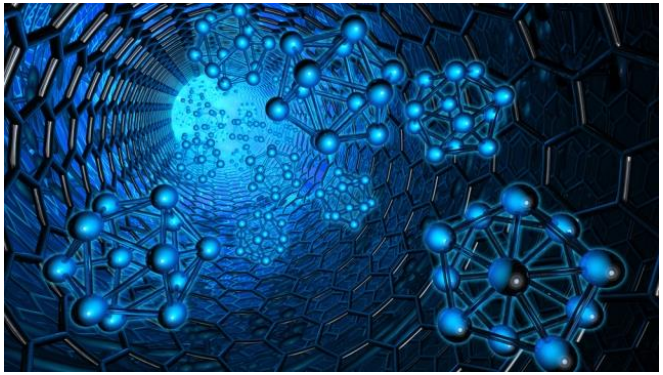
❑ Simetria în fizica particulelor

➢ ***Simetria*** *este efectul combinat al funcţiilor şi geometriei, asupra structurii lumii*



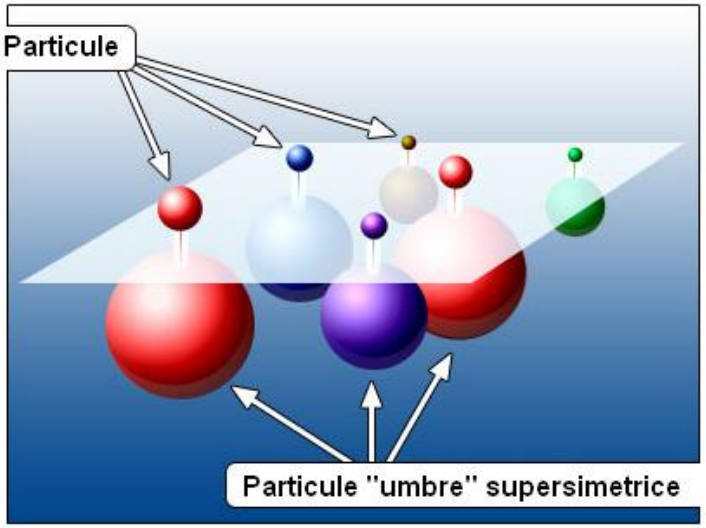
- Principiile simetriei guvernează fizica şi matematica, chimia şi biologia, construcţiile şi arhitectura, pictura şi sculptura, poezia şi muzica.
- Legile naturii şi varietatea fenomenelor sunt guvernate de principiile simetriei.

- Simetriile din lumea fizică reală se traduc în simetrii ale ecuaţiilor care descriu lumea fizică în raport cu diverse transformări: oglindiri, deplasări, rotaţii, transformări Lorentz sau chiar schimbări ale fazei de oscilaţie.
- Elementele de simetrie reflectă conservarea unor mărimi fizice (***teorema Noether***) care rămân aceleaşi, atât înainte cât şi după transformare

➢ ***Ruperea spontană a simetriei*** este fenomenul care are loc când un sistem simetric în raport cu un oarecare grup de simetrie, intră într-o stare asimetrică

- **Supersimetria** este o simetrie extinsă asupra Modelului Standard, prin adăugarea Lagrangianului interacţiunii, a unei clase suplimentare de simetrii.

- Aceste simetrii schimbă particulele cu spin ½ (fermioni) în particule cu spin întreg (bosoni); fiecare particulă din Modelul Standard ar avea o superparticulă a cărei spin diferă cu ½ de cel al particulei obişnuite.



- Din cauza ruperii simetriei, superparticulele sunt mult mai grele decât particulele omoloage obişnuite.
- Exemple de superparticule: sleptonii, squarcii, neutralino şi chargino)

- Supersimetria (cuplul boson-fermion) nu a fost observată până cum în experimentele efectuate în acceleratoarele de particule (acceleratoare liniare, ciclotron, betatron) datorită limitării puterii de accelerare.

- Se speră ca la CERN, la acceleratorul LHC atunci când va lucra la putere maximă (14 TeV) să se poată construi un experiment de punere în evidenţă a acestor superparticule

- **Simetrie** - orice transformare matematică care lasă invariant un anumit sistem. **Acţiunea** (Lagrangianului) prezintă diverse proprietăţi de simetrie (în urma unor transformări de simetrie, acţiunea nu se modifică, iar mărimile fizice specifice se conservă)

- O transformare globală de simetrie - schimbă câmpul, identic în toate punctele din spaţiu şi timp.
- O transformare locală de simetrie - face o schimbare a câmpului doar în unele puncte din spaţiu şi timp, fără ca acţiunea să se schimbe.
  - ✓ Ca rezultat, poate apărea un alt câmp care să compenseze această schimbare locală, astfel ca acţiunea să rămană neschimbată.
  - ✓ Asemenea câmpuri poartă numele de „câmpuri etalon” (gauge fields) care transmit interacţia între „câmpurile de materie”

- **Există patru grupe de simetrii cu importanţă majoră în fizică**:
  1. Simetrie spaţiu-timp (translaţie, rotaţie, acceleraţie, etc)
  2. Simetrie la permutări (statistica Fermi-Dirac, Bose-Einstein)
  3. Simetrii discrete (inversia spaţială, inversia temporală, conjugarea de sarcină, etc.)
  4. Simetrii unitare (interne - Modelul Standard)
     - ✓ simetria U(1) – conservarea sarcinii electrice (QED), a numărului, barionic, leptonic, etc.)
     - ✓ simetria SU(2) - interacţiunea slabă, spin, isospin
     - ✓ simetria SU(3) – interacţiunea tare (culoare - QCD) şi stări hadronice
     - ✓ simetria SU(n) - aroma

❑ Reprezentări ale grupului de simetrie SU în Modelul Standard

- **Observaţii experimentale**:
  - ✓ numărul de leptoni cunoscuţi sunt 6, însă există un număr foarte mare de hadronii care se pot clasifica în funcţie de numerele lor cuantice (număr barionic, spin, izospin, stranietate, etc) sugerează o simetrie intrinsecă a particulelor elementare care poate fi descrisă de teoria grupurilor

- Noţiunea de grup exprimă sub formă concisă şi utilizabilă, idei universale de regularitate şi simetrie.

Numele grupului	Matricile grupului
U(n)	**n x n unitare (Ŭ*U=1)**
SU(n)	**n x n unitare cu determinant 1**
O(n)	**n x n ortogonale (ŎO=1)**
SO(n)	**n x n ortogonale cu determinant 1**

Cubul lui Rubik

- Un grup se defineşte printr-un set de elemente legate între ele prin anumite operaţii aritmetice sau algebrice. Grupurile pot fi finite sau infinite după cum conţin un număr limitat sau nelimitat de elemente .

