

3. DINAMICA PUNCTULUI MATERIAL.

3.1. PRINCIPIILE MECANICII.

Am văzut pe parcursul capitolului precedent, cinematica, că știind o lege de mișcare: $x(t)$ sau $v(t)$ sau $a(t)$, și condițiile inițiale: poziția inițială, viteza inițială, accelerația inițială, putem să obținem celelalte legi prin operații “simple” de derivare și integrare. Pentru calculele noastre nu am avut nevoie să cunoaștem cauzele mișcării. În acest capitol, Dinamica Punctului Material, vom vedea cum se reflectă cauzele mișcării în legile de mișcare. Pentru aceasta vom studia principiile/legile care guvernează mecanica clasică: Legile lui Newton. Aceste legi, pe cât sunt de simple pe atât sunt de importante în rezolvarea problemelor de mecanică și nu numai. Enunțul lor a însemnat un progres remarcabil al gândirii științifice, conținutul lor fiind bazat îndeosebi pe observații experimentale.

Principiile mecanicii Newtoniene sunt valabile în ceea ce denumim “**mecanica clasică**”.

Atunci când vitezele cu care avem de-a face sunt apropiate de viteza luminii sau când studiem corpuri de dimensiuni atomice sau sub-atomice, legile lui Newton nu mai sunt valabile, din cauza faptului că conceptele de spațiu, timp și măsurătoare sunt altele la acele scale (viteze mari, distanțe mici). **Mecanica relativistă** se ocupă de primul caz: viteze comparabile cu viteza luminii, iar **mecanica cuantică** de cel de-al doilea: corpuri de dimensiuni atomice și sub-atomice.

Exemplu: Mecanica clasică ne permite să prezicem eclipsele cu o precizie uimitoare însă este nefolositoare, de exemplu, la prezicerea mișcării electronilor în atomi.

Și atunci de ce mai studiem mecanica clasică? Pentru că lumea macroscopică în care trăim este una “clasică” iar principiile lui Newton, pe care le vom enunța în continuare, explică cu succes fenomene/procese din viața de toate zilele, fiind un instrument de lucru foarte util oamenilor de știință și inginerilor. În plus, după cum am precizat și la începutul acestui curs, multe din conceptele fundamentale cu care operăm în mecanica clasică: energie, impuls, moment cinetic, legi de conservare, etc. sunt preluate și folosite în fizica modernă.

Mai trebuie precizat că deși legile lui Newton sunt un bun punct de plecare în studiul mecanicii clasice, există și alte moduri de abordare care folosesc mai degrabă energia decât forța ca și punct de plecare. Acestea sunt formalismele Lagrange și Hamilton despre care veți auzi la cursul de Fizică Teoretică.

Enunțăm și discutăm pe rând, principiile mecanicii Newtoniene.

Principiul I (principiul inerției). *Un corp își păstrează starea de repaus sau de mișcare rectilinie uniformă atâta timp cât asupra lui nu acționează un alt corp care să-i modifice această stare.*

Să analizăm această formulare :

1) Știm din experiența zilnică că pentru a deplasa un corp (fie că este mașină, fie că este un dulap, o jucărie, ...) cu viteză constantă, chiar și pe o suprafață orizontală, trebuie să acționăm asupra acestuia cu o forță. Dacă oprim acțiunea forței, corpul se oprește, nicidecum nu continuă să se deplaseze cu viteză constantă. Deci viața cotidiană ne spune că avem nevoie de forțe pentru a deplasa corpurile cu viteză constantă. *E vreo problemă cu principiul inerției?* Nicidecum. În mișcările de care am vorbit mai înainte frecarea joacă un rol important. De fapt, noi folosim forța cu care acționăm asupra corpului pentru a contracara efectele frecării.

Dacă am dori să efectuăm un experiment pentru verificarea principiului I noi trebuie să eliminăm acțiunea tuturor forțelor. Efectuarea unui astfel de experiment este dificilă pentru că eliminarea tuturor forțelor care acționează asupra corpului înseamnă printre altele și eliminarea forței de interacțiune gravitațională deci experimentul ar trebui să se desfășoare undeva în spațiu, la distanță infinită de alte corpuri pentru ca interacțiunea cu acestea să fie nulă. Acolo ar trebui să imprimăm corpului o viteză și să arătăm că aceasta rămâne constantă în timp. Cam greu de realizat.

În lipsă de resurse pentru a efectua experimentul de mai sus putem încerca un experiment în care compensăm (sau să diminuăm) toate forțele care acționează asupra corpului, de exemplu folosind vehicule pe pernă de aer deplasate pe suprafețe orizontale sau lansând o bilă de oțel pe o suprafață de sticlă orizontală. Vom observa că dacă frecarea devine neglijabilă, vehiculul sau bila de oțel se deplasează cu viteză constantă, viteza de lansare, fără să se oprească (în fine, corpul se va opri la marginea camerei sau a suprafeței de sticlă).

2) Știm de la cinematică că repausul și mișcarea unui corp sunt relative și depind de alegerea sistemului de referință. Corpul pe care îl studiem poate să fie în repaus, mișcare rectilinie uniformă, accelerată sau orice alt fel de mișcare ne putem închipui, privit din diferite sisteme de referință, indiferent ce forțe acționează **sau nu** asupra lui. *E vreo problemă cu principiul inerției?* Nicidecum. Putem să facem o clasificare a sistemelor de referință în sisteme de referință pentru care principiul I este valabil și sisteme de referință în care acesta nu este valabil.

