02.02.2012.

EXAMEN MECANICĂ PARTEA I

14.

2.5 1. Un punct material de masă 1 kg se deplasează sub acțiunea unei forțe dependente de timp, $\vec{F} = 3t\vec{i} - 2\vec{j}$, pornind din originea sistemului de coordonate la t = 0. Să se calculeze:

0.5 a) Energia cinetică la t = 2s.

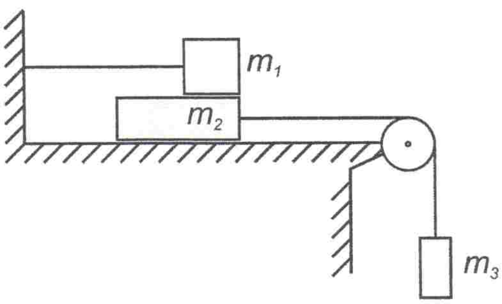
0.5 b) Unghiul dintre viteză şi accelerație după 2s.

0.5 c) Dependența de timp a momentului cinetic (calculat față de origine).

0.5 d) Dependența de timp a momentului forței (calculat față de origine).

0.5 e) Care este legătura dintre momentul forței şi momentul cinetic. Verificați rezultatul.

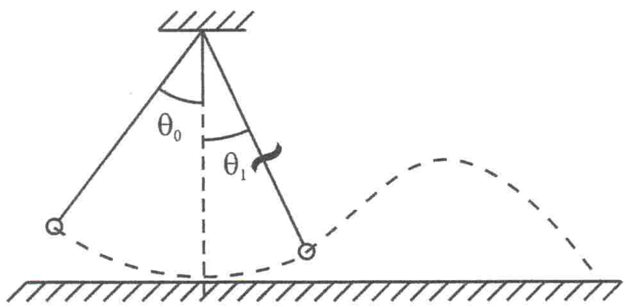
1.5 2. În figura din dreapta, m_1 este considerat punctiform şi plasat la un capăt al lui m_2. Lungimea corpului m_2 este L. Inițial m_3 este menținut în repaus iar apoi este lăsat liber. Să se calculeze:



5 x 0.2 a) Accelerațiile şi tensiunile din fire. Coeficientul de frecare între m_1 şi m_2 şi între m_2 şi masă este μ; scripetele este ideal.

0.5 b) După cât timp cade corpul m_1 de pe corpul m_2?

3.5 3. Un punct material de masă m, atârnat de un fir ideal de lungime l este deviat cu unghiul θ_0 şi apoi este lăsat liber. Calculați:



2 a) Dependența de unghiul θ (făcut de fir cu verticala) a tensiunii din fir, a accelerației tangențiale şi a accelerației normale;

0.5 b) Unghiul θ pentru care tensiunea din fir este maximă.

Considerând că firul se rupe când firul face unghiul θ_1, vezi figura, să se calculeze:

0.5 c) Înălțimea maximă la care urcă corpul;

0.5 d) Locul în care cade acesta pe suprafața orizontală.

1.5 4. Într-o mişcare unidimensională, dependența de coordonată a energiei potențiale a unui punct material de masă m este: $U(x) = 3x^2 + 14$. Să se calculeze $x(t)$ şi $v(t)$ ştiind că la $t = 0$, $x = x_0$ iar $v = 0$ m/s. Descrieți caracteristicile principale ale mişcării efectuate de punctul material.

F = 0.5

x(t) = 0.5.
v(t)

2.5

1 Barem Examen 02.02.2012.

a) $\bar{F} = (3t, -2)\,N \quad m = 1\,kg \Rightarrow \boxed{\bar{a} = \frac{\bar{F}}{m} = (3t, -2)\frac{m}{s^2}}$

0.5

$$\bar{a} = \frac{d\bar{v}}{dt} \Rightarrow \int d\bar{v} = \int \bar{a}\cdot dt \Rightarrow \bar{v} - \cancel{\bar{v}_0} = \left(\frac{3t^2}{2}, -2t\right)\frac{m}{s}$$

$\bar{v}_0 = \bar{0}$

$$\boxed{\bar{v} = \left(\frac{3t^2}{2}, -2t\right)}. \quad \text{Analog } \frac{d\bar{r}}{dt} = \bar{v} \Rightarrow \int d\bar{r} = \int \bar{v}\,dt$$

$$\Rightarrow \boxed{\bar{r} = \left(\frac{t^3}{2}, -t^2\right)}$$

$$E_c = \frac{m v^2}{2} \qquad \bar{v}(2s) = (6, -4)$$

$$v(2s) = \sqrt{36 + 16} \Rightarrow \boxed{E_c.}$$

0.5

b.) $\cos\alpha = \dfrac{\bar{v}(2s)\cdot\bar{a}(2s)}{v(2s)\cdot a(2s)} = \ldots$