- În matematică un grup unitar special de grad ***n***, ***SU(n)*** este un grup de ***n*** x ***n*** matrici unitare cu determinant egal cu 1. Cel mai simplu grup este grupul ***SU(1)*** care are un singur element

- Grupul ***SU(n)*** este caracterizat prin n^2-1 parametri independenţi.
- Generatorii grupului ***SU(n)*** notaţi $\mathbf{T_a}$ sunt reprezentaţi de urma matricilor hermitiene, adică de :

$$\mathrm{tr}(T_a) = 0$$

$$T_a = T_a^*$$

- Pentru grupul ***SU(2)***, *care este* un grup izomorfic cu $n^2-1=3$ parametri independenţi, generatorii ***T*** sunt proporţionali cu matricile Pauli $\boldsymbol{\sigma_a}$:

$$T_a = \frac{\sigma_a}{2}$$

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

- În cazul grupului SU(3) (n^2-1=8 parametri independenţi), generatorii sunt

$$T_a = \frac{\lambda_a}{2}$$

λ - reprezintă matrici Gell Mann, analoage matricilor Pauli în SU(2)

$$\lambda_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

- În teoria grupurilor SU(3) se arată că matriclie λ îndeplinesc condiţia de comutativitate:

$$\left[\lambda^a, \lambda^b\right] = \lambda^a \lambda^b - \lambda^b \lambda^a = 2 i f^{abc} \lambda^c$$

f^{abc} – sunt nişte numere complexe numite constante de structură

➢ Aplicând la particule, modelul SU(2) caracterizează multipleţi prin numărul cuantic de izospin ***I***. Fiecare multiplet constând din ***2I+1*** substări distanţate printr-o valoare dată de componenta I_3. Astfel reprezentarea este unidimensională.

Exemple

I=1/2: : Stările nucleonului: proton si neutron (dublet)
transformările p ↔ n are simetrie internă SU(2)

Nucleon:
m_p=938.28 MeV/c^2
m_n =939.57 MeV/c^2

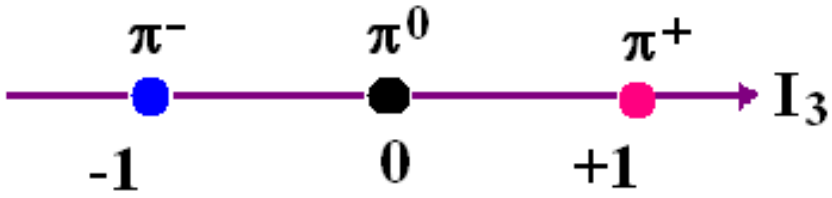
$$n = \left| I=\frac{1}{2}, I_3=-\frac{1}{2} \right\rangle$$

$$p = \left| I=\frac{1}{2}, I_3=+\frac{1}{2} \right\rangle$$

I=1: Stările mezonului π: (triplet)
transformările π^- π^0 π^+ are simetrie internă SU(2)

$$\pi^- = \left| I=1, I_3=-1 \right\rangle$$

Pioni:
$m_{\pi\pm}$ = 139.6*MeV/c*^{2}
$m_{\pi 0}$ = 135.0*MeV/c*^{2}



$$\pi^0 = \left| I=1, I_3=0 \right\rangle$$

$$\pi^+ = \left| I=1, I_3=1 \right\rangle$$

- În reprezentarea ***SU(3)*** supermultipleţii conţin multipleţi de ***SU(2) :***
  SU(3)xSU(2)xU(1)
  - ✓ Prin urmare este nevoie de 2 numere care să specifice toate substările.

- Descriu hadroni constituiţi din trei quarci: u, d, s:
  Mezoni: qq
  Barioni: qqq
- Invarianţa la transformările **uds** adică simetrie SU(3)

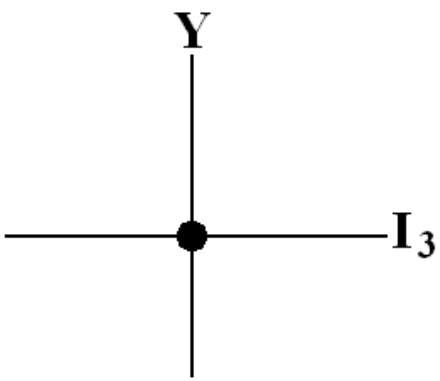
SU(2) ***SU(3)***

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} u: & u-\text{quarc}, & q=+\frac{2}{3} \\ d: & d-\text{quarc}, & q=-\frac{1}{3} \\ s: & s-\text{quarc}, & q=-\frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

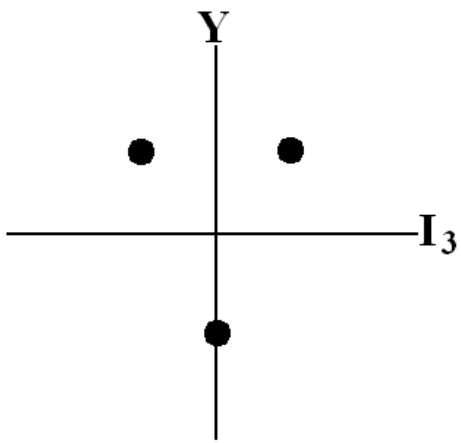
- Să luăm aceste numerele λ_1 şi λ_2. Valoarea (λ_1**+1**) specifică numărul de puncte din partea superioară a unui hexagon iar (λ_2**+1**) numărul de puncte din partea inferioară.

- Avem aşadar o reprezentare bidimensională în care cele două axe sunt :
  Componenta a 3 a izospinului (I_3) ca şi în cazul unidimensional
  Hipersarcina **Y =S+B** (S – nr. Stranietate, B – nr. Barionic)

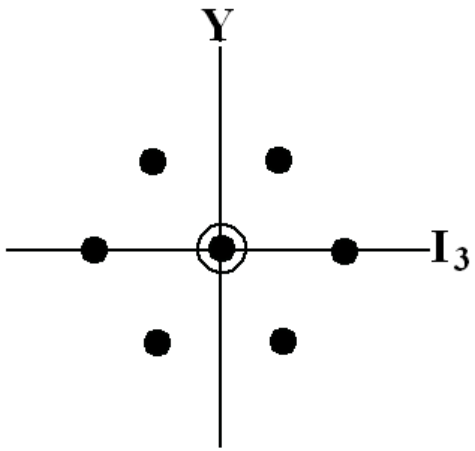
- Reprezentarea pentru diferite valori ale mărimilor λ_1 şi λ_2.