Sistemele de referință din care vedem corpul studiat mișcându-se cu viteză constantă sau îl vedem în repaus atunci când asupra lui NU acționează nici un alt corp se numesc sisteme de referință inerțiale (SRI). Celelalte sisteme de referință se numesc neinerțiale (accelerate).

Exemplu (răspuns întrebare de la curs): Pe timpul lui Newton, un exemplu clasic de sistem de referință inerțial era sistemul de referință legat de așa numitele stele fixe (stelele din diverse constelații), despre care se presupunea că sunt în repaus față de ceea ce era numit pe vremea aceea "spațiu absolut". Imprecizia măsurătorilor din acele vremuri precum și timpii mici de măsură nu au permis evidențierea mișcării relative a acestor corpuri cerești. "Stelele fixe" nu sunt, de fapt, fixe dar sunt o bună aproximație pentru un sistem de referință inerțial. Oricum, e cam complicat de ales un astfel de sistem de referință dacă scopul nostru ar fi studierea mișcării unui corp pe un plan înclinat în laboratorul de mecanică.

Principiul I nu ne spune care sunt sistemele de referință inerțiale și care nu, ci doar ne indică un mod de a face distincția între ele. Pentru majoritatea mișcărilor studiate, un SR legat de Pământ poate fi considerat un sistem de referință inerțial. De ce nu ar fi "pur" inerțial un SR legat de Pământ? Datorită, de exemplu, rotației diurne a Pământului (mișcare de rotație = mișcare accelerată). Abaterile sunt însă mici și pot fi neglijate într-o primă aproximație⁴.

⁴ Presupunem că am ales un sistem de referință ca și sistem de referință inerțial. Reprezentând toate forțele care acționează asupra punctului material îi putem calcula accelerația ca și raportul dintre forța rezultantă și masa corpului. Dacă măsurăm accelerația și obținem aceeași valoare, SR e inerțial. Dacă accelerația este alta decât cea calculată din forțe, și noi nu suntem în stare să identificăm forța

! Toate sistemele de referință care se mișcă cu viteză constantă față de un SRI sunt și ele sisteme de referință inerțiale.

Experiența mai spune că dacă dorim să schimbăm starea de mișcare rectilinie sau de repaus a unui corp, trebuie să acționăm asupra lui. *Corpurile sunt inerte, adică nu-și schimbă de la sine starea de repaus sau mișcare rectilinie uniformă.* Ele se mișcă rectiliniu și uniform în virtutea inerției dacă nu există acțiuni exterioare și tot datorită inerției tind să-și păstreze această stare opunându-se sau reacționând la acțiunile exterioare.

Conform principiului inerției, mișcarea rectilinie uniformă se autoîntreține. Orice acțiune exterioară strică o astfel de mișcare curbând traiectoria sau modificând mărimea vitezei $\Rightarrow$ produce o accelerație.

Noțiunea de forță.

Am vorbit mai înainte de acțiuni exterioare care ar modifica starea de repaus sau de mișcare rectilinie uniformă a corpurilor. Numim aceste acțiuni exterioare: forțe.

- Asociem adesea noțiunea de forță cu efortul pe care îl depunem la ridicarea unui corp, la deplasarea sau deformarea acestuia. Putem indica direcția și sensul acțiunii noastre deci putem caracteriza forța print-un vector.
- Se poate demonstra experimental că forțele se adună(compun) ca și niște vectori.
- Exemple de forțe: de frecare, de tracțiune, de greutate, tensiuni din fire,
- Cum măsurăm forțele? Prin efectele pe care le produc. De exemplu, forța poate produce alungirea unui corp elastic, alungire proporțională cu forța aplicată. Măsurând alungirea corpului (resort, elastic, ...) avem o indicație a mărimii forței aplicate. Acesta este principiul de construcție pentru un dinamometru (aparat pentru măsurarea forțelor).

(interacțiunea) reală care produce acea accelerație, atunci, cel mai probabil, sistemul de referință pe care l-am ales nu este inerțial.

- Ce înseamnă modificare a stării de repaus ($\vec{v} = \vec{0}$) sau modificare a stării de mișcare rectilinie uniformă ($\vec{v} = \text{const.}$)? Înseamnă apariția unei accelerații.

Principiul II (fundamental) al dinamicii

$\vec{F} = m\vec{a}$ (legea fundamentală a dinamicii; legea a doua a lui Newton) ⁵.

Forța = cauză; accelerația = efect.

! Principiul II este valabil doar în sisteme de referință inerțiale și forma acestuia nu se schimbă la trecerea de la un SRI la altul.

Dacă asupra unui corp aplicăm forța $\vec{F}$, atunci corpul se va deplasa uniform accelerat cu accelerația $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$ unde m este o constantă de proporționalitate având dimensiunea unei mase. Numim această constantă **masa inerțială** (vezi mai jos).

Altfel spus, un corp care se mișcă cu accelerația $\vec{a}$ se află în mod sigur sub acțiunea unei forțe, $\vec{F} = m\vec{a}$.

