct de vedere al translației, sistemul de puncte materiale se comportă ca și cum toată masa lui ar fi concentrată într-un punct, centrul de masă, iar forțele externe ar acționa acolo.

O întrebare care probabil vă frământă pe mulți: ecuația de mișcare a unui baston de masă M și lungime L aflat sub acțiunea unei forțe $\vec{F}$ este aceeași cu ecuația de mișcare a unui măr (punct material) de aceeași masă sub acțiunea aceleiași forțe $\vec{F}$?

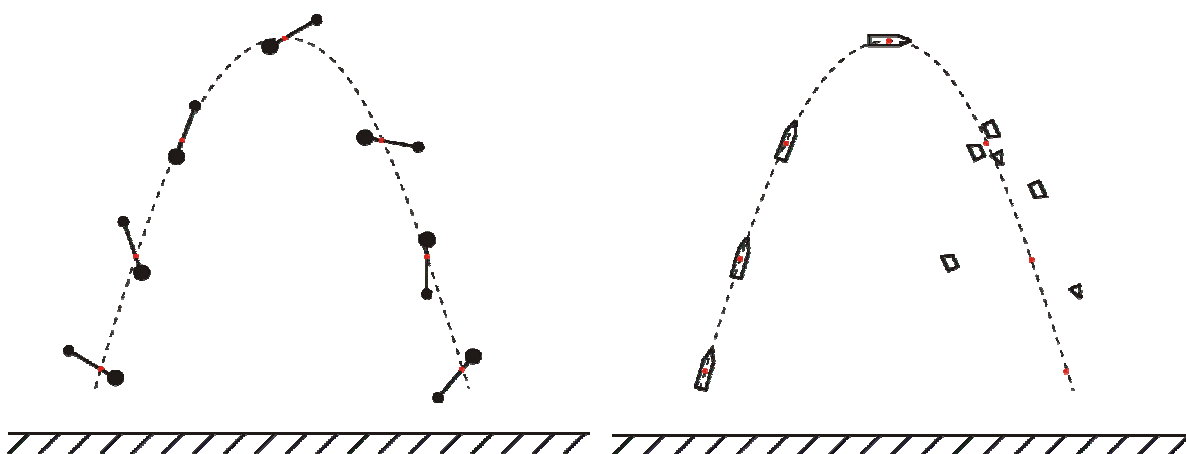
Răspunsul este "da", dacă este vorba de mișcarea de translație, și nu ne interesează orientarea spațială a corpurilor. *Centrul de masă* al bastonului și al mărului vor avea o mișcare identică.

Derivăm $m\vec{r}_{cm} = \sum_k m_k \vec{r}_k$ în raport cu timpul $\Rightarrow m\dot{\vec{r}}_{cm} = \sum_k m_k \dot{\vec{r}}_k = \vec{p}$. **Impulsul total al sistemului este egal cu masa sistemului înmulțită cu viteza centrului de masă.**

Derivăm încă o dată $\Rightarrow m\ddot{\vec{r}} = \sum_k m_k \ddot{\vec{r}}_k = \vec{F}$. **Rezultanta forțelor externe, $\vec{F}$, este egală cu masa sistemului înmulțită cu accelerația centrului de masă.**

Forțele interne nu pot schimba mișcarea centrului de masă.

Exemplu: *mișcarea unui baston*; centrul de masă al bastonului se mișcă pe o traiectorie parabolică; *mișcarea unui obuz*; părțile în care s-a rupt după explozie se mișcă în așa fel încât centrul lor de masă își păstrează mișcarea pe parabola inițială. Când una din părți atinge pământul apar forțe suplimentare iar mișcarea obuzului este alterată.



Mișcarea studiată din sistemul de referință al centrului de masă.

Am văzut că rezolvarea multor probleme este facilitată de alegerea corectă a sistemului de referință (coordonate) din care privim acea problemă. Să vedem cum se "vede" mișcarea unui sistem puncte materiale privită dintr-un sistem de referință legat de centrul de masă, SRCM care se mișcă prin translație față de un sistem de referință fix, numit sistem de referință laborator, SRL.