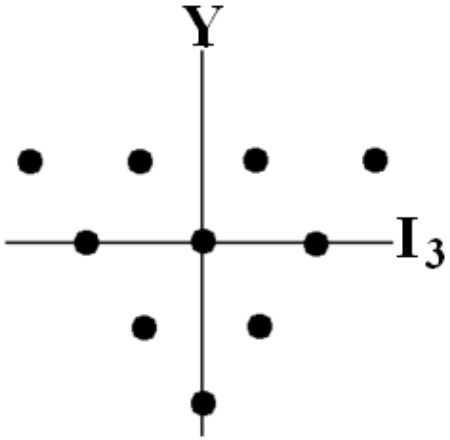
$\lambda_1 = 0,\ \lambda_2 = 0$



$\lambda_1 = 1,\ \lambda_2 = 0$

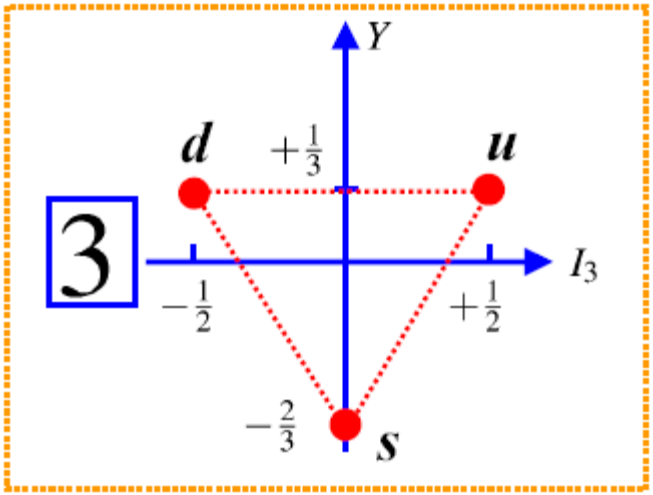


$\lambda_1 = 1 = \lambda_2$



$\lambda_1 = 3,\ \lambda_2 = 0$

- Fiecare punct din diagramă corespunde unei stări de multiplet identificată prin valorile proprii ale izospinului I_3 şi hipersarcinii Y



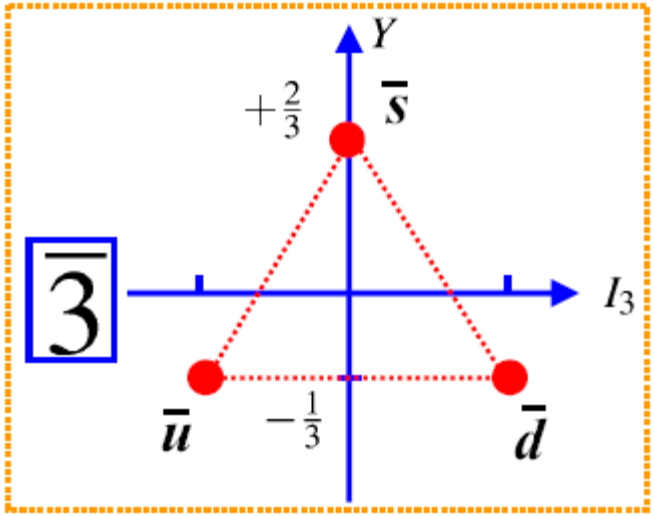
$$Y = 2\,(Q - I_3)$$

$$\left(\begin{array}{lll} \text{u:} & q=+\frac{2}{3} & I_3 = 1/2 \\ \text{d:} & q=-\frac{1}{3} & I_3 = -1/2 \\ \text{s:} & q=-\frac{1}{3} & I_3 = 0 \end{array}\right)$$

Quarci

$$I_3 u = +\tfrac{1}{2}u; \quad I_3 d = -\tfrac{1}{2}d; \quad I_3 s = 0$$

$$Yu = +\tfrac{1}{3}u; \quad Yd = +\tfrac{1}{3}d; \quad Ys = -\tfrac{2}{3}s$$

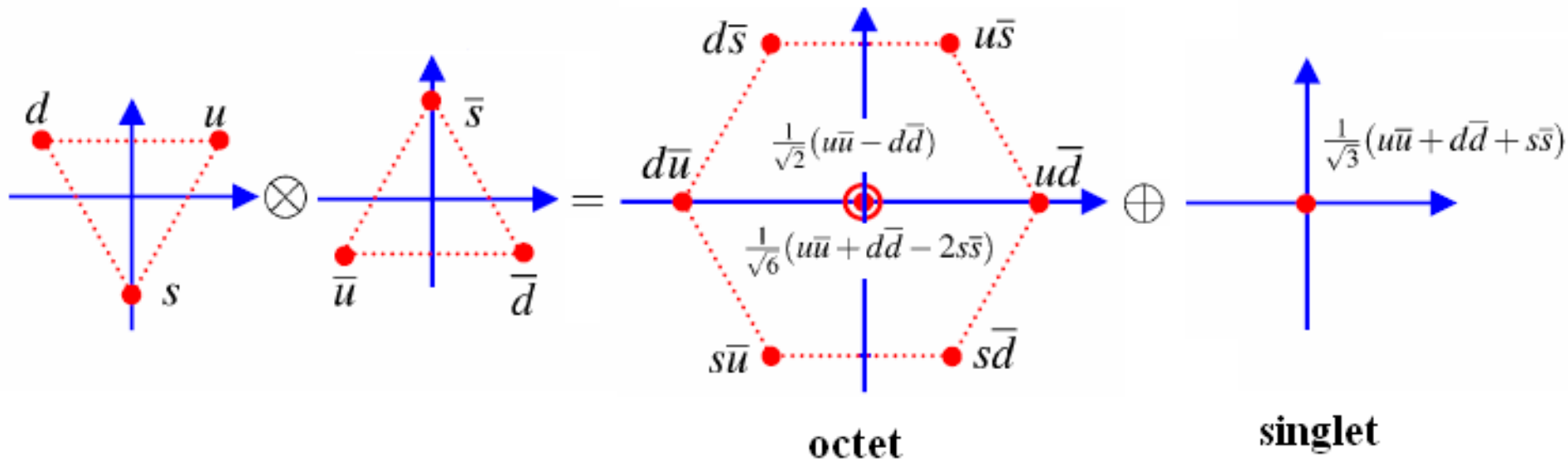


Anti-Quarci

$$I_3\bar{u} = -\tfrac{1}{2}\bar{u}; \quad I_3\bar{d} = +\tfrac{1}{2}\bar{d}; \quad I_3\bar{s} = 0$$