Vectorul forță și vectorul accelerație au aceeași direcție și același sens ($m > 0$).

Generalizând, putem scrie că: $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ unde prin $\sum \vec{F}$ înțelegem rezultanta tuturor forțelor care acționează asupra corpului. Rezultanta forțelor și accelerația au aceeași direcție și același sens ($m > 0$). Ecuația este vectorială deci putem scrie:

⁵ Corect, legea a II a lui Newton are forma: $\vec{F} = \frac{dm\vec{v}}{dt} = \frac{dm}{dt}\vec{v} + m\frac{d\vec{v}}{dt}$. Dacă m este constant

atunci $\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$. Când nu este constant m ? Când studiem mișcarea rachetelor; Când

vitezele sunt apropiate de viteza luminii (mecanica relativistă: $m = m_0 / \sqrt{1 - v^2 / c^2}$, unde m_0 este masa de repaus, v este viteza corpului iar c este viteza luminii); în diverse probleme în care intervin lanțuri care cad; când, de exemplu, studiem mișcarea unei picături de apă care se evaporă; etc. .

$\sum F_x = ma_x = m\ddot{x}$; $\sum F_y = ma_y = m\ddot{y}$; $\sum F_z = ma_z = m\ddot{z}$ (principiul independenței acțiunii forțelor).

$[F] = \text{forță} = [m][a] = \text{MLT}^{-2}$ iar unitatea de măsură este NEWTON (N).

$$1\text{N} = 1\text{kg} \cdot 1\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

O forță de 1 N imprimă unui corp cu masa inerțială de 1 kg o accelerație de 1m/s^2 .

Ce este masa?

Se observă din expresia Principiului II că pentru o forță constantă, efectul (adică accelerația, variația vitezei) este cu atât mai mic cu cât masa inerțială a corpului este mai mare. Am definit inerția ca și tendință a corpurilor de a-și păstra starea de repaus sau mișcare rectilinie uniformă. Corpurile reușesc acest lucru i.e. să-și păstreze starea de repaus sau mișcare rectilinie uniformă, cel mai ușor atunci când masa lor inerțială este mare.

Într-o primă formulare putem spune că **masa (inerțială) este o măsură a inerției corpurilor**. OK, dar această definiție nu ne arată cum să măsurăm mărimea fizică numită masă (inerțială).

Pe de altă parte, pornind de la principiul II vedem că putem defini masa inerțială ca și raportul dintre mărimea rezultantei forțelor și mărimea accelerației corpului $m = \frac{F}{a}$.

Dacă folosim aceasta ecuație ca și formulă de definiție a masei inerțiale, avem și modul de măsurare: forțele le măsurăm cu un dinamometru iar accelerația corpului o măsurăm cu o riglă și cu un cronometru. Calculând apoi raportul rezultatelor măsurătorilor obținem masa inerțială a corpurilor. Operații cam complicate dacă trebuie să cumpărăm 2 kg de castraveți de la piață.

Măsurarea masei nu se face, practic, aproape niciodată așa. De obicei așezăm corpul pe o balanță și măsurăm cu ajutorul acesteia numărul de kilograme ale corpului. O măsurătoare destul de statică, dacă ne gândim la cea descrisă înainte.

Din ce ecuație obținem informația că putem să măsurăm masa folosind o balanță?

Cu balanța măsurăm de fapt forța de greutate a corpului i.e. forța de interacțiune dintre corp și Pământ: forța de interacțiune gravitațională. Veți înțelege aceasta când vom povesti despre momentul forței și despre echilibru. Forța de interacțiune gravitațională dintre două corpuri de mase M și m este $F = G \frac{mM}{R^2}$ unde R este distanța dintre centrele de greutate (veți învăța mai târziu ce înseamnă) ale corpurilor iar G este o constantă: $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2}$. Dacă corpul nostru este la suprafața Pământului, $R \approx 6.4 \cdot 10^6 m$. Știind că masa Pământului este $M \approx 6 \cdot 10^{24} kg$, putem calcula constanta $G \frac{M}{R^2} = 9.8 \frac{m}{s^2}$. Notăm această constantă g . g are dimensiunea unei accelerații (accelerație gravitațională). Deci forța de interacțiune dintre corpul nostru și Pământ, numită și forță de interacțiune gravitațională sau greutatea corpului, se poate scrie ca:

$$F = mg.$$

Ecuția de mai sus ne indică și cum putem măsura masa: măsurăm forța de greutate (prin compararea ei cu etaloane) și apoi împărțim rezultatul la constanta g , măsurată în acel punct. Numim această masă: masa gravitațională. Este același lucru cu masa inerțială? În principiu, cele două mase NU este neapărat necesar să fie identice. Masa gravitațională se referă la un fenomen specific: interacțiunea gravitațională, pe când masa inerțială este constanta de proporționalitate care leagă accelerația unui corp de forțele care produc acea accelerație. Cele două mase se referă la proprietăți diferite și deci, în principiu, nu ar avea nevoie să fie egale.

Care este, totuși, legătura dintre masa măsurată cu balanța (masa gravitațională) și cea calculată din raportul dintre forță și accelerație (masa inerțială)?