$\vec{r}_k = \vec{r}_{cm} + \vec{r}'_k$. $\vec{r}'_k$ sunt coordonatele particulelor măsurate din SRCM (S' din notațiile anterioare).

$$\frac{\sum_k m_k \vec{r}'_k}{m} = 0$$

pentru că reprezintă coordonata centrului de masă măsurată din SRCM. La fel:

$$\frac{\sum_k m_k \dot{\vec{r}}'_k}{m} = 0 = \frac{\sum_k \vec{p}'_k}{m} = 0, \text{ suma impulsurilor relative (în SRCM) este zero. Informația}$$

este foarte utilă pentru sistemele de două particule, când, în SRCM, impulsurile celor două particule vor fi întotdeauna egale în modul și de sens contrar.

Impulsul în SRCM.

$$\dot{\vec{r}}_k = \dot{\vec{r}}_{cm} + \dot{\vec{r}}'_k, \vec{v}_k = \vec{v}_{cm} + \vec{v}'_k \text{ (viteza absolută = viteza de transport + viteza relativă).}$$

$$\vec{p} = \sum_k m_k \vec{v}_k = \sum_k m_k \vec{v}_{cm} + \sum_k m_k \vec{v}'_k = m \vec{v}_{cm} + \sum_k m_k \vec{v}'_k. \text{ Ultimul termen este nul.}$$

Impulsul relativ al sistemului de particule este nul în SRCM. Dacă sistemul este format din două particule, impulsul lor trebuie să fie egal și de sens contrar în SRCM.

$\vec{p} = m \vec{v}_{cm}$. **Impulsul sistemului este egal cu produsul dintre masa sistemului și viteza centrului de masă.**

Momentul cinetic în SRCM.

$$\vec{J} = \sum_k \vec{r}_k \times m_k \vec{v}_k = \sum_k (\vec{r}_{cm} + \vec{r}'_k) \times m_k (\vec{v}_{cm} + \vec{v}'_k) = \vec{r}_{cm} \times m \vec{v}_{cm} + \sum_k \vec{r}'_k \times m_k \vec{v}'_k$$

$$\vec{J} = \vec{r}_{cm} \times \vec{p} + \sum_k \vec{r}'_k \times m_k \vec{v}'_k.$$

Primul termen, $\vec{r}_{cm} \times \vec{p}$, descrie mișcarea CM în sistemul de referință laborator, se numește moment cinetic orbital, $\vec{L}$. Cel de-al doilea termen, $\sum_k \vec{r}'_k \times m_k \vec{v}'_k$ descrie momentul cinetic al particulelor sistemului, privite din SRCM, și se numește moment cinetic de spin $\vec{S}$, sau moment cinetic relativ.

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}.$$

Viteza de variație a lui $\vec{J}$, $\frac{d\vec{J}}{dt}$, este momentul forțelor externe care acționează asupra

sistemului de puncte materiale: $\dot{\vec{J}} = \vec{M} = \sum_k \vec{r}_k \times \vec{F}_{k_ext} = \sum_k (\vec{r}_{cm} + \vec{r}'_k) \times \vec{F}_{k_ext}$ sau,

desfășurat:

$$\dot{\vec{J}} = \sum_k \vec{r}_{cm} \times \vec{F}_{k_ext} + \sum_k \vec{r}'_k \times \vec{F}_{k_ext}.$$

Dar $\dot{\vec{J}} = \dot{\vec{L}} + \dot{\vec{S}}$, iar $\dot{\vec{L}} = \vec{r}_{cm} \times \vec{F}$ ceea ce înseamnă că $\dot{\vec{S}} = \sum_k \vec{r}'_k \times \vec{F}_{k_ext}$. **Teorema**

momentului cinetic are aceeași formă și în SRL și în SRCM, oricare ar fi mișcarea de translație a SRCM.

Energia cinetică.