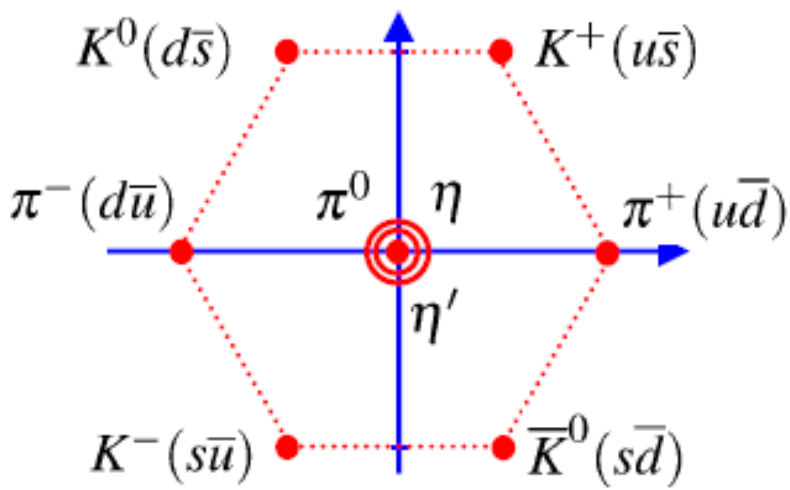
$$Y\bar{u} = -\tfrac{1}{3}\bar{u}; \quad Y\bar{d} = -\tfrac{1}{3}\bar{d}; \quad Y\bar{s} = +\tfrac{2}{3}\bar{s}$$

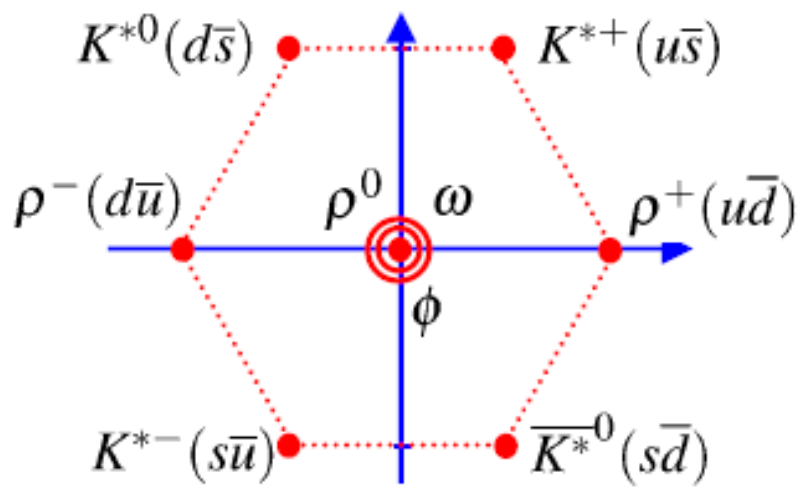
➢ **Folosind quarcii u,d,s se pot construi 9 stări ale mezonilor** $q\bar{q}$ $3 \otimes \bar{3} = 8 \oplus 1$



Mezoni pseudoscalari
(L=0, S=0, J=0, P= –1)

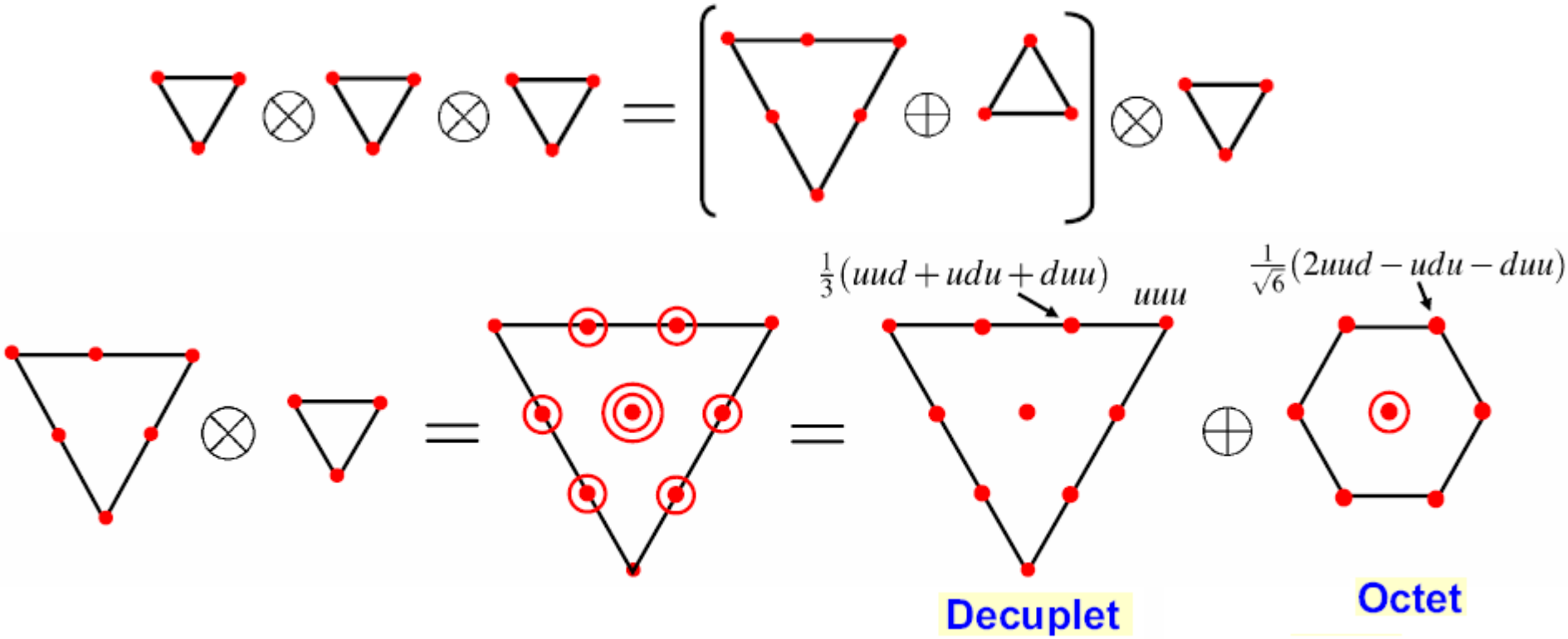
Mezoni vectoriali
(L=0, S=1, J=1, P= –1)