Toate experimentele au indicat că, în limita erorilor experimentale, masa inerțială (măsurată conform definiției) și masa gravitațională (măsurată cu balanța) sunt egale. Are acest fapt vreo semnificație? Da. Pentru mai multe detalii $\Rightarrow$ Teoria Relativității Generale a lui Einstein.

Principiul III (Principiul acțiunii și reacțiunii).

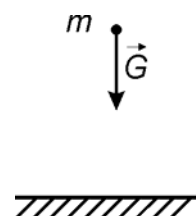
Dacă un corp acționează asupra unui alt corp cu o forță (numită acțiune) atunci și cel de-al doilea corp acționează asupra primului cu o forță egală în modul și de sens contrar (numită reacțiune).

! Forțele de apar întotdeauna perechi: acțiune și reacțiune.

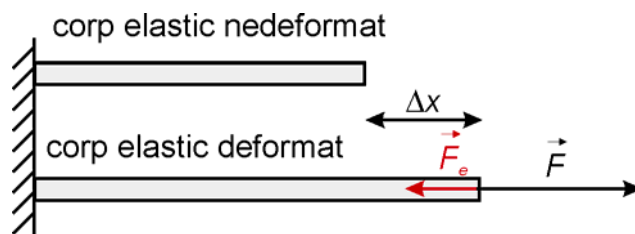
! Acțiunea și reacțiunea acționează asupra unor corpuri diferite; sunt egale în mărime și au sens opus.

3.2. TIPURI DE FORȚE.

Forța de greutate $\vec{G}$: de obicei, forța de interacțiune dintre corp și Pământ. Mărimea ei este $G = mg$ unde m este masa corpului iar g este accelerația gravitațională în acel punct ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$ pentru un corp aflat la nivelul mării pe paralela 45.). Orientare: spre centrul Pământului (în jos, în figura din dreapta).



Forțe elastice, $\vec{F}_e$: Un corp/material elastic este un corp a cărui deformare este proporțională cu forța aplicată (dacă forțele nu sunt foarte mari). Dacă încetăm acțiunea asupra corpului, deformarea dispare iar corpul revine la forma inițială. Forța care readuce corpul la forma inițială, numită și forță de revenire sau forță elastică este proporțională cu alungirea corpului și are expresia: $F_e = -k\Delta x$, unde Δx este deformarea corpului iar k este o constantă. Forța elastică se opune deformării corpului.



Tensiuni din fire: Notăm cu $\vec{T}$, forța care există într-un fir întins, vezi Figura 48. Se mai numește

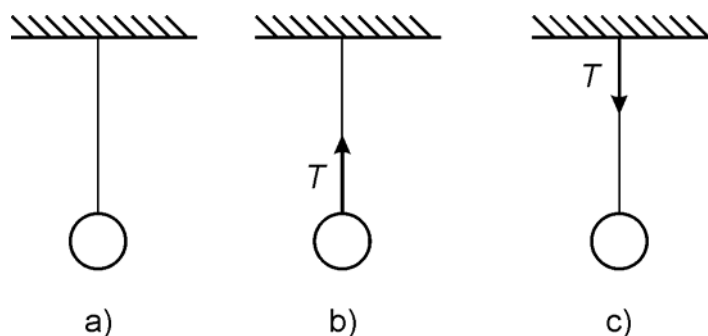


Figura 48. a) corp suspendat de un fir; b) Forța de tensiune ce acționează asupra corpului; c) Forța de tensiune ce acționează asupra tavanului.

forță de tensiune și o putem măsura ușor dacă pe fir intercalăm un dinamometru.

Firul se numește ideal dacă este inextensibil și nu are masă.

! Cu un fir putem doar să tragem de un corp. Forța de tensiune apare doar când firul este întins și este orientată de-a lungul firului în așa fel încât să tragă de corp.

! În toate secțiunile unui fir ideal, tensiunea este aceeași.

Reacțiuni din partea suprafețelor de sprijin și forțele de frecare:

La contactul a două corpuri mai apar de obicei două tipuri de forțe:

1) **Forțe de reacțiune** din partea suprafețelor în contact, perpendiculare pe suprafața de suprafața de contact a corpurilor (forțe de reacțiune normală), vezi

Figura 49.

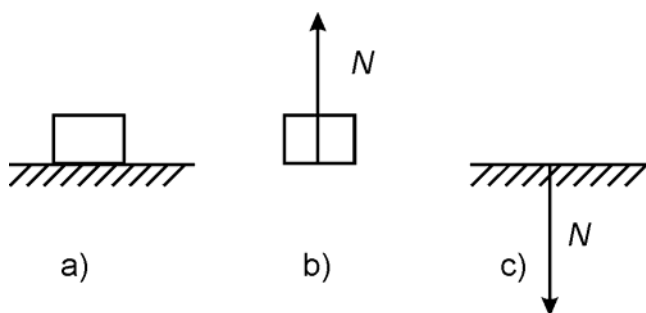


Figura 49. a) corp așezat pe o suprafață orizontală; b) Forța de reacțiune din partea mesei asupra corpului; c) Forța de reacțiune din partea corpului asupra mesei.

2) **Forțe de frecare**, în planul suprafeței de contact, atunci când există tendința de mișcare relativă a celor două corpuri.

Forța de frecare apare datorită întrepătrunderii asperităților și neregularităților (sub)microscopice ale celor două suprafețe în contact și sunt orientate în sens opus tendinței de mișcare relativă a suprafețelor în contact.