Viteza particulei k de masă m_k se scrie: $\vec{v}_k = \vec{v}_{cm} + \vec{v}'_k$.

$$\text{Energia ei: } \frac{m_k v_k^2}{2} = \frac{m_k v_{cm}^2}{2} + \frac{m_k v_k'^2}{2} + \frac{2m_k \vec{v}_{cm} \cdot \vec{v}'_k}{2}.$$

Când Calculăm energia cinetică totală prin însumare, ultimul termen dispare $\Rightarrow$

$$E_c = \sum_k \frac{m_k v_k^2}{2} = \frac{m v_{cm}^2}{2} + \sum_k \frac{m_k v_k'^2}{2}. \text{ Teorema König (1751). Energia cinetică totală, } E_c,$$

este egală cu energia cinetică de transport (orbitală) a centrului de masă $\frac{m v_{cm}^2}{2}$ (E_{cm}

ca și cum toată masa ar fi concentrată în CM) + energia cinetică relativă (internă) a

componentelor, în SRCM $E'_c = \sum_k \frac{m_k v_k'^2}{2}$.

$$E_c = E_{cm} + E'_c.$$

Teorema energiei cinetice: $dE_c = \sum_k (\vec{F}_{k_ext} + \vec{F}_{k_int}) \cdot d\vec{r}_k$

$$dE_c = d\left(\frac{m v_{cm}^2}{2} + \sum_k \frac{m_k v_k'^2}{2}\right) = \sum_k (\vec{F}_{k_ext} + \vec{F}_{k_int}) \cdot (d\vec{r}_{cm} + d\vec{r}'_k).$$

$$dE_c = \vec{F}_{ext} \cdot d\vec{r}_{cm} + \sum_k (\vec{F}_{k_ext} + \vec{F}_{k_int}) \cdot d\vec{r}'_k.$$

Pe de altă parte știm că:

$$\vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{dm\vec{v}_{cm}}{dt} \text{ iar } d\left(\frac{mv_{cm}^2}{2}\right) = \vec{F}_{ext} \cdot d\vec{r}_{cm} = dE_{cm} \text{ și din:}$$

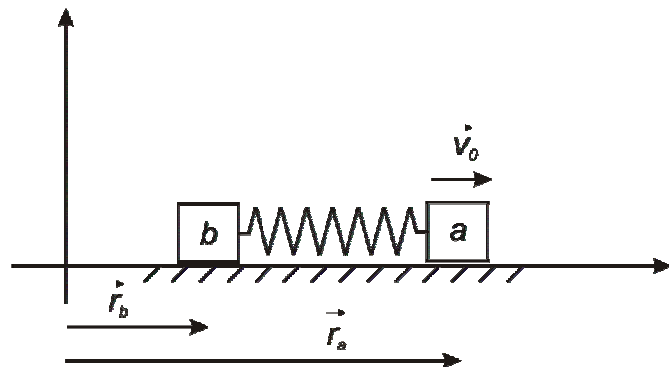
$$dE_c = \vec{F}_{ext} \cdot d\vec{r}_{cm} + \sum_k (\vec{F}_{k_ext} + \vec{F}_{k_int}) \cdot d\vec{r}'_k \text{ și } dE_c = dE_{cm} + dE'_c \text{ rezultă:}$$

$$dE'_c = \sum_k (\vec{F}_{k_ext} + \vec{F}_{k_int}) \cdot d\vec{r}'_k.$$

Teorema energiei cinetice totale se scrie la fel în SRL și SRCM, oricare ar fi mișcarea de translație a SRCM față de SRL.

! SRCM este sistemul de referință ideal pentru sistemele de corpuri izolate (fără interacțiuni cu exteriorul), pentru că este un sistem de referință inerțial.

Exemplu: Un resort de lungime nedeformată l , constantă elastică k este legat de două corpuri de masă m , ca în figură. Presupunând că inițial resortul este nedeformat iar corpului din dreapta i se imprimă o viteză v_0 spre



dreapta, să se găsească dependența de timp a vitezei corpurilor. Mișcarea celor două corpuri se efectuează fără frecare. Cel mai convenabil este să descriem

mișcarea corpurilor din SRCM. $r_{cm} = \frac{mr_a + mr_b}{2m} = \frac{r_a + r_b}{2}.$

Viteza inițială a CM este $v_{0cm} = \frac{mv_{0a} + mv_{0b}}{2m} = \frac{v_0}{2}.$ Asupra CM nu acționează nici o

forță pe direcția orizontală, deci **CM se deplasează cu viteză constantă, $v_0/2$ spre dreapta (este SRI).**

Coordonatele celor două corpuri, măsurate în SRCM sunt:

$$r'_a = r_a - r_{cm}, \quad r'_b = r_b - r_{cm} = -r'_a.$$

Viteza inițială a celor două corpuri în SRCM, $v'_{0a} = -v'_{0b} = \frac{V_0}{2}$.