0.5

c.) $\bar{L} = \bar{r} \times m\bar{v} = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ \frac{t^3}{2} & -t^2 & 0 \\ \frac{3t^2}{2} & -2t & 0 \end{vmatrix} = \bar{k}(\ldots)$

0.5

d) $\bar{M} = \bar{r} \times \bar{F} = \begin{pmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ \frac{t^3}{2} & -t^2 & 0 \\ 3t, & -2, & 0 \end{pmatrix} = \bar{k}(\ldots)$

2u

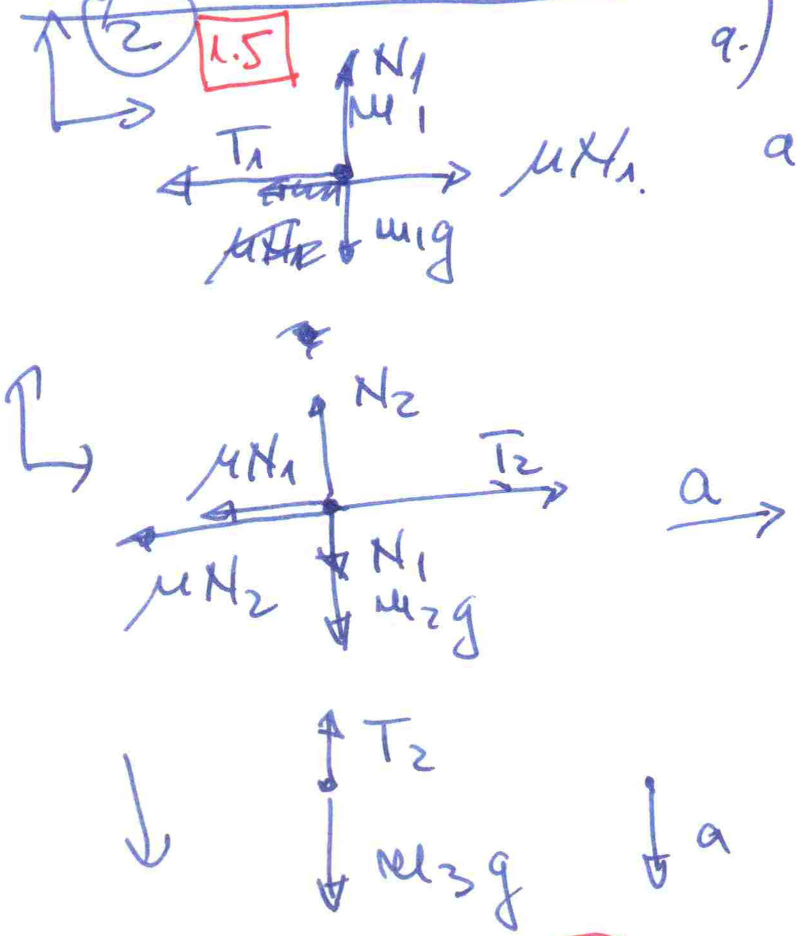
0.5

e.) $\bar{M} = \dfrac{d\bar{L}}{dt}$ => se verifică din punctele c și d.

---

2 $\boxed{1.5}$

a.)

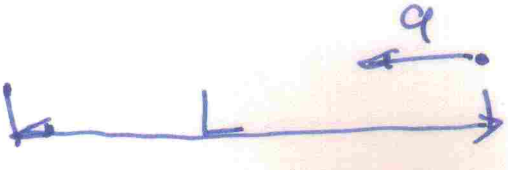


$a = 0$

$$\begin{cases} N_1 - m_1 g = 0 & (0.2) \\ \mu N_1 - T_1 = 0 & (0.2) \\ N_2 - N_1 - m_2 g = 0 & (0.2) \\ T_2 - \mu N_2 - \mu N_1 = m_2 a & (0.2) \\ m_3 g - T_2 = m_3 a & (0.2) \end{cases}$$

=> $N_1; N_2; T_1; T_2; a$.

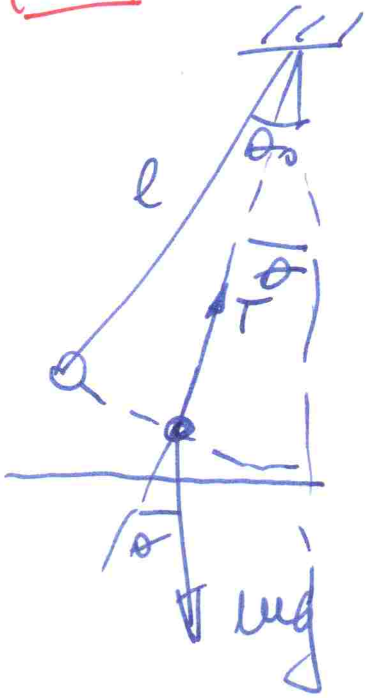
b.) 0.5 corpul m_2 se mișcă cu a în stânga față de m_1.
=> m_1 se mișcă cu a, în dreapta, față de m_2, plecând fără viteză inițială.