Experimentul arată că dacă corpurile în contact **alunecă** unul pe celălalt, atunci forța de frecare (numită **forță de frecare la alunecare**) este proporțională doar cu forța de apăsare normală care se exercită între corpuri la suprafața de contact (**prima lege a frecării**): $F_f = \mu N$ unde μ se numește coeficient de frecare la alunecare și depinde doar de natura materialelor și de felul prelucrării suprafețelor în contact (este practic independent de viteza relativă a corpurilor). Tot experimental se poate arăta că forța de frecare la alunecare între două corpuri rigide nu depinde de aria suprafeței de contact între cele două corpuri (**a doua lege a frecării**).

Apare vreo forță de frecare în cazul în care corpurile nu alunecă unul pe celălalt adică nu există deplasare relativă dar există tendința de deplasare?

Exemplu: Pentru a mișca un corp din repaus, pe o suprafață orizontală, trebuie să împingem corpul cu o forță minimă, necesară pentru a-l urni din loc și a-l face să alunece pe acea suprafață. Într-o primă aproximație, acea forță minimă pe care trebuie să o aplicăm corpului este tocmai forța de frecare la alunecare⁶ (FFA). cu care menținem corpul în alunecare cu viteză constantă. Dacă forța cu care acționăm asupra corpului este mai mică decât FFA atunci corpul nu se mișcă. Care este forța de frecare care acționează asupra lui în acest caz?

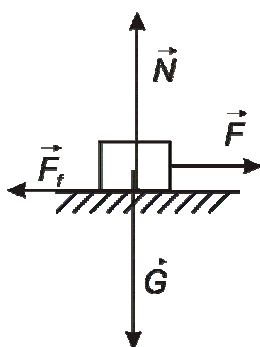


Figura 50. Forța de frecare statică: corpul nu se mișcă sub acțiunea forței de tracțiune $F < FFA \Rightarrow F_f = F$.

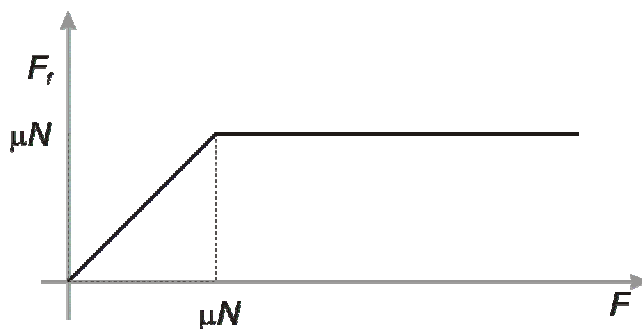


Figura 51. Dependența forței de frecare de mărimea forței aplicate, pentru situația din Figura 50. Corpul este în repaus pentru $F < \mu N$ iar $F_f = F$. Corpul alunecă pentru $F > \mu N$ iar forța de frecare în acest caz este $FFA = \mu N$.

⁶ Experimentul arată că forța minimă necesară pentru a “porni” corpul din loc este mai mare decât forța de frecare la alunecare (necesară pentru a deplasa corpul cu viteză constantă), și se numește forță de aderență.

Dacă corpul nu se mișcă ($a = 0$) când aplicăm asupra lui o forță $F < F_{FA}$, vezi Figura 50, atunci forța de frecare va fi egală și de sens contrar cu forța aplicată. Această forță de frecare este ceea ce se numește forță de frecare statică, sau de aderență. Ea crește pe măsură ce forța aplicată crește. Când corpul *începe să alunece*, forța de frecare statică devine egală cu forța de frecare la alunecare și nu crește mai departe, oricât am crește forța aplicată, vezi Figura 51.

Experimental, valoarea coeficientul de frecare la alunecare se poate obține în felul următor: așezăm corpul pe un plan înclinat de unghi variabil. Unghiul planului înclinat pentru care corpul alunecă cu viteză constantă se numește unghi de frecare la alunecare. Tangenta acestui unghi este coeficientul de frecare la alunecare. Încercați să demonstrați acest fapt.

Tipurile de forțe prezentate mai sus sunt principalele tipuri de forțe pe care le întâlnim în problemele de dinamică a corpurilor, în mecanică. Tipurile principale de probleme ale dinamicii sunt:

1) Cunoscând legea de mișcare a punctului material să se determine forța sub acțiunea căreia se produce această mișcare: problema se rezolvă prin *derivarea* succesivă a ecuațiilor cinematice ale mișcării pentru obținerea componentelor vitezei și apoi ale accelerației.