Alungirea instantanee a resortului este: $r_a - r_b - l = r'_a - r'_b - l$. Vom avea:

$$m\ddot{r}'_a = -k(r'_a - r'_b - l) \text{ și } m\ddot{r}'_b = k(r'_a - r'_b - l). \text{ Le scădem și obținem:}$$

$$m(\ddot{r}'_a - \ddot{r}'_b) = -2k(r'_a - r'_b - l). \text{ Dacă notăm cu } u \text{ alungirea resortului, vom avea}$$

$$u = r_a - r_b - l = r'_a - r'_b - l \text{ și}$$

$$m\ddot{u} = -2ku \text{ adică } \ddot{u} + \frac{2k}{m}u = 0. \text{ Notăm } \frac{2k}{m} = \omega^2 \text{ si obținem ecuația oscilatorului:}$$

$$\ddot{u} + \omega^2 u = 0 \text{ care are ca soluție: } u = A \cos(\omega t + \varphi). \quad u(0) = 0 \Rightarrow \varphi = \pi/2 \Rightarrow$$

$$u = A \sin(\omega t). \quad \dot{u}(0) = v'_a(0) - v'_b(0) = v_0 = A\omega. \text{ Vom avea:}$$

$$u = \frac{V_0}{\omega} \sin(\omega t). \text{ Dependența de timp a distanței dintre particule este sinusoidală.}$$

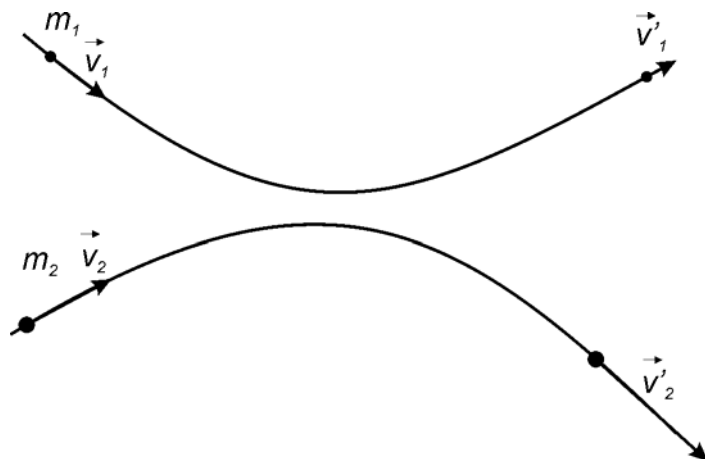
$$\dot{u}(t) = v'_a(t) - v'_b(t). \text{ Știind că } v'_a(t) = -v'_b(t) \text{ rezultă: } v'_a(t) = -v'_b(t) = \frac{1}{2}v_0 \cos \omega t.$$

În SRL vom avea:

$$v_a(t) = v_{cm} + v'_a = \frac{V_0}{2} + \frac{1}{2}v_0 \cos \omega t, \quad v_b(t) = v_{cm} + v'_b = \frac{V_0}{2} - \frac{1}{2}v_0 \cos \omega t.$$

Ciocniri.

