

PENDULUL MATEMATIC

Introducere teoretică

Pendulul gravitațional simplu este un punct material suspendat printr-un fir ideal (inextensibil și de masă neglijabilă) care poate oscila într-un plan vertical, în jurul punctului de suspensie, sub acțiunea greutateii sale. Forțele de frecare se neglijează.

Un corp de masă m , suspendat de un fir de lungime l , este o bună aproximație pentru pendulul matematic, dacă lungimea firului este mult mai mare decât dimensiunile corpului. Lăsat liber, corpul rămâne în echilibru în poziție verticală. Dacă îl deviem puțin din poziția de echilibru, asupra aceluia corp acționează o forță care tinde să-l aducă din nou în poziția de echilibru, vezi Figura 1. Echilibrul corpului este un echilibru stabil.

Forța de revenire care acționează asupra corpului este greutatea tangențială, orientată în sens opus creșterii unghiului α , considerat sens pozitiv. Din legea a doua a lui Newton, cu axele reprezentate prin săgeți în Figura 1, avem: $-mg \sin \alpha = ma_t$ și

$$T - mg \cos \alpha = ma_n.$$

Pentru unghiuri mici, $\alpha \leq 5^\circ$, $\sin \alpha \cong \alpha$.

Accelerația tangențială se poate exprima în funcție de accelerația unghiulară și raza cercului (lungimea firului):

$$a_t = \varepsilon l = \ddot{\alpha} l.$$

Ecuția la care ajungem este:
 $-mg\alpha = m\ddot{\alpha}l$ și vom avea de rezolvat:

$$\ddot{\alpha} + \frac{g}{l}\alpha = 0.$$

În exemplul 4.3 de la pagina 46 din curs, am identificat că soluția ecuației $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$ era o mișcare oscilatorie de forma:

$x = A \cos(\omega t + \varphi)$, unde A era amplitudinea oscilațiilor (amplitudinea unghiulară, în cazul nostru), $\omega = 2\pi/T$ cu $T =$ perioada mișcării oscilatorii, iar φ un factor de fază.

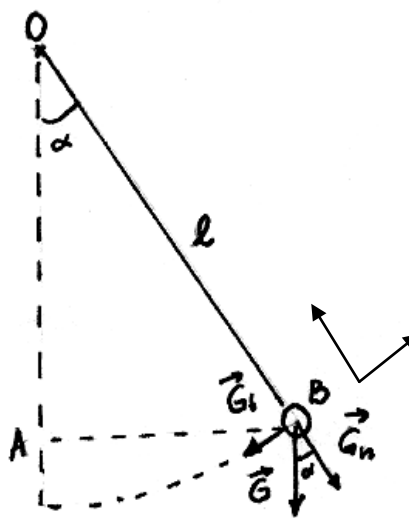


Figura 1. Pendulul

Prin analogie, putem spune că și mișcarea corpului nostru este tot o mișcare oscilatorie iar perioada de mișcare o putem calcula din: $\omega^2 = \frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{g}{l} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$.

În calculele noastre am neglijat masa firului (fir ideal), dimensiunile corpului (punct material) și forțele de frecare.

Se observă că, teoretic: perioada de oscilație nu depinde de masa și natura substanței punctului material (LEGEA SUBSTANȚEI); pentru unghiuri mici (am folosit aproximația că $\alpha \leq 5^\circ$) perioada de oscilație nu depinde de amplitudinea unghiulară a oscilațiilor (LEGEA IZOCRONISMULUI); pătratul perioadei de oscilație este direct proporțional cu lungimea pendulului. Altfel spus, $\frac{4\pi^2 l}{T^2}$ este constant în același loc de pe Pământ (LEGEA RAPOARTELOR CCONSTANTE).

În plus, formula $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ ne sugerează o metodă de măsurare a accelerației gravitaționale, prin măsurarea perioadei T a unui pendul de lungime l .

Scopul lucrării de față este verificarea legii izocronismului și măsurarea accelerației gravitaționale.

Procedeeul experimental

Pendulul utilizat este alcătuit din o sferă grea atârnată de un fir subțire, atârnat la rândul lui de un sistem de fixare care minimizează frecările. Pentru o determinare precisă a amplitudinilor oscilațiilor se va folosi o scală unghiulară și oglinda fixată pe perete. În plus se va avea grijă ca planul de oscilație să fie paralel cu planul peretelui.

Legea izocronismului:

Se fixează de fir una din sfere. Pentru două amplitudini unghiulare de oscilație, 3 grade și 5 grade, se măsoară perioada a 30 oscilații = t_j . Se repetă de trei ori fiecare măsurătoare.

Rezultatele măsurătorilor se trec într-un tabel de forma:

A (grade)	t_i (s)	t (s)	Δt_i (s)	Δt (s)	T (s)	ΔT (s)
...
...
...