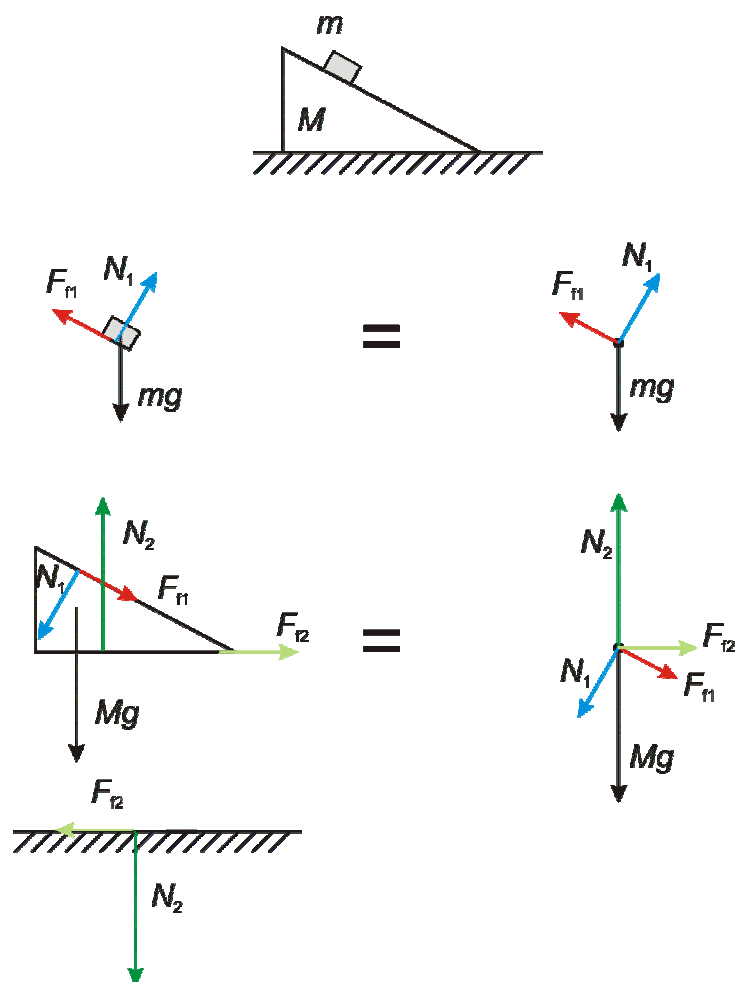


Figura 52. Un corp se află pe un plan înclinat care se sprijină pe o suprafață orizontală. S-au reprezentat forțele care acționează asupra fiecărui corp. Pentru suprafața orizontală s-au reprezentat doar forțele de contact.

Înmulțind aceasta din urmă cu masa, obținem forța rezultantă care acționează asupra punctului material și componentele ei.

2) Cunoscând forța rezultantă (sau forțele, vezi Figura 52) care acționează asupra punctului material, și condițiile inițiale ale mișcării (poziția inițială și viteza inițială), să se determine legea de mișcare a punctului material (**problema fundamentală a dinamicii punctului material**). Problema se rezolvă prin *integrarea* succesivă a ecuațiilor diferențiale ale mișcării punctului material pornind de la $\vec{F} = m\vec{a} = m\ddot{\vec{r}}$, descompusă pe axele sistemului de coordonate ales, de exemplu axele unui SR cartezian: $F_x = ma_x = m\ddot{x}$, $F_y = ma_y = m\ddot{y}$, $F_z = ma_z = m\ddot{z}$.

Pentru a putea calcula componentele forțelor trebuie:

Să stabilim care este corpul investigat.

o Să reprezentăm toate forțele care acționează asupra corpului:

- Forțe exercitate de câmp (gravitațional, electric, magnetic)
- Forțe de tracțiune din fire, forțe de tracțiune/împingere din tije
- Forțe de contact: la suprafața de contact a două corpuri, **asupra fiecărui corp** acționează forțe: forța de reacțiune normală (perpendiculară pe suprafața de contact) și forța de frecare (în planul suprafeței de contact, orientată în sens opus tendinței de mișcare relativă).

o **Să alegem un sistem de axe de coordonate cât mai convenabil** pentru a rezolva problema, să descompunem forțele de-a lungul axelor de coordonate și să scriem ecuațiile de mișcare (vezi exemplele de la seminar):

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \sum F_x = ma_x, \sum F_y = ma_y, \sum F_z = ma_z \Rightarrow a_x, a_y, a_z$$

o după integrarea ecuațiilor de mișcare $\Rightarrow v_x(t), v_y(t), v_z(t)$ și apoi $x(t), y(t), z(t)$.

3.3. COMPUNEREA VITEZELOR (CONSTANTE) ÎN MECANICA CLASICĂ, TRANSFORMĂRILE LUI GALILEI.

Identificăm un eveniment: o explozie, ciocnire, trecerea unui mobil printr-un punct din spațiu, etc., folosind trei coordonate spațiale (de exemplu xyz) și una temporală, t . Să considerăm că doi observatori “privesc” mișcarea unui punct material supus

acțiunii unor forțe, unul dintr-un sistem de coordonate fix, S iar altul dintr-un sistem de coordonate S'. **Presupunem că originea lui S' se deplasează față de S cu viteza constantă $\vec{u}$** (asta s-ar traduce în:

$$\frac{d\vec{OO'}}{dt} = \vec{u} \text{) și că S' nu se rotește$$

față de S (adică orientarea versorilor celor două sisteme de axe nu se modifică în timp, informație utilă atunci când avem de derivat vectori).

Mai presupunem că ambii observatori au riglele și ceasornicele identic etalonate și că lungimile (distanțele) și duratele (intervalele de timp) măsurate în diferite SR sunt aceleași. Altfel spus, presupunem că rezultatele măsurătorilor de lungime și durată nu depind nici de mișcarea instrumentelor de măsură și nici de mișcarea obiectelor măsurate. Veți vedea că în cazul vitezelor apropiate de viteza luminii această ipoteză nu mai este valabilă și că trebuie aplicată mecanica relativistă.