=> $L = \underbrace{x_0}_{0} + \underbrace{v_0}_{0} t + \dfrac{at^2}{2}$.

=> $\boxed{t}$

3   3.5



a) Conservarea energiei:

$$mgl(1-\cos\theta_0) = mgl(1-\cos\theta) + \frac{mv^2}{2}$$

$\Rightarrow v(\theta)$. 0.5

Corpul are o traiectorie circulară $\Rightarrow$ are accelerație normală (în mod sigur) și probabil și accelerație tangențială.

Pe direcția normală: $T - mg\cos\theta = \frac{mv^2}{l}$

$\Rightarrow \boxed{T(\theta)}$ 0.5 $\boxed{a_n = \frac{v^2}{l}}$ 0.5 $T = \frac{mv^2}{l} + mg\cos\theta$.

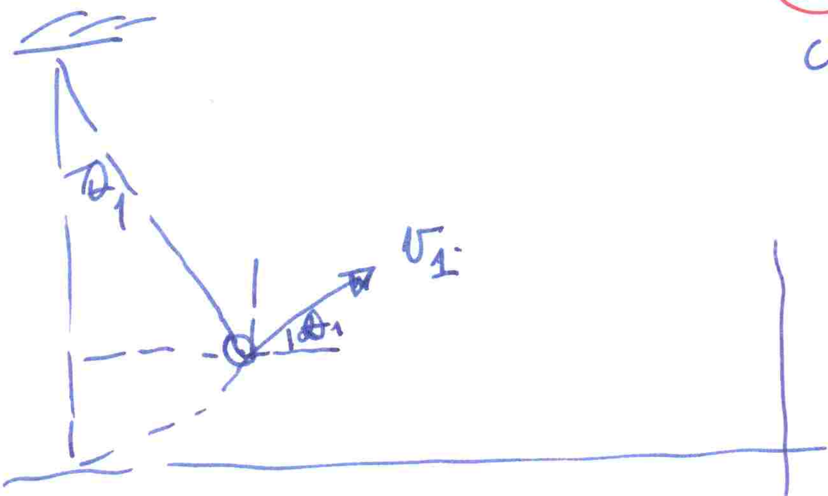
Pe direcția tangențială $mg\sin\theta = m\cdot a_t$.

$\Rightarrow \boxed{a_t = g\sin\theta}$ 0.5

b) Tensiunea din fir este maximă 0.5 pentru când v este maxim și când θ e minim $\Rightarrow$ în poziție verticală.

$\boxed{\theta = 0}$.

0.5



c.) viteza în momentul ruperii firului este $v(\theta_1)$ → deja calculat.

notăm v_1.

$$\begin{cases} v_x = v_1 \cdot \cos\theta_1 \text{ (constantă)} \\ v_y = v_1 \sin\theta_1. \end{cases}$$

$$y(t) = \underbrace{R(1-\cos\theta_1)}_{y_0} + v_y \cdot t - g\frac{t^2}{2}.$$

y e maxim când $\frac{dy}{dt} = 0 \Rightarrow t_m \Rightarrow y_{max}$.

sau conservare energie:

$$\frac{mv_1^2}{2} + mgR(1-\cos\theta_1) = mgh_{max} + \frac{mv_x^2}{2}$$

(la înălțimea maximă, corpul are energie cinetică pentru că are viteză pe direcția OX.)

d.) 0.5

$y = 0 \Rightarrow t \Rightarrow D = v_x \cdot t$.

(pe direcția orizontală mișcarea se efectuează cu viteză constantă).

---

4. $U(x) = 3x^2 + 14 \Rightarrow$

1.5

$F(x) = -\frac{\partial U}{\partial x} = -6x$ 0.5

Forța este de tip elastic

$F = -kx \Rightarrow$ mișcarea este oscilatorie armonică:

0.5 $x = A\cos(\omega t + \varphi)$; $v = -A\omega\sin(\ldots)$

cu $\omega = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$.

$x(0) = x_0 \Rightarrow x_0 = A\cos\varphi$

$v(0) = 0 \Rightarrow 0 = \cancel{-A\omega\sin} - A\omega\sin\varphi$

$\Rightarrow \boxed{\varphi = 0 \quad A = x_0.}$

0.5