Majoritatea cunoștințelor pe care le avem despre atomi, nuclee și particule elementare provin din experimente de **împrăștiere** a particulelor. Dacă identificarea interacțiunilor care apar într-un proces de împrăștiere este o sarcină



dificilă, găsirea direcțiilor de împrăștiere, a vitezelor și energiilor finale este mult ușurată de existența unor legi de conservare, pe care le vom discuta aici. *Se consideră că inițial particulele erau la distanțe mari una de cealaltă și nu interacționau între ele. Forțe de interacțiune între cele două particule apar pe măsura apropierii particulelor și duc la modificarea impulsului individual al acestora (impulsul total se conservă pentru că aceste forțe sunt forțe interne pentru sistemul format din cele două particule). După împrăștiere particulele se află iarăși la mare distanță și nu mai interacționează.*

Dacă rezultanta forțelor externe este nulă, impulsul sistemului se conservă și

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}'_1 + m_2\vec{v}'_2$$

Experimental, de obicei se cunosc $\vec{v}_1$ și $\vec{v}_2$. Mai mult, de obicei una din particule se află în repaus (ciocnirea cu un perete, ciocnirea particulelor accelerate cu o țintă, ...).

Fenomenul de **ciocnire** a două corpuri îl asociem de obicei cu un eveniment care implică contactul dintre cele două corpuri (deși, principial, și împrăștierea particulelor despre care am vorbit mai sus este tot un proces de ciocnire, însă de durată mai lungă – în sensul definiției de mai jos). *Se consideră că cele două corpuri interacționează doar pe timpul ciocnirii și că durata ciocnirii este foarte mică astfel încât variația de impuls (și moment cinetic) datorat eventualelor forțe externe este nul.* La fel ca și în procesul de împrăștiere a particulelor descris mai sus, într-o ciocnire impulsul (și momentul cinetic) se conservă.

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}'_1 + m_2\vec{v}'_2 .$$

În momentul ciocnirii, corpurile se deformează, viteza relativă devine zero iar energia lor cinetică se transformă în alte forme de energie (deformație, termică, ...). Imediat după această etapă, urmează etapa separării, când viteza relativă crește din nou și energia înmagazinată în deformație este re-dată corpurilor. În cazul **ciocnirilor elastice**, energia cinetică a corpurilor înainte de ciocnire este egală cu energia cinetică a corpurilor după ciocnire (nu se înmagazinează energie prin deformare și nu se pierde energie prin încălzirea corpurilor). În cazul **ciocnirii total neelastice (plastice)** cele două corpuri fuzionează și se mișcă împreună. Energia cinetică a

ansamblului format este mai mică decât energia inițială a părților. Diferența de energie a fost transformată în alte forme de energie.

În zona de contact apar forțe tangențiale și normale foarte mari însă acestea nu pot modifica impulsul sistemului ci doar redistribui impulsul între părțile componente. Dacă direcția normalelor coincide cu direcția de mișcare a corpurilor înainte de ciocnire, ciocnirea se numește frontală. Dacă direcția normalelor trece prin centrele de masă în momentul ciocnirii, ciocnirea este centrală (de ex. pentru sfere omogene, ciocnirea este întotdeauna centrică, dar în general oblică).

Ciocnirea elastică.

- se conservă impulsul total și energia cinetică totală.

Exemplu: cazul 1 D.

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2, \quad \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 v'^2_1}{2} + \frac{m_2 v'^2_2}{2}.$$

$$m_1(v_1 - v'_1) = m_2(v'_2 - v_2), \quad m_1(v_1^2 - v'^2_1) = m_2(v'^2_2 - v_2^2)$$

de aici $v_1 + v'_1 = v'_2 + v_2 \Rightarrow -v'_2 + v'_1 = +v_2 - v_1$ adică $v'_r = -v_r \Rightarrow$ **viteza relativă își schimbă semnul.**

După calcule, obținem: $v'_1 = 2 \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} - v_1$ iar $v'_2 = 2 \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} - v_2$.

- Dacă masele sunt egale: $v'_1 = v_2$, $v'_2 = v_1$ (corpurile schimbă vitezele la ciocnire)
- Dacă una dintre mase este în repaus înainte de ciocnire, $v_2 = 0$ atunci:

$$v'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 \text{ și } v'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1. \text{ Dacă } m_1 > m_2, m_1 \text{ continuă mișcarea, dacă}$$

$$m_1 < m_2, m_1 \text{ ricoșează înapoi, dacă } m_1 = m_2, m_1 \text{ se oprește.}$$

Dacă $m_1 \gg m_2$ (**ciocnirea cu un perete**) atunci $v'_1 = 2v_2 - v_1$ și $v'_2 = v_2$ (peretele nu simte ciocnirea și își continuă mișcarea cu aceeași viteză).