Observatorul din S identifică poziția punctului material cu vectorul de poziție $\vec{r}$ iar observatorul din S' identifică poziția punctului material cu vectorul de poziție $\vec{r}'$. Se observă ușor că: $\vec{r} = \vec{OO'} + \vec{r}'$, unde $\vec{r}$ și $\vec{OO'}$ sunt mășurați din S iar $\vec{r}'$ este măsurat din S'. Putem calcula **viteza mobilului**:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{OO'}}{dt} + \frac{d\vec{r}'}{dt} = \vec{u} + \frac{d\vec{r}'}{dt}.$$

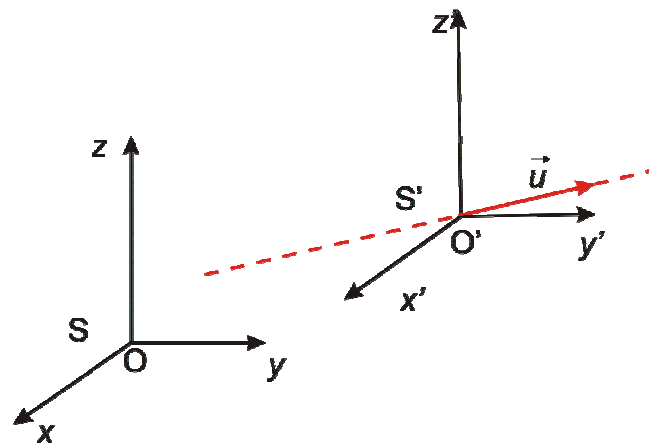


Figura 53. S' se deplasează cu viteza constantă $\vec{u}$

față de S. $\frac{d\vec{OO'}}{dt} = \vec{u} = \text{constant}$

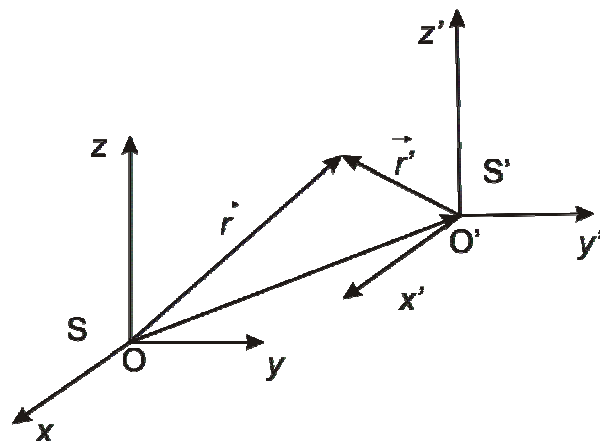


Figura 54. Identificarea poziției mobilului cu ajutorul vectorilor de poziție.

$\frac{d\vec{r}'}{dt'}$ nu ne spune nimic, este derivata unui vector din S' în raport cu timpul măsurat în

sistemul S . Dacă am fi avut $\frac{d\vec{r}'}{dt'}$, ar fi fost clar: viteza v' , măsurată de observatorul

din S' . Rescriem $\frac{d\vec{r}'}{dt}$ ca $\frac{d\vec{r}'}{dt'} \frac{dt'}{dt}$ și vom avea $\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{u} + \vec{v}' \frac{dt'}{dt}$

$\frac{d\vec{r}}{dt}$ este viteza punctului material, măsurată în sistemul de referință S (se mai

numește viteză absolută). $\frac{d\vec{OO'}}{dt} = \vec{u}$ reprezintă viteza cu care se deplasează S' față

de S (se mai numește viteză de transport). $\frac{d\vec{r}'}{dt'}$ este viteza măsurată în S' (se

numește viteză relativă). $\vec{v} = \vec{v}' + \vec{u}$ iar în cuvinte: **vectorul viteză absolută este egal**

suma dintre vectorii viteză relativă și viteză de transport (legea de compunere a

vitezelor). În rezolvare am folosit faptul că $dt = dt'$ (în mecanica clasică,

intervalele temporale măsurate în cele două sisteme de referință sunt identice).

Exemplul 1: Un pasager se deplasează pe platforma unui tren care la rândul său se mișcă față de Pământ. Dacă ne interesează viteza pasagerului față de Pământ vom putea scrie, vectorial, că viteza pasagerului față de Pământ (viteza absolută) este egală cu viteza pasagerului față de tren (viteza relativă) plus viteza trenului față de Pământ (viteza de transport).

Exemplul 2: În exemplul din Figura 52, mișcarea poate fi descrisă în felul următor: corpul alunecă pe planul înclinat, care la rândul său se deplasează spre stânga, față de Pământ. Vectorial, vom putea scrie că: viteza corpului față de Pământ (viteza absolută) este egală cu viteza corpului față de planul înclinat (viteza relativă) însumată cu viteza planului înclinat față de Pământ (viteza de transport).

Exemplul 3: Barca cu motor a unui barcagiu poate să se deplaseze cu viteza v_1 față de apă. Presupunem că apa este un râu care curge cu viteza v față de Pământ. Viteza bărcii față de Pământ (viteza absolută) o obținem adunând vectorial viteza bărcii față de apă (viteza relativă) cu viteza apei (viteza de transport).