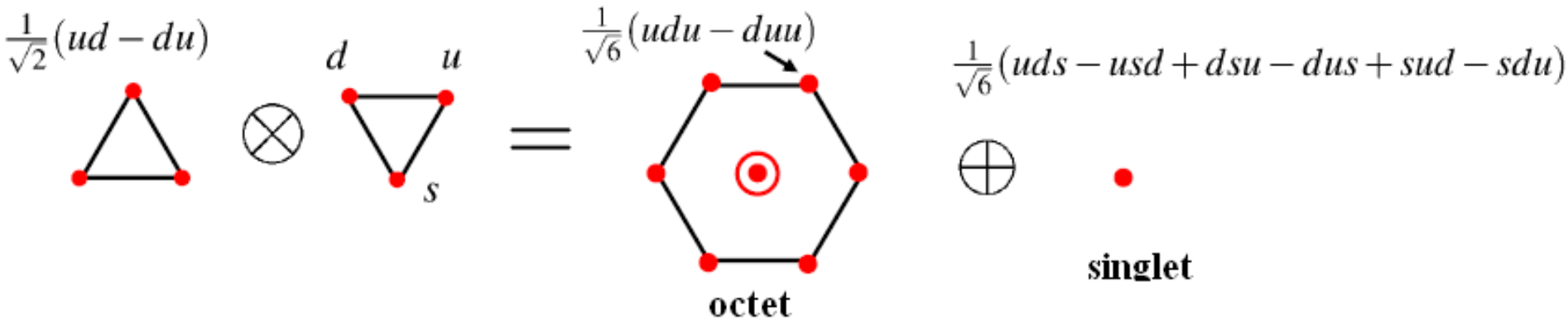




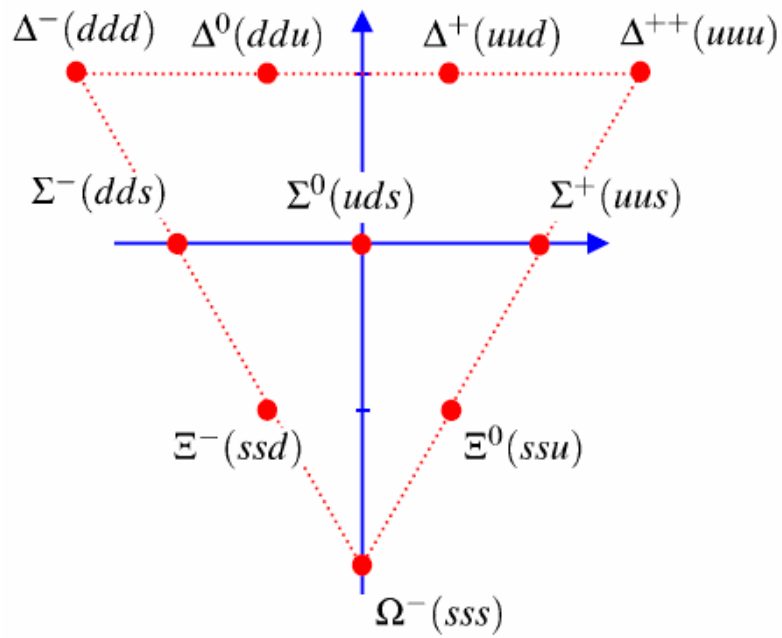
➢ **Folosind quarcii u,d,s se pot construi 27 stări ale barionilor**

$$3 \otimes 3 \otimes 3 = 3 \otimes (6 \oplus \bar{3}) = 10 \oplus 8 \oplus 8 \oplus 1$$ combinatii qqq $\bar{q}\bar{q}\bar{q}$

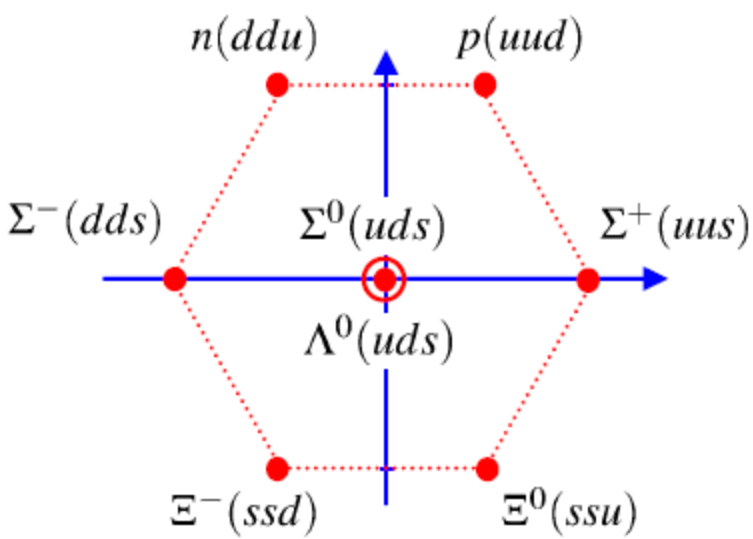




DECUPLET (L=0, S=3/2, J=3/2, P= +1) Masa in MeV



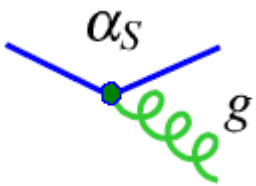
OCTET (L=0, S=1/2, J=1/2, P= +1)



❑ Reprezentări SU(3) în QCD

- quarcii au sarcină de culoare:
- anti-quarcii au anti-sarcină de culoare:
- Forţa de interacţiune este mediată de gluoni fară masă

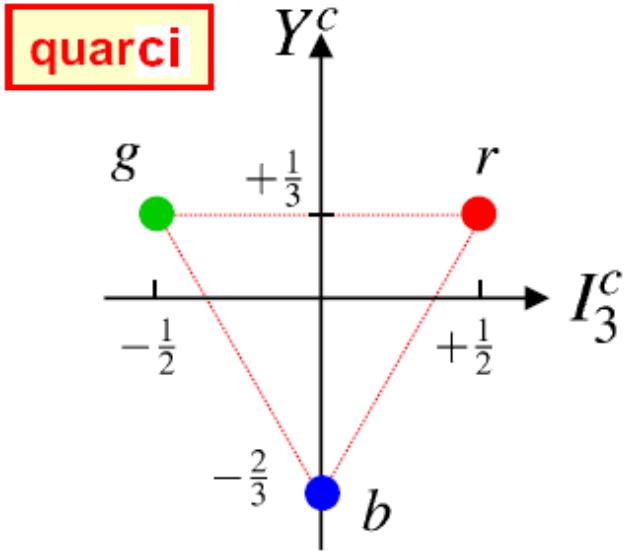
$$r = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad g = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