Ciocnirea perfect plastică.

Impulsul se conservă: $m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{v}'$ iar $v' = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}$. Energia cinetică

nu se conservă $-\Delta E_c = Q$ (Q este pierderea de energie la ciocnire: deformare,

căldură, ...). $Q = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2) v'^2}{2}$ care se poate scrie

$$Q = \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (\vec{v}_1 - \vec{v}_2)^2 = \frac{1}{2} \mu v_r^2 \text{ unde } \mu \text{ este masa redusă iar } v_r \text{ este viteza relativă.}$$

Ciocnirea inelastică.

Pentru descrierea ciocnirilor care nu sunt nici elastice și nici perfect plastice, și pentru a avea o măsură a caracterului elastic al unei ciocniri se folosește noțiunea de coeficient de restituire. Coeficientul de restituire este definit ca și minus raportul dintre viteza relativă normală - după ciocnire și viteza relativă normală - înainte de

ciocnire. $k = -\frac{v'_m}{v_m} = -\frac{v'_{1n} - v'_{2n}}{v_{1n} - v_{2n}}$. Termenul “normală” se referă la componenta vitezei

perpendiculară pe planul de contact din momentul ciocnirii (componenta vitezei pe direcția reacțiunii normale).

Ciocnirile și SRCM.

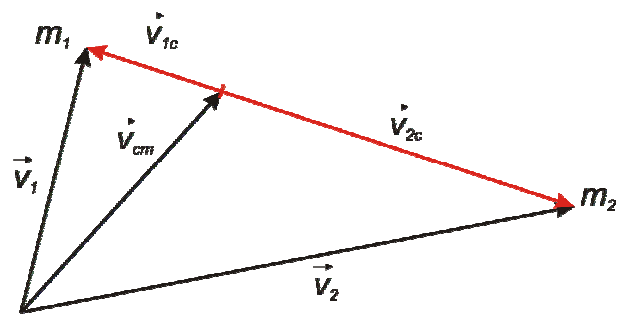
Aproape întotdeauna este mai convenabil de studiat fenomenele de împrăștiere din SRCM decât SL. Mișcarea corpurilor în SRCM este mișcare relativă, mișcarea SRCM față de SL este mișcare de transport iar mișcarea corpurilor față de SL este mișcarea absolută.

$$\vec{v}_{cm} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}.$$

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_{cm} + \vec{v}_{1c}, \quad \vec{v}_2 = \vec{v}_{cm} + \vec{v}_{2c}.$$

Atunci

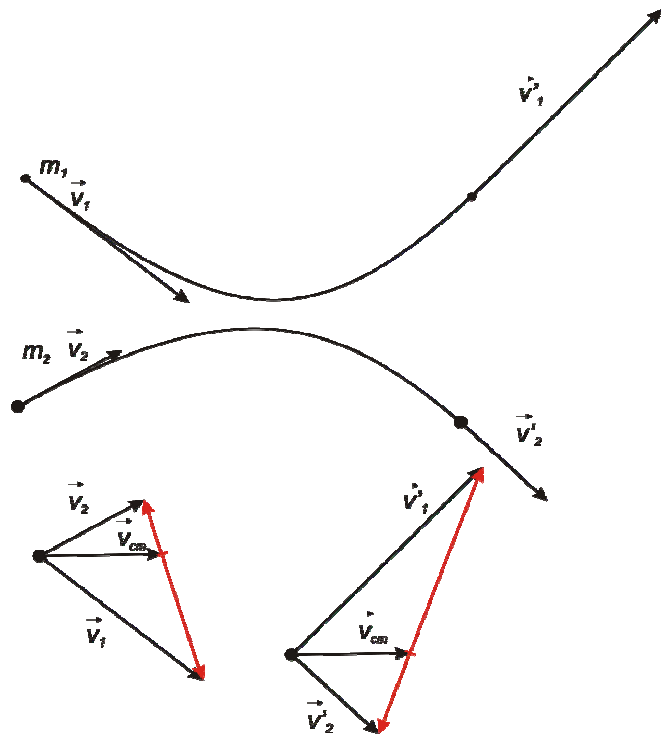
$$\vec{v}_{1c} = \vec{v}_1 - \vec{v}_{cm}, \quad \vec{v}_{2c} = \vec{v}_2 - \vec{v}_{cm}.$$



$$\text{Adică: } \vec{v}_{1c} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} (\vec{v}_1 - \vec{v}_2), \quad \vec{v}_{2c} = -\frac{m_1}{m_1 + m_2} (\vec{v}_1 - \vec{v}_2).$$