- Explicați cum ați calculat eroarea ΔT .
- Măsurați lungimea firului *de la punctul de suspensie la centrul bilei*. Notați în caiet cum ați calculat eroarea măsurătorii. $l = \dots \pm \dots$ m.
- Calculați perioada de oscilație, T_c , folosind l măsurat și $g = 9.81$ m/s²:

$$T_c = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}. \text{ Calculați eroarea } \Delta T_c. T_c = \dots \pm \dots \Delta T_c$$

- Comparați rezultatele obținute pentru $A = 3$ grade și $A = 5$ grade, reprezentându-le grafic ca în Figura 2. Linia orizontală din Figura 2 este valoarea calculată din l și g , iar banda de erori are grosimea ΔT_c .

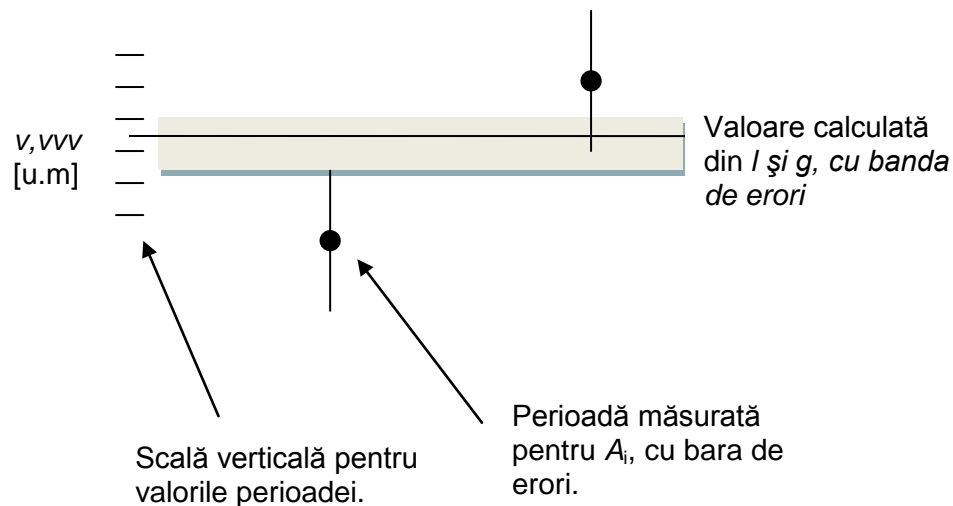


Figura 2. Prezentarea grafică a rezultatelor.

- Perioadele de oscilație, măsurate pentru 3 grade și 5 grade sunt în concordanță sau în dezacord?
- Perioadele de oscilație, măsurate pentru 3 grade și 5 grade sunt în concordanță sau în dezacord cu perioada calculată cu $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$. Justificați răspunsurile.

Legea rapoartelor constante.

Ați efectuat deja un set de măsurători pentru o lungime a firului pentru a verifica legea izocronismului.

- În caz că măsurătorile au indicat că legea izocronismului este respectată i.e. perioada de oscilație a pendulului nu depinde de amplitudinea unghiulară (în intervalul 0 – 5 grade), atunci modificați lungimea firului și măsurați din nou perioada de oscilație pentru o amplitudine unghiulară oarecare, din intervalul 0 – 5 grade. În caz că legea izocronismului nu se confirmă, lucrați cu amplitudinea de 3 grade. Pentru măsurători folosiți procedura descrisă mai sus.
- Rezultatele măsurătorilor le treceți într-un tabel de forma celui de mai jos.

A (grade)	t_i (s)	t (s)	Δt_i (s)	Δt (s)	T (s)	ΔT (s)
...
...
...

- Calculați mărimile: $4\pi^2 \frac{l}{T^2}$, erorile acestora, și notați-le într-un tabel de forma tabelului de mai jos. Notați în caiet modul în care ați calculat erorile. Trebuie să aveți două valori: una din măsurătorile de la legea izocronismului și alta din datele pe care tocmai le-ați măsurat.

l (m)	Δl (m)	T (s)	ΔT (s)	$4\pi^2 l / T^2$ (m/s ²)	$\Delta(4\pi^2 l / T^2)$ (s)
...

- Reprezentați grafic valorile măsurate, împreună cu erorile lor, pe un grafic similar cu cel din Figura 2. Cele două valori sunt în concordanță sau nu?
- Reprezentați pe același grafic, cu o linie dreaptă orizontală, valoarea accelerației gravitaționale $g = 9.81 \text{ m/s}^2$. Comparați această valoare cu valorile obținută de Dvs. Care ar fi cauza diferențelor?
- Care dintre măsurători este mai puțin precisă, pentru scopul nostru. Măsurarea lungimilor sau a timpilor? Justificați. Cum puteți îmbunătăți acuratețea experimentului?