Accelerația mobilului: $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$, deci $a = \frac{d(\vec{v}' + \vec{u})}{dt} = \frac{d\vec{v}'}{dt}$ pentru că $\vec{u}$ este constant.

$$\text{Însă } \frac{d\vec{v}'}{dt} = \frac{d\vec{v}'}{dt'} \frac{dt'}{dt} = \frac{d\vec{v}'}{dt'} = \vec{a}' \text{ adică } \vec{a} = \vec{a}'.$$

Accelerația mobilului este identică în sistemele de referință care se mișcă rectiliniu și uniform unul față de celălalt. Altfel spus, pentru observatorul din S și observatorul din S' (aflat în mișcare rectilinie și uniformă față de S) aceleași forțe acționează asupra punctului material iar fiecare din cei doi observatori măsoară exact aceeași accelerație.

Dacă accelerația este nulă într-un sistem de referință, ea va fi nulă în toate sistemele de referință care se mișcă rectiliniu și uniform față de acesta.

Principiul relativității în mecanică: legile mecanicii sunt identice în toate sistemele de referință inerțiale.

BONUS: Ce accelerații măsoară observatorii din S și S' dacă **S' se mișcă rectiliniu, uniform accelerat față de S, cu accelerația $\vec{a}_1$.**

Vom avea $\vec{r} = \vec{OO'} + \vec{r}'$; $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{OO'}}{dt} + \frac{d\vec{r}'}{dt} = \vec{v}_1 + \vec{v}'$ unde singura diferență față de cazul studiat înainte este că $\vec{v}_1$, viteza de transport, depinde de timp.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(\vec{v}_1 + \vec{v}')}{dt} = \frac{d\vec{v}_1}{dt} + \frac{d\vec{v}'}{dt'} \frac{dt'}{dt} = \vec{a}_1 + \vec{a}', \text{ dacă } dt = dt'.$$

$\vec{a}$ este accelerația mobilului măsurată de observatorul din S: accelerația absolută

$\vec{a}_1$ este accelerația lui S' față de S, măsurată tot de observatorul din S: accelerația de transport

$\vec{a}'$ este accelerația mobilului măsurată de observatorul din S': accelerația relativă.

accelerația absolută = accelerația relativă + accelerația de transport: $\vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_1$

În sistemul de referință S, presupus fix, dacă reprezentăm toate forțele care acționează asupra corpului (greutate, tensiuni, frecări, reacțiuni), din compunerea lor

obținem accelerația $\vec{a}$ folosind formula, $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$.

Ne cocoțăm în S' (care e accelerat cu $\vec{a}'$ față de S) și ne uităm la aceeași problemă: Forțe mai multe nu avem de unde să adăugăm asupra corpului studiat pentru că vedem aceeași: greutate, tensiuni, frecări, reacțiuni ca și observatorul din S . Cu toate acestea, $\vec{a}' \neq \vec{a}$, mai precis, din calcul, $\vec{a}' = \vec{a} - \vec{a}_1 = \frac{\vec{F}}{m} - \vec{a}_1$. Deci dacă studiem mișcarea punctului material din sistemul de referință neinertial (accelerat cu $\vec{a}_1$), legea a doua a lui Newton nu mai este valabilă, pentru că accelerația pe care o măsurăm, $\vec{a}'$, nu este egală cu raportul dintre forța $\vec{F}$ care acționează asupra punctului material și masa acestuia. Nu am avut această problemă când S' se deplasa cu viteză constantă față de S . În acel caz, $\vec{a}' = \vec{a}$.

În sistemele de referință neinertiale (care se mișcă accelerat), pe lângă forțele așa zise reale (greutate, tensiuni, forțe de frecare, reacțiuni, ...), trebuie să adăugăm în ecuație o forță fictivă egală cu masa corpului înmulțită cu accelerația de transport (accelerația sistemului de referință accelerat în care ne-am urcat), și de sens opus acelei accelerații: $-m\vec{a}_1$ în cazul nostru.

În S : $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$, În S' : $\vec{a}' = \frac{\vec{F} - m\vec{a}_1}{m}$, adică $\vec{a}' = \vec{a} - \vec{a}_1$, ceea ce am obținut din calcul.

Această forță suplimentară, care apare doar când studiem mișcarea din sistemul de referință neinertial (accelerat) se numește **forță de inerție**. Forța de inerție nu este un rezultat al vreunei interacțiuni, deci nu se supune principiului III al lui Newton. Vom reveni mai târziu cu detalii, când vom studia compunerea vitezelor și a accelerațiilor pentru un caz mai general. Deocamdată, vom încerca rezolvarea problemele în sisteme de referință inerțiale (i.e. unde NU apar forțe de inerție).

Combinând mărimile fizice cu care am operat până acum: viteză, accelerație, forță, putem să construim alte mărimi fizice ale căror proprietăți sunt de mare importanță în mai toate ramurile fizicii. Vom vorbi în continuare despre impuls, moment cinetic, lucru mecanic, energie. Teoremele pe care le vom enunța în continuare sunt valabile atât în mecanica clasică cât și în cea relativistă, cu deosebirea că în mecanica clasică masa este considerată constantă iar în mecanica relativistă masa depinde de viteză.