Se observă că în SRCM cele două corpuri au vitezele coliniare. Impulsurile corpurilor sunt egale și de sens contrar în SRCM.

$$\vec{p}_{1c} = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (\vec{v}_1 - \vec{v}_2) = \mu \vec{v}_{rel} \quad ,$$



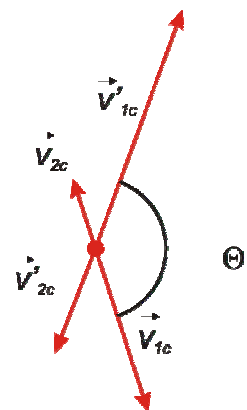
$\vec{p}_{2c} = -\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (\vec{v}_1 - \vec{v}_2) = -\mu \vec{v}_{rel}$. În plus, impulsul sistemului, $(m_1 + m_2) \vec{v}_{cm}$, se conservă, adică $\vec{v}_{cm}$ este constant.

Dacă în SL o ciocnire arată ca în desenul de mai sus, în SRCM vedem corpurile apropiindu-se pe o direcție, iar după ciocnire le vedem îndepărtându-se pe altă direcție, vezi desenul din stânga.

Mișcarea corpurilor este mult mai simplă în SRCM. Vitezele inițiale și finale determină planul de împrăștiere.

În acest plan, fiecare particulă este deviată cu același unghi Θ . **Θ depinde de natura interacțiunilor dintre particule iar măsurarea lui oferă informații despre aceste interacțiuni.**

Dacă ciocnirea este elastică, atunci în SRCM scriem:



$\frac{m_1 v_{1c}^2}{2} + \frac{m_1 v_{2c}^2}{2} = \frac{m_1 v_{1c}'^2}{2} + \frac{m_1 v_{2c}'^2}{2}$ iar $m_1 v_{1c} - m_2 v_{2c} = 0$ și $m_1 v_{1c}' - m_2 v_{2c}' = 0$ deoarece impulsul sistemului în SRCM este nul.

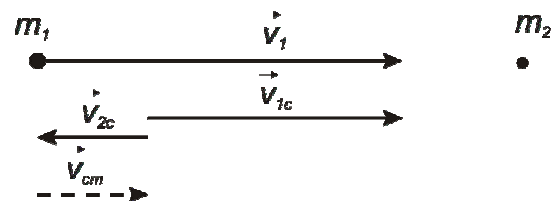
$v_{1c} = v_{1c}'$ și $v_{2c} = v_{2c}' \Rightarrow$ în ciocnirea elastică, în SRCM, viteza fiecărei particule este aceeași înainte și după ciocnire $\Rightarrow$ vectorii viteză se rotesc în planul de împrăștiere.

Veți spune că măsurătorile unghiurilor de împrăștiere (θ_1 pentru particula 1 și θ_2 , pentru particula 2) se efectuează în SL. Corect. Să găsim legătura dintre unghiul Θ și unghiurile de deflecție θ_1 și θ_2 măsurate în SL.

Exemplu: Ciocnirea cu o particulă aflată în repaus.

$$\vec{v}_{cm} = \frac{m_1 \vec{v}_1}{m_1 + m_2}, \quad \vec{v}_{1c} = \frac{m_2 \vec{v}_1}{m_1 + m_2},$$

$$\vec{v}_{2c} = -\frac{m_1 \vec{v}_1}{m_1 + m_2} \vec{v}_1 = -\vec{v}_{cm}.$$



Diagramele vitezelor pentru cele două particule sunt prezentate în figurile de mai jos.