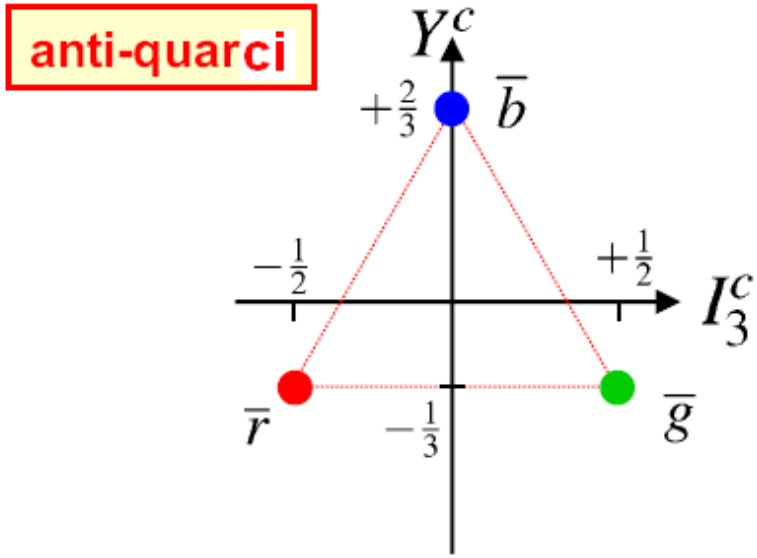


- Analog cu QED, in QCD avem izospin de culoare $\mathbf{I_3^C}$ şi hipersarcina de culoare $\mathbf{Y^C}$

Analogie

$$\boxed{\begin{aligned} u &\rightarrow r \\ d &\rightarrow g \\ s &\rightarrow b \end{aligned}}$$

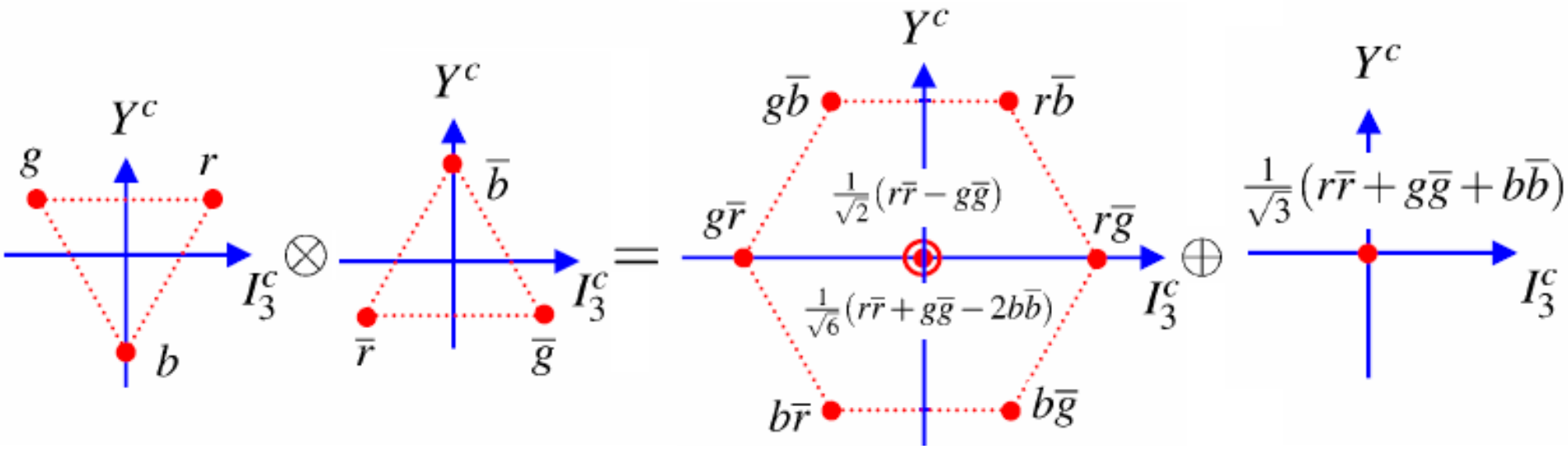




✓ ***Numai hadronii fără culare (stare de singlet) pot exista ca particule libere !!!!***

➢ Mezoni de culoare

$$3 \otimes \bar{3} = 8 \oplus 1$$

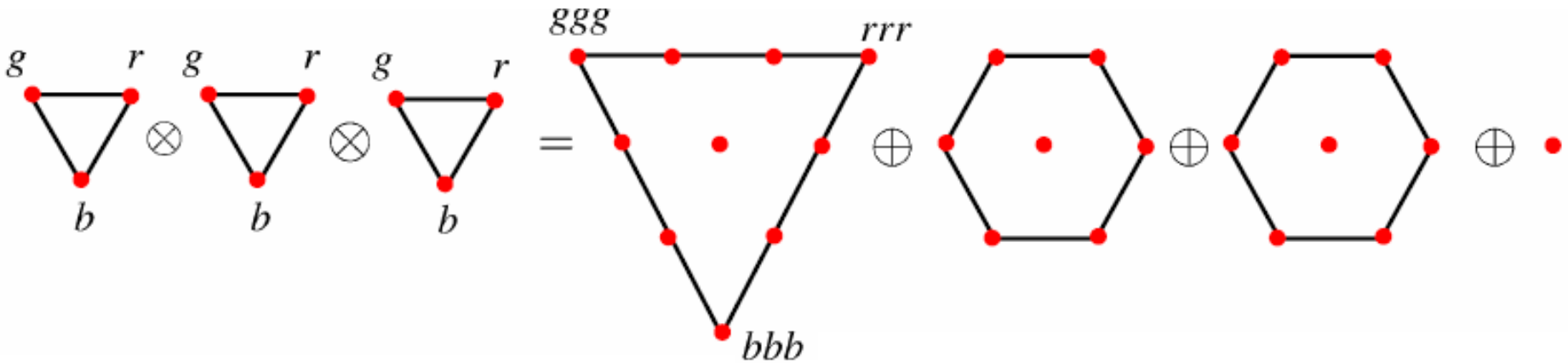


$$\boxed{\psi_c^{q\bar{q}} = \frac{1}{\sqrt{3}}(r\bar{r} + g\bar{g} + b\bar{b})}$$

singlet

➢ Barionii de culoare

$$3 \otimes 3 \otimes 3 = 3 \otimes (6 \oplus \bar{3}) = 10 \oplus 8 \oplus 8 \oplus 1$$



$$\boxed{\psi_c^{qqq} = \frac{1}{\sqrt{6}}(rgb - rbg + gbr - grb + brg - bgr)}$$ **singlet**

Hadroni de culoare permisi (numai in stare de singlet)

- $qq,\ qqq$ — **Mezoni si barioni**
- $q\bar{q}q\bar{q},\ qqqq\bar{q}$ — **Stari exotice (penta-quarci)**

❑ Legi de conservare

➢ ***Legea lui Noether :*** ***Fiecare simetrie din natură generează o lege de conservare şi reciproc, fiecărei simetrii îi corespunde o lege de conservare***

$$\frac{\partial}{\partial t}\langle\Psi|A|\Psi\rangle = \left\langle\Psi\left|\frac{\partial}{\partial t}A\Psi\right.\right\rangle + \left\langle\frac{\partial}{\partial t}\Psi\left|A\Psi\right.\right\rangle =$$

$$= -i\hbar\langle\Psi|HA|\Psi\rangle + i\hbar\langle\Psi|AH|\Psi\rangle =$$

$$= -i\hbar\langle\Psi|[A,H]|\Psi\rangle$$

➢ ***Dacă Hamiltonianul este simetric funcţie de un operator, mărimea asociată acelui operator se conservă, şi reciproc.***

Simetria		Legea de conservare
Translaţia temporală	↔	**Energia**
Translaţia spaţială	↔	**Impulsul**
Rotaţia	↔	**Momentul cinetic**
Transformare etalon (gauge)	↔	**Sarcina**

- Legile de conservare - stabilesc relaţii între mărimile şi caracteristicile cuantice implicate în procesele de interacţii dintre particulele fundamentale

- invarianţa la translaţia spaţială şi temporală implică *legea conservării impulsului total* şi *legea conservării energiei totale*

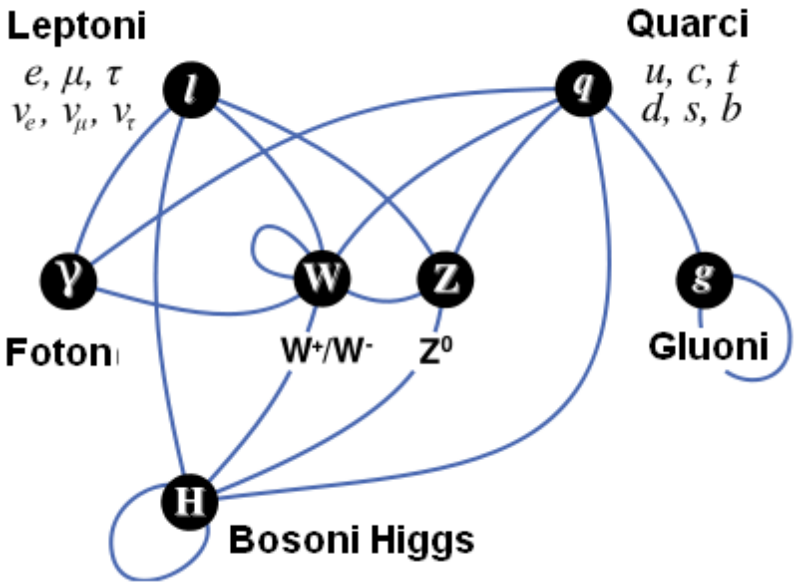
- invarianţa la rotaţie implică *legea de conservare a momentului cinetic total*

- inversia spaţială implică *legea conservării parităţii*;

- inversia temporală implică *reversibilitatea interacţiunilor*;

- transformarea şi distribuţia numărului de particule într-o interacţiune, implică *legea conservării numărului de quarci, legea conservării sarcinii electrice şi a aromei*.

Interacţiuni fundamentale dintre particule



➢ Conservarea energiei totale

- ✓ Într-un sistem izolat în care particulele se află în interacţie - energia totală se conservă (valoarea totală a energiei într-un sistem izolat rămâne constantă în timp).
- ✓ În mecanica cuantică, energia este definită ca fiind proporţională cu derivata funcţiei de undă la timp

$$\boxed{E_a + E_X + m_a c^2 + M_X c^2 = E_b + E_Y + m_b c^2 + M_Y c^2}$$

$$a + X \rightarrow b + Y$$

E – energia cinetica

mc^2 - energia de repaus

- **Conservarea impulsului liniar.**
  - ✓ Impulsul total al sistemului se conservă

$$\vec{p}_a + \vec{p}_X = \vec{p}_b + \vec{p}_Y$$

- **Conservarea momentului unghiular**

$$I_a + I_X + l_{aX} = I_b + I_Y + l_{bY}$$

  - ✓ Momentul unghiular total este o constană a mişcării şi ca urmare se conservă în orice interacţie nucleară

    $\mathbf{l_{aX}}$ – momentul unghiular relativ tinta-proiectil,

    $\mathbf{l_{bY}}$ – momentul unghiular relativ particula emergenta-nucleu reziudual

- **Conservarea sarcinii electrice.**
  - ✓ Suma sarcinilor electrice înaintea şi după interacţie, se conservă

$$Q_a + Q_X \rightarrow Q_b + Q_Y$$

  - ✓ Generalizat, sarcina totală se conservă

$$\sum Q_i = \sum Q_f$$

➢ Conservarea parităţii

✓ Paritatea reprezintă o transformare, care schimbă semnul algebric al sistemului de coordonate.

$$P\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -x \\ -y \\ -z \end{pmatrix}$$

✓ **Paritate** - mecanica cuantică - mărime care caracterizează simetria stărilor

$$P_a P_X (-1)^{l_{aX}} = P_b P_Y (-1)^{l_{bY}}$$

P_a, P_b, P_X, P_Y parităţile nucleelor; $\boldsymbol{l_{aX}}$ şi $\boldsymbol{l_{bY}}$ sunt momentele cinetice relative

❑ *Mărimi cuantice de conservarea în fizica particulelor*

Mărimea	Interacţiunea tare	Interacţiunea electromagnetică	Interacţiunea slabă
Număr Barionic	Da	Da	Da
Număr Leptonic	Da	Da	Da
Topness	Da	Da	Nu
Strangeness	Da	Da	Nu
Charm	Da	Da	Nu
Bottom	Da	Da	Nu
Isospin	Da	Nu	Nu
Conjugarea de sarcină (C)	Da	Da	Nu
Paritatea (P)	Da	Da	Nu
CP sau Timp (T)	Da	Da	Da/Nu
CPT	Da	Da	Da
Paritatea G	Da	Nu	Nu

Conjugarea de sarcină

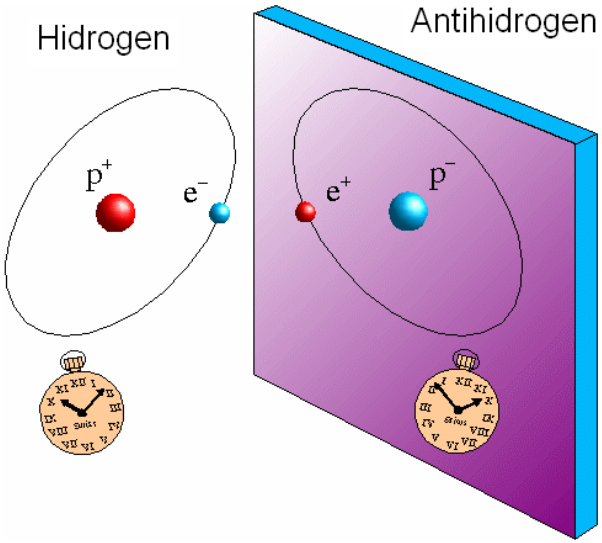
- Conjugarea de sarcină este o operaţie matematică (operator) care transformă o particulă în antiparticula sa (ex.schimbarea semnului sarcinii)

$$C\,\Psi(q) = C\,\Psi(-q)$$

$$C\,p \rightarrow \bar{p}$$

$$C\,n \rightarrow \bar{n}$$

$$C\,e^{-} \rightarrow e^{+}$$



- ✓ Operatorul aparţine unui grup de simetrie hermitian cu două elemente:

$$C^2=1 \;\Rightarrow\; C=C^{-1}=C^{\dagger}$$

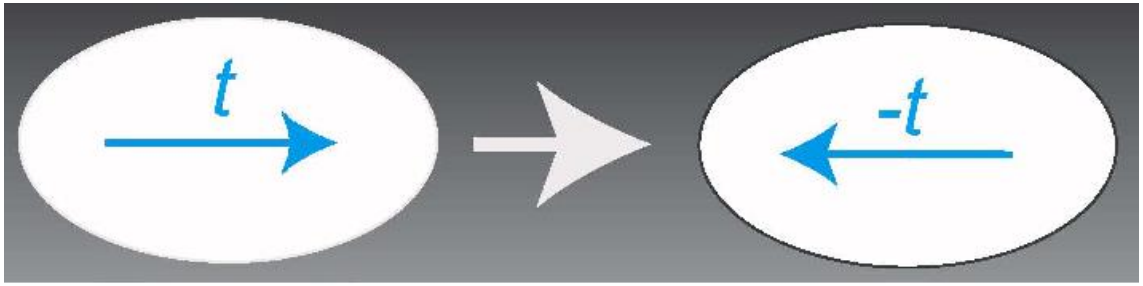
Valori proprii: +1 şi –1

	1	C
1	1	C
C	C	$C^2=1$

Inversarea în timp

- **Inversare în timp sau simetria-T** este o lege fizică de transformare a timpului prin inversarea sensului.

$$T:(t)\rightarrow(-t)$$



Lumea actuala Lumea inversata in timp

- În forma sa simplă, simetria -**T** apare în cazul în care se înlocuieşte ***t*** cu **- *t*** şi apoi se apreciază dacă apare aceeiaşi expresie a ecuaţiei. Aceasta se întâmplă dacă, în ecuaţie apar puteri pare la timp sau derivate la timp de ordin par.
- Dacă în ecuaţie apar puteri impare sau derivate de ordin impar, simetria-**T** este ruptă (ex.dezintegrarea slabă).

Simetria CPT

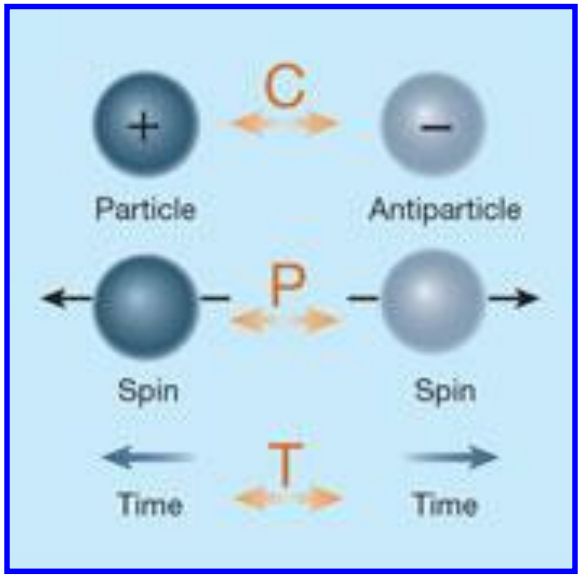
- CPT-ul este o transformare combinată a conjugării de sarcină (C), inversarea în spaţiu (paritatea-P) şi inversarea în timp (T).
- Teoriile convenţionale, cum ar fi Modelul Standard, sunt întotdeauna simetrice în transformarea CPT. Cu toate acestea, teoria superstringurilor si alte teorii ale gravitaţiei cuantice pot încălca simetrie CPT. Deci, o violare a simetriei CPT-ul ar da un semnal de fond al efectelor gravitaţiei cuantice

3 Ipoteze

1.-Localizare
2.-Invariantul Lorentz
3.-Hermiticitatea Hamiltonianului

Conservarea CPT

A. Egalitatea maselor particulelor si antiparticulelor
B. Egalitatea timpilor de viaţă pentru particule şi antiparticule



Simetrii şi conservarea în interacţiunile fundamentale

Interacţiunea	Gravitaţională	Electromagnetică	Tare	Electroslabă
Intensitatea relativă	10^{0}	10^{38}	10^{40}	10^{15}
raza de acţiune	∞	∞	10^{-15}m	10^{-18}m
conservarea -P	√	√	√	x
conservarea -T	√	√	√	x
conservarea -C	√	√	√	x
conservarea -CP	√	√	√	x
conservarea -CPT	√	√	√	√